

Preisach 모델과 Stoner-Wholfarth 모델을 결합한  
백터 모델링 기법에 관한 연구

이 정우<sup>\*\*</sup>, 박 관수<sup>\*</sup>, 한 송업<sup>\*\*</sup>

\*한국 해양대학교 전기공학과, \*\*서울대학교 전기공학부

A study on vector modeling  
using Preisach and Stoner-Wholfarth Model

Jung Woo Lee<sup>\*\*</sup>, Gwan Soo Park<sup>\*</sup>, Song Yop Hahn<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Dept. of Electrical Engineering, Korea Maritime Univ.

<sup>\*\*</sup>School of Electrical Engineering, Seoul National Univ.

## Abstract

Two current approaches for modeling the vector magnetic hysteresis process are the vector Preisach models and those models based on a system of noninteracting pseudo-particles. The pseudo-particles are intended to mimic the average behavior of real media particles. The simplest switching mechanisms of pseudoparticles is the Stoner-Wholfarth model. The Preisach models are quite precise in specifying the experimental input to the models. The vector properties of the Preisach models are, however, inadequate. This is partly because of the questionable assumptions used in coupling the various vector hysteresis components. Also these models do not include reversible magnetization changes. Unlike Preisach counterpart, the Stoner-Wholfarth model is inherently vector in nature. This is because spatial distribution and switching mechanisms are imposed on the system of pseudo-particles, so they come closer to representing the physical reality.

The lack of interaction between pseudo-particles exclude the usefulness of the Stoner-Wholfarth model for small fields when the medium is traversing minor loops. The present work is an attempt at combining the advantages of above two models into one composite model, including the effect of particle interaction.

## 1. 서 론

자성재료의 성질을 기술하기 위한 기존의 방법에는 크게 Preisach model과 Stoner-Wholfarth model이 있다. Preisach model은 실측치를 근사적으로 수치모사를 하기 위해 제시된 수학적인 기법이지만, 재료 내에서의 vector적인 현상을 해석하는데에는 한계가 있다. 이에 반해 Stoner-Wholfarth model은 vector적인 요소를 잘 고려하고 있지만, 입자들간의 상호작용을 무시하고 있어 재료의 성질을 충분히 묘사하지는 못하고 있다.

따라서, 두 방법이 가지고 있는 이와 같은 문제점을 보완하기 위하여 최근의 연구에서는 Preisach model에서의 입자

기구를 결합한 새로운 modeling기법을 소개하고 있다.

본 논문에서는 vector modeling을 수행하기 위하여 새로 제안된 기법의 개념에 대한 설명과 Preisach model과 Stoner-Wholfarth model의 개요 및 제안된 모델의 타당성에 대한 연구를 진행하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 Preisach model

재료의 자화특성을 모델링하기 위한 고전적인 방법으로 측정된 수치를 근사화하는 수학적인 모사기법이다. Preisach model을 수행해 나가는데 있어 필요한 것은 Preisach 평면 및 밀도이며 밀도는 실측치로부터 구할 수 있다. 여기서 Preisach 밀도는 단위 연산자의 개수를 의미하며 Preisach 평면은 그러한 밀도가 정의되어져 있는 공간을 나타낸다. 자화를 결정하는 알고리즘은 위에서 구한 밀도와 재료내에서 가정된 단위 연산자의 상태값과의 convolution으로 표현되어 질 수 있다. Preisach model에 있어서 중요한 것은 입자간 상호작용을 고려할 수 있다는 것인데 이것은 앞서 언급한 단위 연산자의 분포를 통하여 얻어질 수 있다. 즉, 해석대상이 경험하는 자장이 변하고 있을 때 개개 단위 연산자의 자화반전이 동기적으로 발생하는 것을 의미하지는 않는다. 예를 들어, 어떤 연산자가 반전을 일으켰을 때 다른 연산자는 이전의 자화상태를 유지하고 있을 수도 있다는 것이다. 개개의 단위 연산자는 Fig1과 같이 가정한다. 두 switching value(a,b)의 중점을 단위 연산자의 위치를 표시해 주고 있으므로 입자간 상호작용을 설명가능케 하며 그 때의 값을 interaction field라고 한다. 결국 여러개 단위 연산자들이 분포를 이루고 있는 상황을 생각하면 전술한 것과 같이 입자간 상호작용을 고려할 수 있게 된다. 반면, 자화의 스칼라적인 특성은 잘 모델링할 수 있는데 비해 재료의 이방성과 같은 백터적인 요소는 고려하지 않고 있어 궁극적으로 vector modeling에는 한계가 있게 된다.

