

## 유한요소법을 이용한 단상유도전동기의 시간차분해석

이향범\*, 한송엽\*, 박윤서\*, 정성기\*\*

\*서울대학교 전기공학과     \*\*삼성전자(주) 생활시스템연구소

## TDFA Analysis of Single-Phase Induction Motors

Hyang-Beom Lee<sup>\*</sup>, Song-yop Hahn<sup>\*</sup>, Yoon-Ser Park<sup>\*\*</sup>, and Seong-Ki Jeong<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Dept. of Electrical Eng., Seoul Nat'l Univ.

<sup>\*\*</sup>Living System R&D Center, Samsung Electronics Co., LTD.

**Abstract** -- In this paper, the characteristics of single-phase induction motors is studied using TDFA(Time Domain Finite Element) analysis. The magnetic field equation from the Maxwell's equations is solved using 2-Dimensional TDFA method, and the circuit equations from the stator and rotor are solved simultaneously. The 3-D effects, which are the end-leakage reactance and the resistance of end-rings are considered in 2-D combined equations. The proposed method is applied to the commercial single-phase induction motor. The calculated waveforms of the currents shows a good agreement with the measured ones.

### 1. 서론

유도전동기가 발명된 지 100여년이 훨씬 지난 지금에도 유도전동기의 사용은 산업계의 각 분야에서 확대되고 있다. 이는 유도전동기 해석기술의 발달 및 반도체 기술의 발달에 힘입은 것이다. 유도전동기의 역사 만큼이나 유도전동기의 해석기술은 오래 동안에 걸쳐 발전되었다. 해석기술은 등가회로에 기초한 방법과 전자기 수치해석기법에 기초한 방법으로 크게 나눌 수 있다. 전자는 해석시간이 빠른 반면 국부적인 부분에서의 값을 알기가 힘들고 비선형해석이 어려운 반면, 후자는 해석시간은 전자보다는 많이 걸리지만 국부적인 부분에서의 결과 및 비선형해석이 용이하다는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 시간차분유한요소법(TDFEM)을 이용하여 단상유도전동기를 해석하였다. 전동기 내부의 전자기적 현상은 맥스웰방정식을 이용하여 모델링하였다. 전압원 구동을 모델링하기 위하여 입력전압, 저항, 인덕턴스, 커피시턴스 및 역기전력부분은 회로방정식으로 모델링 되었다. 또한 회전자에서의 전류의

흐름도 회로방정식으로 모델링하였다. 이들 방정식은 하나의 시스템방정식으로 결합되어 동시에 해석이 가능하게 하였다. 자기코아부분에서의 자기포화에 의한 자기비선형성을 고려하였다. 고정자 및 회전자에서의 단부누설리액턴스 및 엔드링은 회로방정식에서 고려함으로써 2차원 유한요소해석기법을 이용하여 3차원량을 모델링하였다.

본 논문에서 제시한 방법을 커피시턴스가 있는 단상유도전동기에 적용하여 해석기법의 타당성을 살펴보았다.

### 2. 전자기 현상 모델링

맥스웰(Maxwell)방정식은 모든 거시적인 전자기 현상을 표현할 수 있는 방정식들로 이루어져 있다. 이 방정식들 중 유도전동기와 같이 와전류가 존재하고, 움직이는 물체가 존재하는 경우에 대해서는 다음과 같은 수식들을 사용하면 된다.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad : \text{페러데이 법칙} \quad (2-1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_e + \vec{J}_s \quad : \text{맥스웰-암페어 법칙} \quad (2-2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad : \text{가우스 법칙} \quad (2-3)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2-4)$$

$$\vec{J}_s = \sigma \vec{E} \quad (2-5)$$

위의 수식을 풀기 위하여 다음의 조건을 만족하는 자기벡터포텐셜을 도입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2-6)$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (2-7)$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} - \sigma \left( \frac{d\vec{A}}{dt} + \nabla \varphi \right) + \vec{J}_s = 0 \quad (2-8)$$

식 (2-8)을 2차원으로 해석시 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - \sigma \left( \frac{dA}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + J_s = 0 \quad (2-9)$$

### 3. 회로방정식

고정자부분에서 외부회로와 유한요소해석영역은 그림 3.1과 같이 모델링되며, 회로방정식은 다음과 같다.

$$V(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + V_c(t) + \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (2-10)$$

$$I(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (2-11)$$

여기서, 등가 회로 및 전자기 해석 영역과의 연결은 식 (2-10)의 마지막항에 의해서 표현된다.

