

## 다중모델적용추정방식을 이용한 강우-유출량의 실시간 예측

### Real time Forecasting of Rainfall -Runoff using Multiple Model Adaptive Estimation

<sup>0</sup>최 선 옥\*, 김 운 해\*\*, 권 혁 룡\*, 김 영 철\*

\* : 충북대학교 전자공학과 (Tel: 0431-61-2475; Fax:0431-272-2475; E-mail: yckim@cbucc.chungbuk.ac.kr)

\*\* : 한국 수자원공사

**Abstract** The storage function method(SFM) is one of hydrologic flood routings which has been used most widely in Korea and Japen. This paper presents a storage function method using multiple model adaptive estimation(MMAE), in which a model set is generated by partitioning storage parameters over feasible range, and each storage function model is estimated, and then the weighted average of them is calculated. Finally, the future runoff is predicted in real time by means of observed data of water level at dam and rainfall. Simulation results applied to actual data show that the proposed method has much better performance than that of conventional SFM.

**Keywords** SFM, MMAE, runoff

#### 1. 서 론

홍수조절을 위한 댐의 운영에 있어 홍수조절의 효과를 증대시키기 위해서는 수문 사상의 빠른 시간변화에 실시간으로 자료의 취득 및 분석과 수문 개폐 등의 의사결정이 신속하고 정확하게 이루어져야 하며, 효율적인 홍수조절을 위하여는 댐으로 유입되는 홍수량을 신속하고 정확하게 산정하고 예측을 할 수 있어야 한다. 일반적으로 댐으로의 홍수 유출산정에는 유출모형(rainfall runoff model)을 사용하게 되나 자연현상으로서 강우-유출과정을 모형화하는데 따르는 복잡한 과정이 수반되며 수문자료의 비선형성 및 비정규성 등으로 인하여 많은 오차를 포함한다.

현재 국내에서는 하천 유출량 예측 및 홍수예정보 시스템으로 Kalman filter와 저류함수 유출 모형(storage function runoff model)이 이용되고 있다[4][5]. Kalman filter에 의한 방법은 시스템 식별(system identification)을 통해 강우-유출 과정모형을 설정하여야 하며 주로 적용되고 있는 저류함수법은 저류함수를 형성하는 상수를 결정해야 유출량의 예측이 가능하나 댐상류 유량 자료 및 강우자료의 부족 및 부정확성으로 인해 상수를 지속적으로 보정해주어야 한다는 문제를 가진다[4].

본 논문의 목적은 댐유역에서의 호우발생시 댐의 실시간 운영을 위한 유출량의 결정에 대해 MMAE 방식을 제시하는데 있다. 현재 수자원공사에서 이용되고 있는 저류함수모형에 대해 강우-유출 모형을 결정하는 강우와 유출정도에 따라 선정해야 하는 저류상수 범위내에서 매개변수 변화특성에 따라 다중모델을 구성하고 홍수시 입출력 정보에 의해 근사모델의 유출량에 적용하여 유출량을 산정하였다. 충주댐 평창강 유역에 제시한 방법을 적용함으로써, 그 타당성과 유용성을 고찰한다.

#### 2. 저류함수 유출모형

저류함수법은 하천 유역이나 하도에 대한 저류량과 유출량 사이의 관계를 나타내는 저류함수를 연속 방정식과 조합하여 홍수 유출량을 산정하는 방법으로 실제 홍수류의 특성인 흐름의 변화가 늦은 부정류의 홍수유출 특성이 반영되고 심한 경사와 집중호우에 의한 유역계의 유입과 유출의 비선형성을 고려한다는 점에서 유리하다. 반면 유역의 다양한 특성이 단순히 저류상수들에

의해 반영되게 되므로 분석기간이 긴 경우(단위 호우사상이 연속적으로 발생하여 유역 침투 유입량이 2회 이상인 경우) 정확도가 떨어지는 문제점이 있다[2].

저류함수법의 기본흐름과 주요인자에 대한 유역의 유출모형은 그림2.1과 같다.

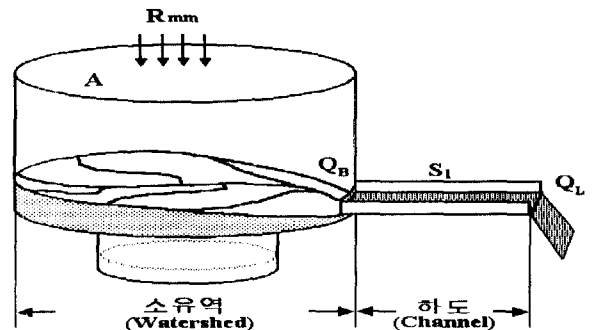


그림2.1 유역 유출 모델

홍수 유출을 Manning의 경험식을 따르는 표면류(surface flow)라 가정하면 하도의 유역 또는 하도의 저류량 S는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_1(t) = K Q_1(t)^P \quad (2.1)$$

K와 P는 유역과 하도의 저류상수이고 Q<sub>1</sub>은 자연시간이 고려된 직접 유출을 나타내며 식(2.1)의 운동방정식을 다음의 연속방정식과 조합하여 유역 및 하도의 유출을 산정한다.

$$\frac{1}{3.6} f \cdot R_{ave} \cdot A - Q_1 = \frac{dS_1}{dt} \quad (2.2)$$

f는 유입계수, R<sub>ave</sub>는 평균강우량, A는 유역(하도)면적, Q<sub>1</sub>은 유역(하도)유출량, S<sub>1</sub>은 유역 저류량을 나타낸다.

