

유한요소법을 이용한 SRM의 특성해석

° 이준호*, 이향범**, 이기식*

*단국대학교, **기초전력공학 공동연구소

Analysis of Switched Reluctance Motors Characteristics using FEM

° Joon-Ho Lee*, Hyang-Beom Lee**, Ki-Sik Lee*

Dept. of Electrical Eng. Dankook University, **EESRI

Abstract — The switched reluctance motors (SRM) are simple and robust in structure. Because the wide range of power and speed, their application field is increasing. In order to design the motors and to evaluate the performance of them properly, an accurate study about the analysis of motor characteristics is required. In this paper, for the analysis of SRM characteristics, the finite element method which is based on the solution of combined equations both the electromagnetic field equations and the circuit equations of stator is adopted. The analysis model is to be assumed two-dimensional and the nonlinear property of magnetic materials is considered by Newton-Raphson method. To verify the usefulness of the proposed algorithm, commercial SRM is chosen and simulated. The computed torques obtained by Maxwell Stress Tensor are compared with the experimental data and it is found that they are in good agreement. By applying the proposed algorithm to two cases, currents of stator and torques at every angular positions of rotor are obtained step by step. Comparing them, one can recognize that torque ripple of SRM can be improved by controlling the switching sequences of driving circuits.

1. 서론

SRM은 구조가 단순하고 제어가 용이하여 넓은 영역의 출력과 속도의 범위에 걸쳐 그 용용분야가 증가되고 있다. SRM의 설계와 성능 및 제어방법의 효율성을 높이기 위해서는 SRM에 대한 정확한 특성해석 기법의 연구와 체계적인 설계 기법이 절실히 요구된다 [1].

일반적으로 모터는 전자계에 의한 전자력을 위하여 작동되므로 이를 기기의 특성을 해석하려면 전자계의 해석이 필수 불가 결하다. 전자계 해석을 위해 최근에 사용되는 수치해석기법에는 여러 가지가 있으나 그 중에서 유한요소법은 고정자와 회전자의 돌극형상과 자성재의 비선형성을 잘 고려할 수 있으므로 유한요소법을 이용하여 해석을 하였다 [2][3][4].

본 연구에서 해석하고자 하는 모델은 4상 16/12극 SRM이다. 축방향으로 계의 변화가 없다는 가정 하에 2차원 문제로 다루었고, 자기코아의 포화를 고려하여 Newton-Raphson 법을 이용하여 비선형 해석을 하였다. 고정자에 입력되는 전류는 회전자가 회전함에 따라 변하게 되므로 외부 전압원과 회로의 임피던스를 고려한 고정자의 회로방정식과 유한요소법을 결합하여 해석하였다.

실험을 통하여 얻은 토크값과 전류원 문제로 해석하여 구한 값을 비교하였는데 잘 일치함을 알 수 있었다. 본 논문에서 제시한 알고리즘을 이용하여 구동회로의 스위칭 시퀀스를 두 가지 경우로 했을 때, 회전자의 각 위치에서 고정자 슬롯에 흐르는 전류와 토크를 계산하였다.

2. 해석 이론

2.1 SRM의 전자기 특성방정식

현위전류를 무시할 수 있는 준 정상상태에서, 2차원 해석시 계의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -J_s \quad (1)$$

여기서, μ : 투자율 [H/m]

A : 자기백터포텐셜 [Wb/m]

J_s : 전원전류밀도 [A/m^2]

식 (1)의 지배방정식을 갤러킨방법을 이용하여 정식화하고, 해석할 영역을 유한 개의 삼각형 요소로 분할하고 1차 형상함수를 사용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^{ne} \sum_{m=1}^{nv} \sum_{i=1}^{np} \int_{Q_n} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy A_i \quad (2)$$

$$- \sum_{n=1}^{ne} \sum_{m=1}^{nv} \sum_{i=1}^{np} \int_{Q_n} N_i dx dy J_{im} = (0) \quad (2)$$

여기서, ne , nv 는 각각의 조각에서의 해석 영역에 존재하는 총요소수, 고정자 슬롯수를 의미한다. 또한 nve 는 고정자 슬롯 하나를 이루는 요소 수를 의미하고, $np=3$ 이다. 식 (2)에서 왼쪽 항의 첫 번째 수식은 베트러스와 백터의 꼴의 형태이며 두 번째 수식은 백터의 형태로 구성된다.

고정자슬롯의 면적이 S_i 이고, 코일의 턴수를 N , 고정자권선에 흐르는 전류를 I_s 라 하면

$$J_s = \pm \frac{N}{S_i} I_s \quad (3)$$

이 된다. 여기서 \pm 의 의미는 전류의 방향을 의미한다. 식 (1), (2), (3)을 결합하면 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^{ne} \sum_{m=1}^{nv} \sum_{i=1}^{np} \int_{Q_n} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy A_i \quad (4)$$

$$- \sum_{n=1}^{ne} \sum_{m=1}^{nv} \sum_{i=1}^{np} \int_{Q_n} \pm \frac{N}{S_i} N_i dx dy I_{im} = (0) \quad (4)$$

2.2 전압원을 고려한 고정자 회로방정식

그림 1과 같은 고정자 등가회로에서 $V(t)$ 는 외부 전압원, $I(t)$ 는 회로에 흐르는 전류, $V_c(t)$ 는 외부 정전용량에 걸리는 전압이며, R, L, C 는 각각 회로의 저항, 외부 인덕턴스 및 외부 정전용량이다. 또한 $\phi(t)$ 는 고정자권선에 쇄교하는 자속의 양이다. 이 자속은 등가회로의 접선 부분에서 외부 전압원 회로와 전자기 특성해석영역을 연결하는 량이다. 이들을 이용하여 고정자 부분의 회로 방정식은 다음과 같다.