그림 3.2에 회전자 등가회로를 나타내었다. 여기서,  $I_r$ 은 엔드링에 흐르는 전류이며,  $I_e$ 는 바에 흐르는 전류이고,  $\Delta V$ 는 바에 걸리는 전압이다. 이들의 관계 및 맥스웰방정식을 이용하여 정리하면 회전자에서의 방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2r_e} [D]^T [D] \left[ \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \sigma \left[ \int_0 \frac{dA}{dt} d\Omega \right] + \sigma \left[ \int_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} d\Omega \right] = 0 \quad (2-12)$$

여기서,  $r_e$ 는 엔드링의 저항이며,  $[D]$ 는 관계 행렬이다.

위 식 (2-9), (2-10) 및 (2-12)를 이용하여 회로방정식이 고려된 단상유도전동기의 특성을 해석할 수 있다.

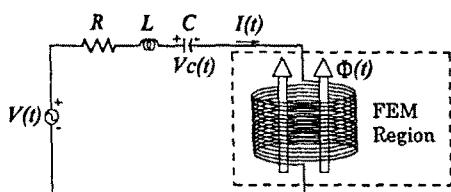


그림 3.1. 고정자 등가회로

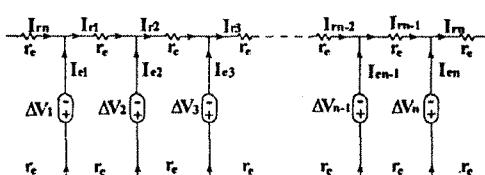


그림 3.2. 회전자 등가회로

### 4. 사례 연구

본 논문에서 제안한 해석방법을 상용 단상유도 전동기에 적용하였다. 표 1에 전동기의 사양을 나타내었다. 그림 6.1은 유한요소망으로 2775개의 절점 및 5473개의 요소를 가지고 있다. 그림 6.2에는 회전하는 경우의 자속을 나타내고 있다. 그림 6.3부터 실험에 의한 과정 및 유한요소해석을 이용한 경우의 계산 결과를 나타내고 있다. 입력전원의 고조파는 기본파의 크기를 100으로 하였을 때 5고조파가 약 4.5%, 3고조파 및 7고조파는 약 1.5% 정도이지만, 주권선 전류에는 5고조파가 17.5%, 3고조파가 약 6% 정도 포함되어 있다. 수치해석 결과에는 5고조파가 약 18% 정도 포함되어 있다. 실험치와 수치해석 결과를 비교할 때 약간의 오차는 있지만, 전체적으로 잘 맞는 것을 알 수 있으며, 시간차분법에서 해석시간간격을 줄이면 좀 더 정확한 해를 구할 수 있으리라 사료된다.

표 1. 단상유도전동기의 사양

목록	값	목록	값
정격전압	220[V]	주파수	60[Hz]
극수	2	정격출력	135[W]
주변온도	20[deg]	운전온도	75[deg]
고정자슬롯수	24	코아	S-30
고정자외경	125.2[mm]	고정자내경	61[mm]
공극	0.3[mm]	축방향길이	40[mm]
회전자슬롯수	28	회전자내경	19.04[mm]
R-Main	10[ohm]	Xe	6.06[ohm]
R-Aux	40[ohm]	C	3[uF]
엔드링외경	59.4[mm]	엔드링내경	36.4[mm]
엔드링폭	10[mm]	회전자바도전율	50[%]

