

사구 슬롯이 있는 콘덴서 구동형 단상 유도 전동기의 Radial force 해석

장 정환, 현 동석
한양대학교 전기공학과

Radial Force Analysis of a Single-Phase Permanent Split Condenser Induction Motor with skewed slots

Chang Jung Hwan, Hyun Dong Seok
Dept. of Electrical Eng., Hanyang University

Abstract

This paper presents an analysing method of radial force densities acting on each stator tooth of an induction motor with skewed slots. Two-dimensional finite element method is used for electromagnetic field analysis of an induction motor, and skew effects are considered by coupling several disks cut by planes perpendicular to the shaft. Radial force densities as a source of vibration are calculated along the surface elements of each stator tooth and its time harmonics are examined by discrete Fourier decomposition.

1 서론

전기 기계에 있어서의 기계적 진동은 고정자에 작용하는 전자기적인 힘이 주요원인이 된다. 특히 외부가진력의 전동수가 기계의 고유 전동수와 일치할 때 공진이라고 하는 현상에 의해 기계부품의 막모 및 파도한 소음을 유발하게 된다. 그러므로 전기 기계의 진동해석에 있어서는 외부가진력 즉 자기적 힘의 정확한 분석이 필수적이다.

자기를 해석하는 하나의 방법으로 자기 벡터 포텐셜 A 와 전류밀도 J 와 같은 전자기의 물리량이 시간에 대하여 정현적인 변화를 한다고 가정하는 복소 근사법이 있는데, 이는 고정자의 치 표면에 작용하는 surface force의 시간 및 공간고조파를 해석하는 데는 적당하지 못하다. 본 논문에서는 시간 차분법을 이용한 자계해석을 수행하였다.

고정자에 작용하는 자기적 힘의 정확한 분석을 위해서는 치와 슬롯의 도체에 작용하는 힘의 분포가 모두 계산되어져야 하지만, 도체에 비해 치에 작용하는 힘이 상대적으로 크기 때문에 본 논문에서는 맥스웰 용력법으로 치의 표면 요소들을 따라 radial force density를 계산하고 푸리에 변환을 통해 시간고조파를 분석하였다.[1] 계의 동특성 및 각 시간 스텝에서 운동방정식과 결합된 회전자의 이동은 후퇴차분법과 이동 mesh로 모델링 하였다.

2 해석 방법

사구 슬롯이 있는 단상 유도 전동기의 정확한 해석을 위해서는 3차원 전자장 수치해석법을 사용해야 되지만, 현재까지는 3차원 해석법의 실제적인 응용이 주로 형상이 간단한 모델에 적용되어 왔고, 또한 계산시간 및 계산기 용량의 측면에서 비효율적이라 볼 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 2차원 유한 요소법을 사용하여 회전자의 사구 슬롯, end-ring end-winding과 같은 3차원적인 영향을 고려할 수 있는 근사적인 방법을 제시하였다.

해석 대상은 24개의 고정자 슬롯과 34개의 회전자 바가 있는 4극 280W 콘덴서 구동형 단상 유도 전동기로 그림 1과 같다.

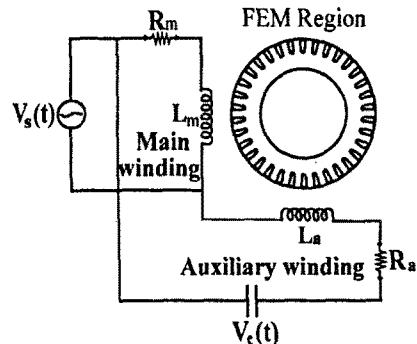


그림 1 해석 모델

2.1 계 방정식

단상 유도전동기의 계 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A) - J_{ext} + \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} - \nu \times B \right) + \sigma \nabla \phi = 0 \quad (1)$$

여기서 전기 스칼라 포텐셜 ϕ 의 그레디언트는 회전자 바의 양단에 유기된 전압으로 자기 벡터 포텐셜 A 를 이용해서 나타낼 수 있다.

2.2 회로 방정식

전압원으로 구동되는 유도기를 해석하기 위해서, 계 방정식은 회로 방정식과 결합해야 한다. 특히 end-winding과 end-ring의 임피던스를 고정자와 회전자의 회로 방정식에 포함으로써 2차원 해석의 정밀도를 높일 수 있다.

a 고정자 회로 방정식

고정자 회로에 있어서 주권선 및 보조권선에 Kirchhoff의 전압법칙을 적용하고, 콘덴서 양단의 전압 전류 관계를 고려하면 다음과 같은 방정식이 성립한다.

$$V_s = R_m I_m + L_m \frac{dI_m}{dt} + \frac{d\phi_m}{dt} \quad (2)$$

$$V_s = R_a I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + \frac{d\phi_a}{dt} + V_c \quad (3)$$

$$V_c = \frac{1}{C} \int I_a dt \quad (4)$$

여기서 $\frac{d\phi_m}{dt}$ 과 $\frac{d\phi_a}{dt}$ 는 각 권선의 유기 기전력 항으로 자기 벡터 포텐셜로 나타낼 수 있다.

b 회전자 회로 방정식

회전자 바는 end ring에 의해 단락되어 있는 도체들로 하나의 다상 회로로 묘사 할 수 있다. 회전자 회로 방정식에 대한 자세한 구성은 참고 문헌 [2],[3]에 수록되어 있다.