### 2.2 Stoner-Wholfarth model

Stoner-Wholfarth model은 Preisach model이 갖는 단점을 보완할 수 있는 기법으로서 기본적으로 1개의 단자구 입자만을 상정하였고, 입자내의 자화량은 일정하다고 가정하고 있다. 초기에 입자의 자화가 포화상태라고 가정하고 이를 그림으로 나타내면 Fig2와 같다.

Stoner-Wolfarth model에서는 재료의 이방성, 즉 입자의 자화 용이축을 포함하고 있는데 이는 자화가 변화했을 때 자화방향의 switching 여부(이전 자화방향이 현재의 자화방향으로 변한 것이 가역(reversible)변화인지 비가역(irreversible)변화인지 판단)를 가리기 위해서는 필수적이다. 따라서, 전술한 바와 같이 자화의 가역-비가역 변화는 입자 한 개에 대해 독립적으로 일어나고 있기 때문에 입자간 상호작용을 고려할 수 없다는 것이 이 모델에 있어서의 가장 큰 단점으로 지적되고 있다. 반면, Preisach model이 갖고 있는 단점을 기존의 다른 기법에 비하여 비교적 잘 보완하고 있다.

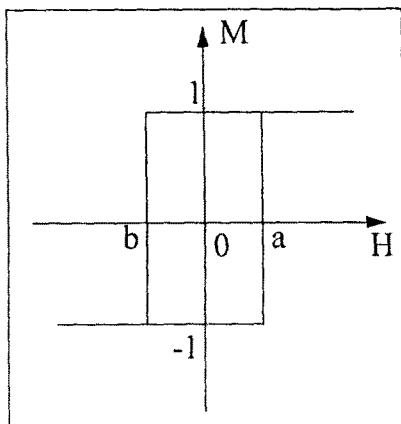


Fig1. Hysteresis 단위 원산자

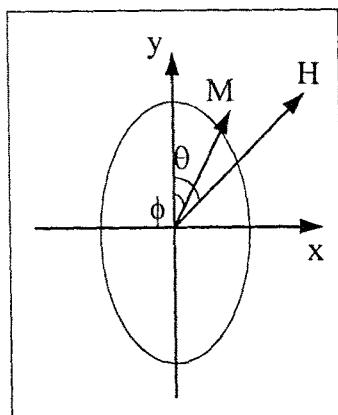


Fig2. Paricle in Stoner-Wolfarth model

자화의 방향은 입자가 가지고 있는 포텐셜 에너지와 이방성 에너지의 합이 국소적 최소값을 갖는 방향으로 결정이 되어지며, 국소적 최소값을 갖는다는 것은 현재의 자화방향은 이전의 자화상태에 의존한다고 하는 것과 같은 의미로 해석되어 질 수 있다.

따라서, 이전의 자화상태를 고려해 줄 수 있는 기계가 필요하며 그것을 위하여 요구되어지는 것이 자화반전기구이다. 다음에 주어지는 두 식은 각각 자화방향과 switching 여부를 판별하는 것이다.