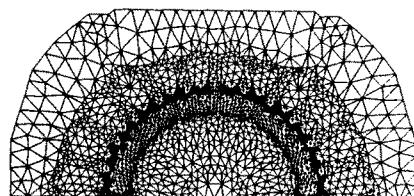


그림 6.1. 유한요소해석용 요소망

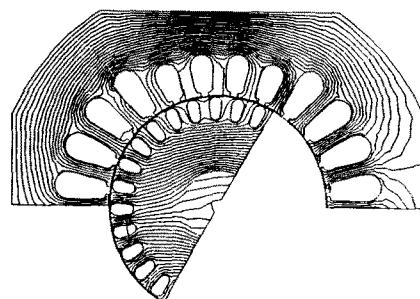


그림 6.2. 동전위 분포

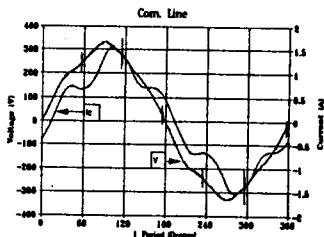


그림 6.3. 실험 : 공통선 전압 및 전류 파형

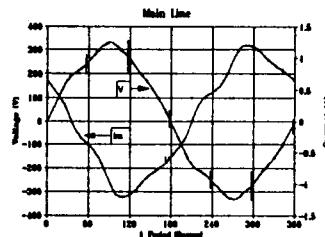


그림 6.7. 실험 : 주권선 전압 및 전류 파형

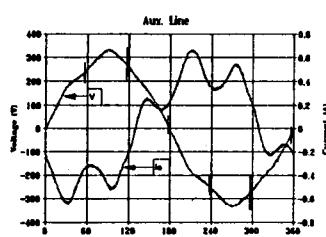


그림 6.11. 실험 : 보조권선 전압 및 전류 파형

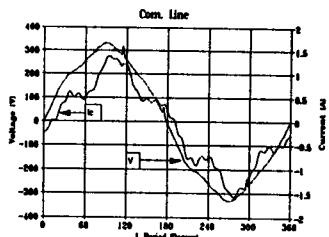


그림 6.4. 계산 : 공통선 전압 및 전류 파형

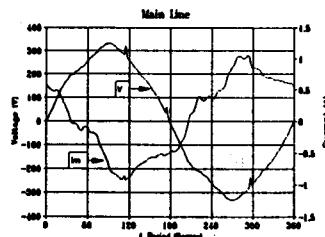


그림 6.8. 계산 : 주권선 전압 및 전류 파형

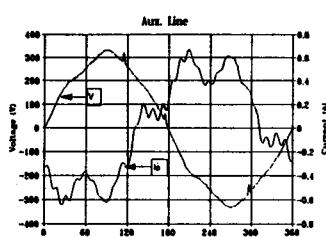


그림 6.12. 계산 : 공통선 전압 및 전류 파형

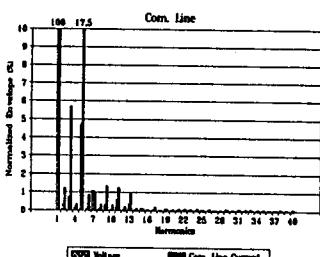


그림 6.5. 실험 : 공통선 파형의 고조파성분

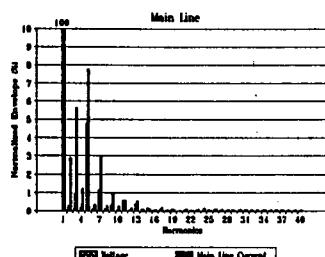


그림 6.9. 실험 : 주권선 파형의 고조파성분

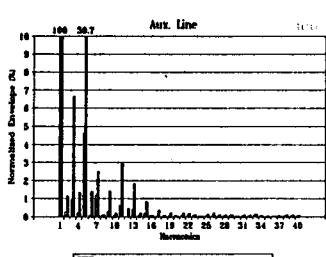


그림 6.13. 실험 : 보조권선 파형의 고조파성분

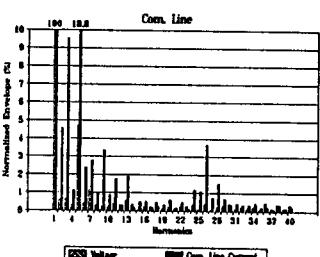


그림 6.6. 계산 : 공통선 파형의 고조파성분

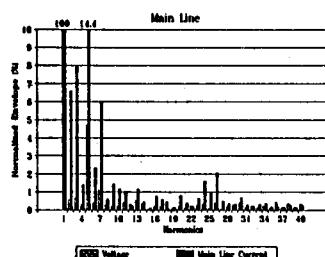


그림 6.10. 계산 : 주권선 파형의 고조파성분

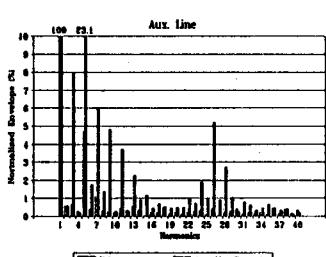


그림 6.14. 계산 : 보조권선 파형의 고조파성분

## 5. 결론

본 논문에서는 회로방정식이 고려된 유도전동기의 해석방법에 대하여 연구하였다. 전자기 해석부분은 시간차분유한요소(TDFE)법을 이용하였으며, 고정자 및 회전자부분의 회로방정식을 고려하여, 두 가지 방정식을 동시에 계산하여 정확한 특성해석을 기하였다. 본 논문에서 제안한 방법을 사용 카페시터 단상유도전동기에 적용하여 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하였다. 본 논문에서 제안된 방법은 고조파가 포함된 전원파형 또는 인버터구동 전원파형등에 효용성이 높으리라 사료된다.

## 참고문헌

- [1] 이향범, 스위치오퍼를 고려한 유도전동기의 유한요소해석, 1995년 서울대학교 박사학위논문.
- [2] Cyril G. Veinott, *Theory and Design of Small Induction Motors*, McGraw-Hill Book Company, N.Y., 1959.
- [3] D. Shen, G. Meunier, J. L. Coulomb, and J. C. Sabonnadiere, "Solution of Magnetic Fields and Electrical Circuits Combined Problems," *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.21, No.6, pp.2288-2291, 1985.
- [4] A. Arkkio, "Finite Element Analysis of Cage Induction Motors fed by Static Frequency Converters," *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 26, No. 2, pp. 551-554, 1990.