2.3 시간 의존성

시간 미분항의 처리를 위해 후퇴 차분법에서는 자기 벡터 포텐셜과 전류를 다음과 같이 근사화 한다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{I_{t+\Delta t} - I_t}{\Delta t} \quad (6)$$

2.4 사구 모델링

사구 슬롯이 있는 회전자를 2차원으로 묘사하는 하나의 방법은 그림 2와 같이 실제의 유도 전동기를 축방향으로 수직한 몇 개의 단면으로 나누어서 해석하는 방법이다. 이 때 각 단면의 고정자 권선과 회전자 바의 전류는 연속되어야 한다는 조건을 만족시키도록 하여 하나의 결합된 메트릭스 형태로 나타낼 수 있다.

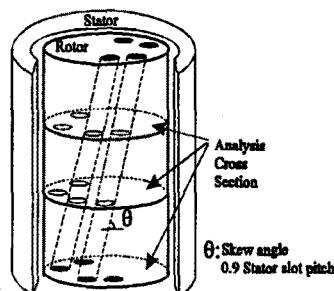


그림 2 사구 모델링

2.5 회전자의 이동

회전자를 매 시간 스텝마다 다음의 운동방정식에 의한 기계 각 만큼 회전시키면서 이동을 고려할 수 있다

$$J \frac{d\omega}{dt} + k_i \omega = r - r_L \quad (7)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (8)$$

식(8)에서 계산된 회전각도는 sliding surface 기법에 의해 모델링되는데 이는 sliding surface의 양 경계면에서의 포텐셜이 같다는 개념에서 출발한다. 동특성 해석의 흐름도는 그림 2와 같다.

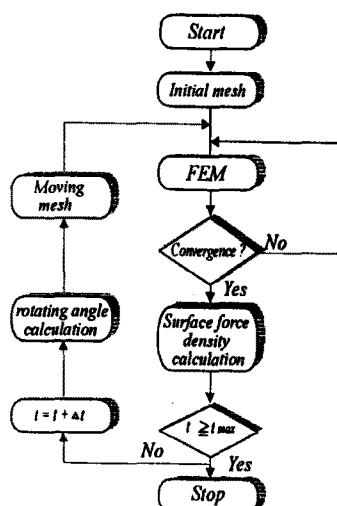


그림 3 동특성 흐름도

3 Radial force density의 해석

3.1 계산 방법

자성체에 있어서 맥스웰 운력법으로 유도한 surface force density는 다음과 같이 표현할 수 있다.[4]

$$F_r = [H_1(B_1 \cdot n_{12}) - (B_1 H_1/2) n_{12}] \quad (9)$$

$$-[H_2(B_2 \cdot n_{12}) - (B_2 H_2/2) n_{12}]$$

여기서 H_1 과 B_1 은 각각 경계면에 인접한 surface element의 자계 강도와 자속 밀도를 나타낸다. n_{12} 는 경계면에 수직한 단위벡터로 투자율이 높은 영역에서 낮은 영역으로 향한다.

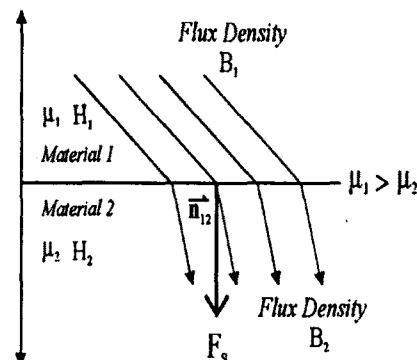


그림 4 맥스웰 운력법

3.2 주파수 분석

고정자의 치 표면에 작용하는 radial force density의 이산 푸리에 전개는 다음식에 의해 이루어진다.

$$F(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N/2-1} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (10)$$

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F(\omega t_i),$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F(\omega t_i) \cos n\omega t_i,$$

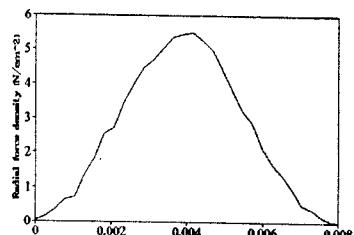
$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N F(\omega t_i) \sin n\omega t_i, \quad (n=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1)$$

식 (10)에서 N은 surface force 함수의 한주기, 즉 전기각으로 180도 동안에 사용된 시간 간격의 2배로 본 논문에서는 64이다. 이는 치에 작용하는 자기력의 기본파는 전원 주파수의 2배로 전동한다는 사실에서도 알 수 있다.

