

## 와전류에 의한 초전도 전원장치의 온도특성 해석에 관한 연구

°오윤상, 배준한, 송명곤, 지창섭, 김호민, 고태국  
연세대학교 전기공학과

### The Analysis of Temperature Characteristics of a Superconducting Power Supply Due to the Eddy Current

°Yunsang, Joonhan Bae, Myungkon Song, Changsub Ji, Homin Kim, Taekuk Ko  
Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University

**Abstract** - This paper is studied on the numerical analysis of temperature distribution on the Nb-foil due to the eddy current under operating a superconducting power supply. The increase of rotating speed and magnetic flux above critical magnetic field lead to the temperature rising in the normal spot. The heat was distributed in the region of 30% distance from the center of the normal spot, but the most of the heat was transferred to LHe. Under operation of the sc power supply, the increase of rotation speed has the more influence on the temperature rising than that of magnetic flux. we can conclude that the rotating speed of normal spot is the main design consideration of the sc power supply, and get the optimal value of rotating speed.

#### 1. 서론

초전도 회로를 다중 연결 시키는 기하학적 구조를 이용하여 초전도 전원장치를 동작시킬 수 있다. 즉, 매 회전마다 상전도 영역에 의해서 이동되는 양만큼의 자계자속이 부하 회로와 추가로 쇄교되어 전류를 유기 시킨다. 이러한 형태를 회전자속형 초전도 전원장치라 한다.<sup>1)</sup>

본 연구에서는 회전자속형 초전도 전원장치를 기본 모델로 설정하여, 이동 자계를 웨빙자계 이상으로 가해 전류 펌핑을 시킬 때 normal spot상에 발생하는 와전류에 의한 온도 특성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 해석한다. 그리고 이를 이용하여 초전도 전원장치의 운전시 일어나는 냉매의 온도 상승, 열 손실 등을 최소화시킴으로써 시스템 주변장치의 열차폐충의 효율을 증가시키고, 초전도 시스템을 작동, 운영할 때 필요한 비용의 절감과 안정도를 높이는데 기본 목적이 있다.

#### 2. 초전도 전원장치의 모델설정 및 특성해석

##### 2.1 Normal spot 상의 와전류 발생

Nb-foil상에  $-z$ 축 방향으로 임계자기장보다 높은  $B$ 의 자장을 가할 때 Nb-foil상에는 가한 자장 형태와 같은 normal spot이 형성된다. 이 normal spot이 속도  $u$ 를 가지고  $y$ 축의 양의 방향으로 이동하면, normal spot상에는  $x$ 축의 방향으로 와전류가 유기 된다.<sup>2)</sup> 이 와전류에 의해 normal spot상에는 주울열이 발생하여 온도가 상승하게 된다.

그림 1의 와전류는 다음 식에 의해 유도된다.

$$\vec{J} = k\vec{E}_m = k\vec{u} \times \vec{B} \quad [A/m^2] \quad (1)$$

$\vec{E}_m [V/m]$  : normal spot 내부에서의 전기장

$\vec{u} [m/sec]$  : normal spot의 이동속도

$\vec{B} [T]$  : normal spot을 통과한 자속량

$k [\Omega/m]$  : 물질 상수

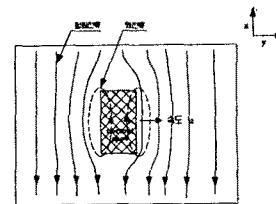


그림 1 normal spot 내의 와전류 분포

##### 2.2 수학적 모델설정

본 연구는 초전도 전원장치의 Nb-foil 상에서 와전류에 의한 온도분포해석을 목적으로 한다. 이를 위해서 실제 모델을 다음과 같이 모델링하였다. 그림 2는 실제 제작한 초전도 전원장치의 모형이다.

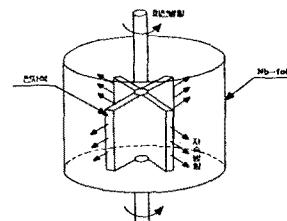


그림 2 초전도 전원장치의 3차원 모델

초전도 박막의 재료로 Nb을 사용하였다.<sup>4)</sup> 이것에 2차 임계자장 이상의 균일한 동적자계를 가한다. 초전도 Nb-foil은 자계가 가해진 normal spot 부분에 비하여 무한히 크다고 볼 수 있으며, 자석의 형태는 직사각형으로 한다. 3차원 직각좌표계에서 자석이 진행하는 방향에 명령한 축을  $y$ 축, Nb-foil에 수직인 축을  $z$ 축으로 정한다. 따라서 기하학적으로 자계가 가해진 Nb-foil의 중심을 좌표계의 원점으로 취하면  $z=0$ 인 평면에 대하여 완

전 대칭이라고 할 수 있다.