#### ◆ 자화방향 결정조건

$$\frac{\partial E}{\partial \phi} = K_u \sin 2\phi - M_s H \sin(\theta - \phi) = 0$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \phi^2} = 2K_u \cos 2\phi + M_s H \cos(\theta - \phi) > 0$$

#### ◆ 가역-비가역 변화 결정조건

$$f(\theta, p) = -\sin 2\theta - \frac{1}{p^2} \left( \frac{4-p^2}{3} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad p = \frac{M_s H}{K_u}$$

$f(\theta, p) > 0$  : switching(irreversible)

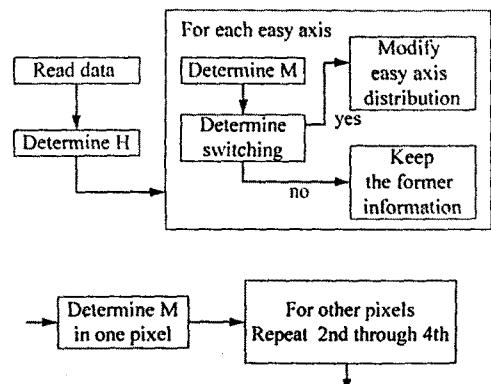
$f(\theta, p) < 0$  : no switching(reversible)

### 2.3 계산된 기법

전술한 두 방법이 가지고 있는 각각의 단점을 서로 보완하여 자화특성을 벡터적으로 모델링할 수 있는 기법으로서, Preisach model로써 가능한 입자간 상호작용과 Stoner-Wolfarth model이 고려하고 있는 자화반전기구를 동시에 만족시키는 새로운 모델링 기법이다. 궁극적으로 유한요소법과의 결합에 목표를 두고 있기 때문에 구체적인 계산 알고리즘은 주어진 해석대상의 이산화 과정시 발생하는 요소 하나에 기초하여 전개해 나갈 것이다. 계산과정을 간략히 설명하면 다음과 같다.

우선 요소 1개에 대해  $100 \times 100$  Preisach 평면을 정의한 데 Preisach 평면 위의 각 점은 그에 대응되는 Preisach 밀도값과 자화 용이축 불포(그림3 참조)를 갖게 되며 세부적인 계산은 이 평면상의 각 점에 대해 수행된다. 만약, 요소가 경험하는 자계가 주어진다면 자화 용이축과 자계가 가해진 방향을 고려하여 평면상의 각 점의 자화방향이 결정되고 자화의 크기는 평면상의 밀도값을 가지고 구해진다. 이때, 요소가 겪는 자계는 외부에서 인가한 자계 이외에 입자간 상호작용을 고려해 주기 위해서 전술한 interaction field를 추가한 자계를 의미한다. 또한, 현재 자화변화의 가역-비가역 여부를 판단함으로써 반복 계산시 그 요소가 가지고 있는 자화 용이축 분포를 재조정할 수가 있다.

다음은 계산 알고리즘을 표1로 나타낸 것이다.



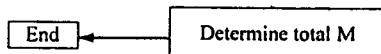


표1. 계안된 계산 알고리즘

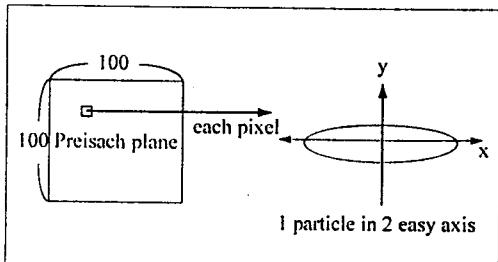


그림3. Preisach 평면과 자화 용이축 분포

다음은 계안된 기법을 가지고 몇가지 검증해 본 결과들이다. 그림4는 의부에서 인가한 자계와 자화 용이축이 이루는 각도차에 따른 메이저 루프의 모양을 나타낸 것으로서 사이가 작을수록 루프의 모양이 직사각형에 가까운 형태를 띠는 것을 알 수 있다. 이것은 용이축에 가깝게 자계가 가해지면 비가역 변화보다는 가역변화를 일으키기 때문에 상과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

그림5는 자화 용이축 각도분포에 따른 메이저 루프를 그린 것으로 각도분포를 많이 주면 줄수록 자화의 가역성분이 더 잘 고려되는 것을 볼 수 있다. 그리고, 용이축 분포가 2개일 때와 6개일 때의 경우 보자력의 크기는 6개일 때가 더 크게 계산되었다. 그림6은 자계의 세기와 변화시키면서 회전자계를 가했을 때의 히스테리시스 손실을 나타낸 것으로서, 약한 자계에서는 손실이 점점 증가하는 양상을 보이다가 어느값에서부터는 점점 감소하여 0에 가까운 경향을 띠는 것을 볼 수가 있다. 이것은 큰 자계가 가해질수록 자화방향은 자계의 회전방향을 거의 따라갈 것이기 때문에 1회전에 대한 히스테리시스 손실은 그림6에서 보는 바와 같은 궤적을 따라갈 것이다.