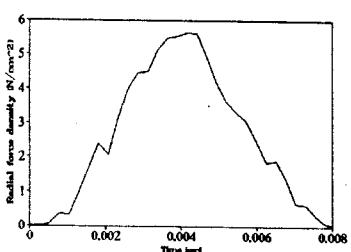
3.3 해석 결과

그림 5는 각 단면의 치에 작용하는 radial force density의 시간영역 전개를 보여주고 있는데, 이는 매 시간 스텝마다 일정 지점에서의 radial force density의 순시값을 나타낸 것이다. 슬롯과 치에 의한 고조파의 영향으로 힘의 폭포가 생기고, 또한 각 단면에서 힘의 분포 양상이 다르다는 것을 알 수 있다.

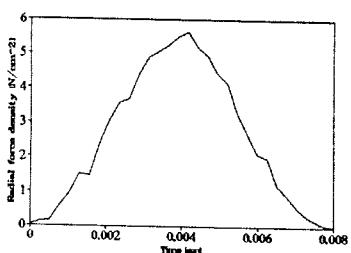
그림 6은 radial force density를 각 단면에 대해 이산 푸리에 전개한 결과이다. 사구 슬롯의 영향으로 각 단면마다 동일한 지점에 대한 힘의 주파수 스펙트럼이 다를 수 있다. 표 1은 각 단면에서의 힘의 시간 고조파의 크기를 비교한 것이다.



(a) 첫번째 단면

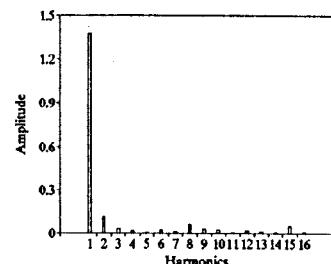


(b) 두번째 단면



(c) 세번째 단면

그림 5 각 단면에서의 Radial force density



(c) 세번째 단면

그림 6 Radial force density의 이산 푸리에 전개

표 1 Characteristics of radial force harmonics

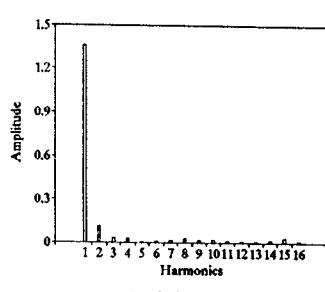
| Harmonics order | 주파수 [Hz] | Radial force densities [N/cm^2] | | |
|-----------------|----------|-------------------------------------|---------|---------|
| | | 첫번째단면 | 두번째단면 | 세번째단면 |
| 2 | 120 | 1.36086 | 1.36839 | 1.37150 |
| 4 | 240 | 0.10912 | 0.15435 | 0.10933 |
| 6 | 360 | 0.03122 | 0.05107 | 0.03018 |
| 8 | 480 | 0.02614 | 0.05419 | 0.01804 |
| 10 | 600 | 0.04739 | 0.02839 | 0.04817 |
| 12 | 720 | 0.01263 | 0.05193 | 0.02457 |
| 14 | 840 | 0.01401 | 0.02804 | 0.01129 |
| 16 | 960 | 0.02595 | 0.06478 | 0.05999 |
| 18 | 1080 | 0.01309 | 0.05659 | 0.02806 |
| 20 | 1200 | 0.02056 | 0.04437 | 0.02183 |
| 22 | 1320 | 0.01240 | 0.01901 | 0.03169 |
| 24 | 1440 | 0.05361 | 0.02437 | 0.01323 |
| 26 | 1560 | 0.06870 | 0.09484 | 0.09022 |
| 28 | 1680 | 0.01428 | 0.02325 | 0.04168 |
| 30 | 1800 | 0.02887 | 0.02823 | 0.04665 |

4 결론

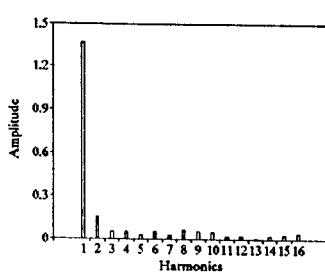
본 논문에서는 사구 슬롯이 있는 콘덴서 구동형 단상 유도 전동기를 대상으로 고정자의 치에 작용하는 힘을 계산하고, 이산 푸리에 변환을 통해 시간 고조파를 분석하였다. 슬롯과 치에 의한 radial force density의 예상 현상뿐 아니라, 사구된 회전자 슬롯의 영향으로 축방향 힘의 변화를 확인하였다. 사구각과 공진 현상파의 관계를 규명하는 것은 앞으로의 연구 과제가 될것이다.

REFERENCES

- [1] Y. Lefevre et al, "Determination of synchronous motor vibrations due to electromagnetic force harmonics". IEEE Trans. Magnetics, Vol. 25, No. 4, pp. 2974- 2976, 1989.
- [2] A. Arkkio, *Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations*. Helsinki 1987, Acta Polytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series No. 59.
- [3] E. Vassent et al, "Simulation of induction machine operation using a step by step finite element coupled with circuits and mechanical equations. IEEE Trans on Magnetics, Vol. 27, No. 6, pp. 5232-5234, 1991.
- [4] G. Henneberger et al, "Procedure for the numerical computation of mechanical vibrations in electrical machines". IEEE Trans on Magnetics, Vol.28, No.2, pp. 1351-1354, 1992.



(a) 첫번째 단면



(b) 두번째 단면