Nb-foil에 수직인 자석의 N극과 S극 사이의 간격을 매우 작게 하면 간극에서의 fringing 효과를 무시할 수 있고 초전도 영역과 normal 영역의 경계에서 coherence 길이는 약  $10^{-8}$  cm로 매우 작으므로 두 영역 사이의 경계는 매우 sharp하다고 가정할 수 있다. 또한 외부에서 가한 자장의 세기를 2차 임계자장보다 크게 하면 이 spot에서 Nb-foil은 혼합상태로 되는 과정을 겪지 않고 곧바로 펜칭된다고 볼 수 있다. 그리고, 침투 깊이는 약  $10^{-6}$  cm이하로 spot의 폭보다 매우 작으므로 자장의 수직 성분이 spot의 주변에서 갑자기 없어진다고 볼 수 있다.

그림 3은 회전자속형 초전도 전원장치의 2차원 근사모델이다.

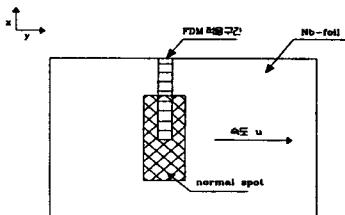


그림 3 회전자속형 초전도 전원장치의 2차원 근사모델

그림 4는 온도 상승을 해석하기 위해 Nb-foil상에 유한차분법 적용 구간을 정한 형태이다. 본 논문에서는 경계 조건으로 액체 헬륨에 의한 대류 조건과, normal spot 중심에서의 단열 조건을 적용하였으며, 이에 따른 normal spot 내부에서 x방향의 온도 분포를 해석하였다. 각 절점에서 온도 분포를 해석하기 위해 그림 4의 경계 조건을 이용하였다.

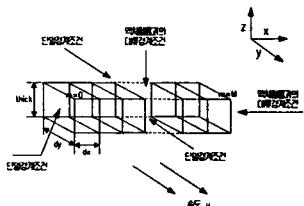


그림 4 유한차분법 적용을 위한 각 절점 형태

### 2.3 지배 방정식 및 경계 조건

경계면의 절점을 포함하는 제어체적에 대해 에너지 보존식을 검토하면 다음과 같다.<sup>2)</sup>

$$\left( \begin{array}{c} \text{시간 } n-1 \text{에서} \\ \text{제어체적내의} \\ \text{에너지} \\ \text{유출입 속도} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{시간 } n-1 \text{에서} \\ \text{제어체적내의} \\ \text{에너지 생성} \\ \text{및 소멸 속도} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \Delta t \text{시간 동안} \\ \text{제어체적내의} \\ \text{에너지} \\ \text{축적율} \end{array} \right) \quad (2)$$

시각  $n (=0,1,2,\dots)$ 에서 각 절점  $m (=0,1,2,\dots,M)$ 의 온도를  $T_m^n$ 이라 하면, 식 2에 따라 내부절점에서 온도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_m^n &= \frac{\Delta t}{C_v(T_{m-1}^{n-1})} G(T_{m-1}^{n-1}) + \frac{c\Delta t\Delta y\lambda(T_{m-1}^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_{m-1}^{n-1})} T_{m-1}^{n-1} \\ &+ \frac{c\Delta t\Delta y\lambda(T_{m+1}^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_{m-1}^{n-1})} T_{m+1}^{n-1} + T_{m-1}^{n-1} \frac{h\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta V C_v(T_{m-1}^{n-1})} \\ &+ \left( 1 - \frac{2c\Delta t\Delta y\lambda(T_{m-1}^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_{m-1}^{n-1})} - \frac{h\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta V C_v(T_{m-1}^{n-1})} \right) T_m^{n-1} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Delta V : \Delta x \cdot \Delta y \cdot c$$

$C_v(T)$  : 단위체적당 비열

$h$  : 헬륨의 열전달 계수

$\lambda(T)$  : Nb-foil의 열전도.