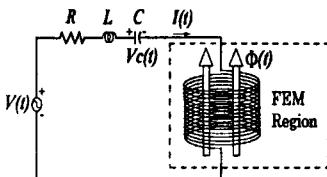


그림 1. 고정자 등가회로

$$V(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + V_c(t) + \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (5)$$

$$I(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (6)$$

고정자 부분의 회로방정식은 입력 전원의 상이 어떻게 되느냐에 따라 그 수가 달라진다. 만일 3상의 경우라면 3개의 수식이 사용되며, 역기진력 부분은 다음과 같은 고려를 하여야 한다. 한 상에 관련된 슬롯수가 nv 개이고, 한 슬롯이 nve 개의 요소망으로 구성되어 있고, 한 슬롯의 면적이 S_s 이면 식(5)는 다음과 같이 표현된다.

$$V(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + V_c(t) + \sum_{m=1}^{nv} \pm N \frac{I}{S_{sm}} \sum_{n=1}^{nv} \sum_{i=1}^{nv} \int_{\Omega_s} N_i dxdy \frac{dA_i}{dt} \quad (7)$$

2.3 전자기 특성방정식과 고정자 회로방정식의 결합

식 (6)과 식 (7)을 후퇴차분법을 이용하여 정리하고, 식 (4)와 결합하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} K^T & S & 0 \\ S^T & Z_r & C_{rc} \\ 0 & C_{rc}^T & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ I_r \\ V_c \end{bmatrix}^{t+dt} = \begin{bmatrix} 0 \\ V \\ 0 \end{bmatrix}^{t+dt} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ S^T & Z_r & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ I_r \\ V_c \end{bmatrix}^t \quad (8)$$

여기서, 3상의 경우에 대해서

$$K_{ij} = \sum_{m=1}^{nv} \int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dxdy \quad (9)$$

$$S_i = - \sum_{m=1}^{nv} \sum_{n=1}^{nv} \sum_{i=1}^{nv} \pm \frac{N}{S_s} \int_{\Omega} N_i dxdy \quad (10)$$

$$[Z_r] = -\frac{1}{l} \text{Diag}[R_a \Delta t + L_a, R_b \Delta t + L_b, R_c \Delta t + L_c] \quad (11)$$

$$[Z_r] = -\frac{1}{l} \text{Diag}[L_a, L_b, L_c] \quad (12)$$

$$[C_{rc}] = -\Delta t \frac{1}{l} \text{Diag}[1, 1, 1] \quad (13)$$

$$\{V^{t+dt}\}^T = -\Delta t \frac{1}{l} \{V_a^{t+dt}, V_b^{t+dt}, V_c^{t+dt}\} \quad (14)$$

$$[Z_c] = \frac{1}{l} \text{Diag}[C_a, C_b, C_c] \quad (15)$$

2.4 비선형 계산

해석대상의 장(場)이 자계인 경우, 투자율 μ 는 일정한 값을 갖는 것이 아니고, 자장의 크기에 따라서 그 값이 결정된다. 이러한 비선형문제의 해석에 있어서는 단 한번의 계산만으로는 확정된 최종적 자장 분포를 구할 수 없으므로, 비선형해석방법을 이용하여야 한다. 비선형해석방법에는 일반적으로 Newton-Raphson 법, 직접수렴법등이 활용되는데, 본 논문에서는 Newton-Raphson법에 의하여 방정식의 해를 구하는 방법을 사용한다.

3. 사례연구

본 장에서는 2장에서 제시한 알고리즘을 SRM에 적용하였다. 본 논문의 해석모델은 3상 16/12극 SRM이며 그 사양을 표 1에 나타내었다. 해석모델은 상수가 4이고 고정자 및 회전자의 극수가 각각 16 및 12로 상수의 배수이다. 즉, SRM을 권선의 분포에 따라 4개로 분할하면 각각은 형상이 동일하며 대칭성을 가지게 된다. 따라서 SRM의 1/4만 해석을 하여도 된다. 이때 좌우의 경계부분은 반주기 경계조건을 적용하였다.

회전자의 각 위치에서 일정한 전류를 인가했을 때의 토크를 측정한 값과 SRM을 전류원 문제로 해석하여 구한 결과로부터 Maxwell 응력법을 이용하여 구한 토크값을 비교한 것을 그림 2에 나타내었는데 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

SRM의 구동회로에 입력되는 파라메타들은 다음과 같다. V 는 270 [V], C_f 는 100 [μF]이고, 권선의 저항 ($R1, R2, R3, R4$)은 모두 10 [Ω]이며 권선의 누설인력던스 ($L1, L2, L3, L4$)는 모두 5 [mH]이다. 그림 3과 같은 시퀀스로 각 상에 전압이 인가되며, 각 상의 전류는 그림 4와 같이 두 가지 mode로 동작하게 된다.