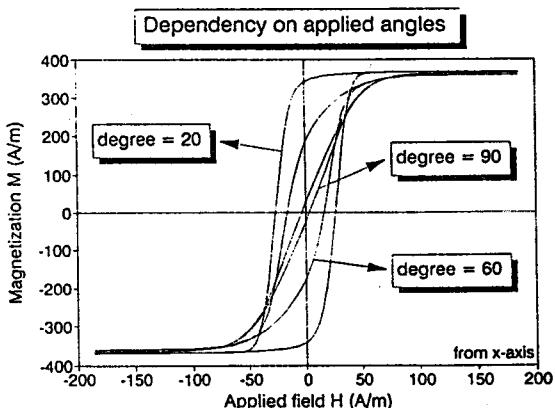


그림4. 메이저 루프의 각도 의존성

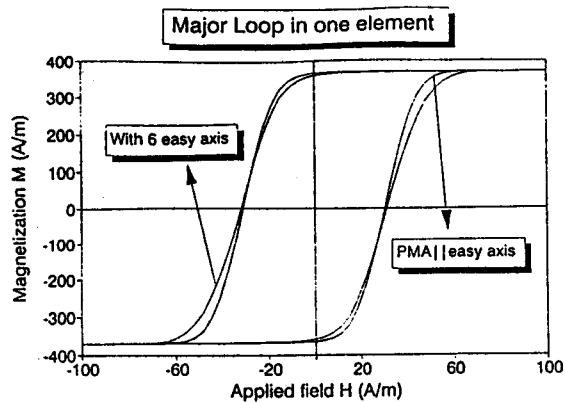


그림5. 용이축 분포에 따른 메이저 루프

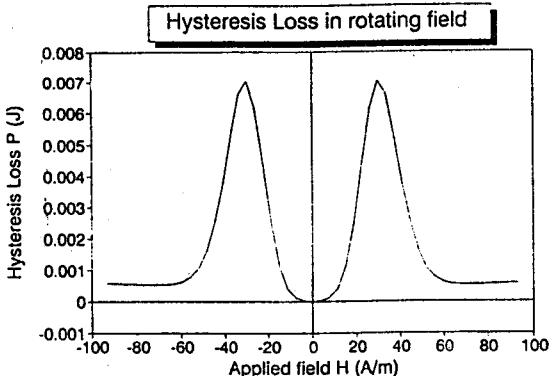


그림6. 회전자계의 크기에 따른 히스테리시스 손실

### 3. 결 론

본 논문에서 제안한 기법은 다음과 같이 요약될 수 있다.  
 첫째, Preisach model에서의 임자간 상호작용과 Stoner-Whifarth model에서의 자화반전기구를 동시에 고려함으로써 기존의 두 방법이 가지고 있었던 단점을 서로 보완해 주고 있다. 둘째, Preisach model에서는 단위 연산자의 특성상 자화의 비가역 성분만을 포함하였지만, 제안된 기법에서는 자화의 가역-비가역 성분을 고려할 수가 있어서 보다 근사한 모델링이 가능하다는 것이다.  
 셋째, 자화 용이축의 개념을 도입하고 있기 때문에 재료의 이방성도 고려하고 있음을 알 수가 있다.

### 참 고 문 헌

- Edward Della Torre and Gyorgy Kadar, "Vector Preisach and the moving model", J.Appl.Phys.63(8), 1988.
- John Oti, Edward Della Torre and Gyorgy Kadar, "Preisach modeling and Reversible magnetization", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.26, No.6, 1990.
- Edward Della Torre, "A Preisach model for Accommodation", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.30, No.5, 1994.