$\rho(T)$  : Nb-foil의 비저항

또한,  $G(T)$ 는 단위체적당 열발생율로서 다음식과 같다.

$$G(T_{m-1}^{n-1}) = \frac{I_e^2 R_n(T_{m-1}^{n-1})}{a \cdot b \cdot c} = \frac{I_e^2 \rho(T_{m-1}^{n-1})}{b^2 \cdot c^2} \quad (4)$$

여기서  $a$  및  $b, c$ 는 각각 normal spot 세로 및 가로의 길이, Nb-foil의 두께이다.

#### 2.3.1 초기 조건 및 경계점에서의 차분식

초기 상태에서 초전도 전원장치의 온도는 냉매인 LHe의 온도와 같다.

$$T_m^0 = 4.2K \quad (5)$$

normal spot의 중심에서는 단열 조건과 대류 조건을 이용하여 다음과 같은 경계 조건을 구하였다.

$$\begin{aligned} T_0^n &= \frac{2c\Delta t\Delta y\lambda(T_0^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_0^{n-1})} T_1^{n-1} + \frac{h\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta V C_v(T_0^{n-1})} T_{bw} \\ &+ \left( 1 - \frac{2c\Delta t\Delta y\lambda(T_0^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_0^{n-1})} - \frac{h\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta V C_v(T_0^{n-1})} \right) T_0^{n-1} \\ &+ \frac{\Delta t}{C_v(T_0^{n-1})} G(T_0^{n-1}) \end{aligned} \quad (6)$$

또한, 냉매인 LHe에 잠겨있는 Nb-foil의 외측표면에서는 전도 열과 LHe으로의 대류열에 의한 열전달이 존재하며, 이에 따른 에너지 보존 법칙을 적용할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_m^n &= \frac{2c\Delta t\Delta y\lambda(T_{m-1}^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_{m-1}^{n-1})} T_{m-1}^{n-1} + \frac{h\Delta y\Delta t(\Delta x + 2c)}{\Delta V C_v(T_m^{n-1})} T_{bw} \\ &+ \left( 1 - \frac{2c\Delta t\Delta y\lambda(T_{m-1}^{n-1})}{\Delta V\Delta x C_v(T_{m-1}^{n-1})} - \frac{h\Delta y\Delta t(\Delta x + 2c)}{\Delta V C_v(T_m^{n-1})} \right) T_m^{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

#### 2.3.2 안정 조건 (Stability Criterion)

미소 거리  $\Delta x$ 와 미소 시간  $\Delta t$ 는 임의로 정할 수 있는 값이지만, 유한차분법을 이용하여 미분방정식의 해를 구할 때 해가 타당성을 갖기 위해서는  $\Delta t$ 는 다음과 같은 안정 조건의 범위 안에 있어야 한다.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \Delta y C_v(T)}{\lambda(T) + \frac{\Delta x \Delta y h}{c} + h \Delta x} \quad (8)$$

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과 고찰

본 3장에서는 2장에서 구한 온도 특성 지배 방정식 및 경계 조건을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션한 결과에 관해 서술하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 프로그램은 Mathworks사의 Matlab을 이용하였으며, 프로그램의 크기는 470행이다.

그림 5는 온도 특성 프로그램의 흐름 도이다.

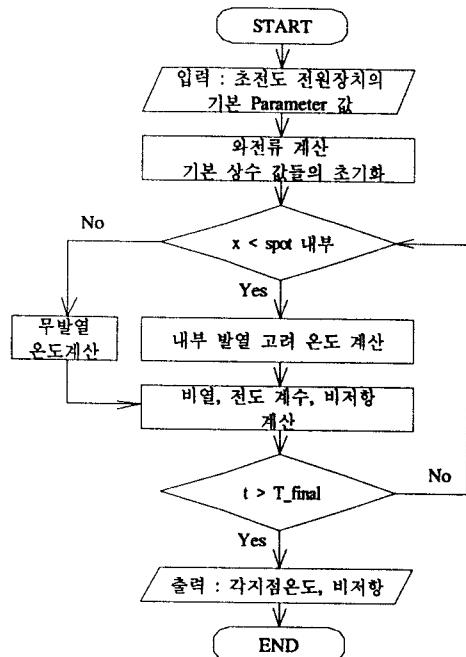


그림 5 온도 해석 프로그램 흐름도

### 3.1 결과 고찰

그림 6, 7은 0.32T, 0.36T의 자장 값으로 회전속도를 각각 600, 800, 1000rpm으로 변화시킬 때의 Nb-foil상의 중심에서부터 끝까지의 온도 분포이다. 600rpm으로 회전시 normal spot 중심에서는 약 6.4K까지 온도 상승이 있지만, normal spot내부에서의 열 전달은 약 8mm정도로서 전체 normal spot길이의 약 32% 까지만 일어나는 것을 알 수 있다. 1000rpm으로 회전속도를 높였을 때도 같은 결과를 볼 수 있다. 이러한 결과로, 실제 초전도 전원장치를 설계할 때 전류 펠피움에 큰 영향을 미치는 normal spot의 크기를 정할 수 있다.