모터가 일정한 속도 130 [rpm]으로 회전한다는 가정 하에 해석을 한 결과, 구동회로의 스위칭 시퀀스를 때 case 2로 하였을 때 case 1의 경우 보다 토크의 평균치가 크고 토크의 리플이 감소함을 알 수 있었다.

표 1 해석할 SRM의 사양

	회전자	고정자
상수	4	4
슬롯수	12	16
외경 [mm]	110.1	145
폭 [mm]	10.6	8.4
두께 [mm]	10	8
깊이 [mm]	10	17
공극 [mm]		0.4
축길이 [mm]		35

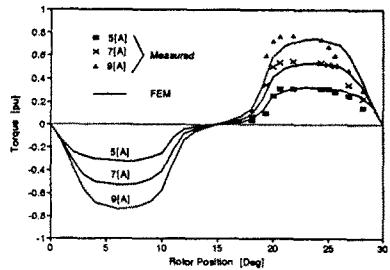


그림 2. 토크 비교 (실험치 vs. FEM)

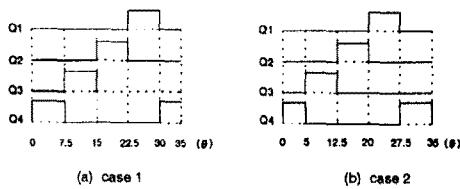


그림 3. 구동회로의 스위칭 시퀀스

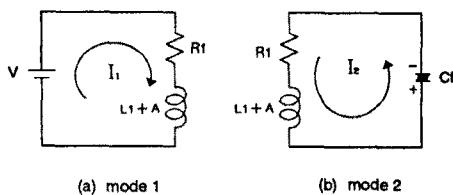


그림 4. 구동회로의 동작 mode

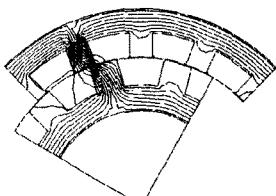


그림 5. case 2의 자속 분포도
($\theta = 15^\circ$)

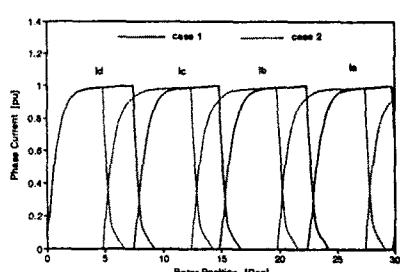


그림 6. 상전류 과정

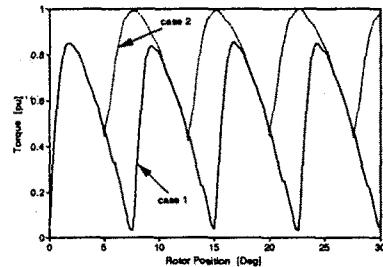


그림 7. Maxwell 용력법에 의한 토크

4. 결론

SRM의 전기적 특성을 유한요소법으로 해석할 수 있는 알고리즘을 확립하고 이것을 컴퓨터 프로그램화하였다. 연구 개발된 컴퓨터 프로그램으로 SRM의 전기적 특성을 해석하여 보았다.

전류원 문제의 경우 실험을 통하여 얻은 토크와 유한요소해석에 의한 결과가 잘 부합되는 것을 알 수 있었다. 모터가 정속도로 회전한다는 가정 하에 외부 전압원과 회로의 임피던스를 고려한 고정자의 회로방정식과 유한요소법을 결합하여 SRM을 해석하였다. 12/16 SRM을 해석모델로하여 회전자를 0.2° 씩 회전시키면서 회전자의 위치에 따른 각 상에 흐르는 전류와 Maxwell 용력법을 이용한 토크를 계산하였다.

본 연구에서 제시한 알고리즘을 이용하여 SRM 구동회로의 스위칭 시퀀스를 두 가지의 경우로 시뮬레이션을 하였고, 그 결과로써 구동회로의 스위칭 시퀀스를 적절히 세어하여 토크의 리플을 개선 할 수 있다고 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] GRAHAM E. DAWSON, ANTHONY R. EASTHAN AND JERZY MIZIA, "Switched-Reluctance Motor Torque characteristics : Finite-Element analysis and Test Results", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. IA-23, no. 3, pp. 532-537, May 1987.
- [2] J.F. Lindsay, C. Eng, R.Arumugam, M. Sc., and R. Krishnan, "Finite-element analysis characterisation of a switched reluctance motor with multitooth per stator pole", IEE Proceedings, vol. 133, Pt. B. no. 6, pp. 347-353, November 1986.
- [3] N. Randum, "Design Considerations for the Switched Reluctance Motor", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 31, no. 5, pp. 1079-1087, September 1995.
- [4] 이향범, "스위치링크 모터의 유도전동기의 유한요소해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1995.