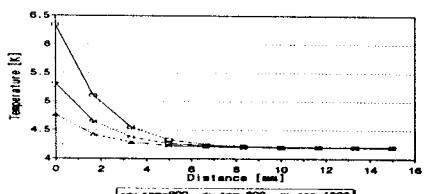


그림 6 B=0.32T일 때 온도 분포

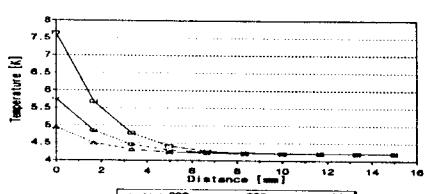


그림 7 B=0.36T일 때 온도 분포

그림 8, 9는 온도 분포를 시간 및 normal spot중심에서의 거리

에 따라 3차원으로 나타낸 것이다. 온도 상승 구간은 normal spot이 지나가는 회전주기와 일치하는 펄스파형태로 일어나며, 회전속도의 증가에 따라 온도 상승의 주기가 빨라짐을 알 수 있다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 펜칭자장의 증가보다는 회전속도의 증가가 normal spot내부에서의 온도 상승을 크게 하는 원인임을 알 수 있다. 이점은 초전도 전원장치의 설계시 고려할 수 있는 제한 조건이 될 수 있다. 회전속도의 과다한 증가는 normal spot의 상승 온도 회복 시간 보다 빠른 열발생주기를 가질 수 있으므로 초전도 전원장치의 전체 펜치를 일으킬 수도 있다.

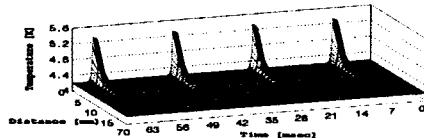


그림 8 B=0.32T rpm=800일 때 3차원 온도 분포

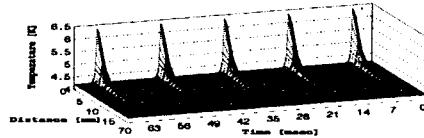


그림 9 B=0.32T rpm=1000일 때 3차원 온도 분포

### 4. 결론

본 논문은 회전자속형 초전도 전원장치를 기본 모델로 하여 펜칭자계 이상의 이동자계를 가할 때 normal spot상에 발생하는 와전류에 의한 Nb-foil의 온도분포를 컴퓨터 시뮬레이션하였다.

본 논문의 결과는 다음과 같다. 회전속도 및 펜칭자장의 증가는 normal spot내부의 온도 상승을 일으킨다. normal spot내부에서 발생한 열은 중심에서부터 약 30%정도 내부에서만 온도 상승을 유발하였다. 초전도 전원장치의 운전시 회전속도의 증가가 펜칭자계의 증가보다 normal spot내부에서의 온도 상승에 미치는 영향이 지배적이다. 따라서 normal spot의 회전속도는 초전도 전원장치의 설계시 고려되어야 할 주요 설계 파라미터이며, 본 연구 결과 안정된 회전속도의 값을 구할 수 있었다.

### 참고 문헌

- [1] A.C.Rose-Innes, "A superconducting magnetic flux compressor" Cryogenics., vol.13, pp103-, 1973
- [2] 홍준표, 열전도·확산의 수치해석, 반도출판사, pp45-70, 1991
- [3] G.W.Webb, "Low temperature electrical resistivity of pure niobium" Phys. Rev., vol.181, no.3, 1969
- [4] P.H.Kes, et al., "Thermal conductivity of niobium in the purely superconducting and normal states" J. of Low Temp. Phys., vol.17, no.314, pp341, 1974
- [5] Taekuk Ko and O.K. Mawardi, "Current distribution in a moving spot fluxpump" IEEE Trans. on magn., vol.23, no.2, pp.584-586, March, 1987