#### 2.1 유역의 유출 해석

유역의 저류함수의 기본식은 이미 식(2.2)에 나타낸바와 같이 하도의 연속식의 I 또는 f · I를 1/3.6 · f · R<sub>ave</sub> · A로 바꿔놓은 것이고 유역저류량 S와 유출량 Q와의 관계는 하도의 운동식과 같

같게된다. 실제로 유출계산에 있어서는 유역저유고, 유출량을 유역면적  $f \cdot A$ 로 나누어 단위저유고  $q$ 로 하고 이것을 변수로서 계산한다.

$$\frac{dS_i(t)}{dt} = Re(t - T_i) - q_i(t) \quad (2.3)$$

이때 홍수유출은 Manning의 평균 유속식을 운동방정식으로 하는 표면류로 가정한다.

$$S_i(t) = K_B q_i(t)^{P_B} \quad (2.4)$$

여기서,  $S_i$ 는 저유고,  $Re$ 은 유효강우,  $T_i$ 은 지연시간,  $q_i$ 은 전 강우에 의한 단위유출고이다. 식(2.3)과 (2.4)는 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{S_i(t)}{dt} = K_B \cdot P_B q_i(t)^{(P_B-1)} \cdot \dot{q}_i(t) \quad (2.5)$$

$$K_B \cdot P_B q_i(t)^{(P_B-1)} \cdot \dot{q}_i(t) = Re(t - T_i) - q(t) \quad (2.6)$$

유역에서의 전 유역 단위 유출고는 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\dot{q}_i(t) = \frac{1}{K_B \cdot P_B} [Re(t - T_i) \cdot q(t)^{(1-P_B)} - q(t)^{(2-P_B)}] \quad (2.7)$$

여기에서  $q(t)^{(1-P_B)}$ 는 유출역,  $q(t)^{(2-P_B)}$ 는 침투역에 대하여 각각 식(2.3)과 (2.4)에서 계산된 단위 유출고이다.

따라서 유역 유출량은 기저유출(조기유량)을 포함하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_B(t) = \frac{1}{3.6} q_i(t) \cdot f_i \cdot A + q_b \quad (2.8)$$

$Q_B$ 는 전 유역의 총 유출량,  $f_i$ 는 유입계수,  $A$ 는 유역면적이며  $q_b$ 는 기저유출이다.

이때 전유역 유출고의 시간 변화율은 식(2.7)을 이용하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\dot{Q}_B(t) = \frac{1}{3.6} \cdot f_i \cdot A \cdot \dot{q}_i(t) \quad (2.9)$$

$$= \frac{f_i \cdot A}{3.6} \cdot \frac{1}{K_B \cdot P_B} [Re(t - T_i) q_i(t)^{(1-P_B)} - q_i(t)^{(2-P_B)}] \quad (2.10)$$

## 2.2 하도의 유출해석

매 시간의 하도의 유출량은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_B - Q_i = \dot{S}_i \quad (2.11)$$

여기서  $Q_B$ 는 단위 시간동안의 유역 유출량,  $Q_i$ 은 단위시간동안의 하도의 유입량이며  $S_i$ 는 하도의 저류량이다.

유수가 하도를 유하하는데 필요한 시간, 즉 지연시간을  $T_i'$ 라 하면 식(2.1)은 하도의 저류량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_i = K_C \cdot Q_i^{P_C} = T_i' \cdot \dot{Q}_i \quad (2.12)$$

식(2.11)은 아래와 같이 변형하여 나타낼 수 있다.

$$\dot{S}_i = K_C \cdot P_C \cdot Q_i^{P_C-1} \cdot \dot{Q}_i - T_i' \cdot \dot{Q}_i \quad (2.13)$$

식(2.11)과 식 (2.13)을 이용하여 다음과 같이 하도에서의 유출량에 시간 변화율로 정리할 수 있다.

$$Q_B(t - T_i') - Q_i = [K_C \cdot P_C \cdot Q_i^{P_C-1} - T_i'] \dot{Q}_i \quad (2.14)$$

$$\dot{Q}_i(t) = \frac{[Q_B(t - T_i') - Q_i(t)]}{[K_C \cdot P_C \cdot Q_i^{P_C-1} - T_i']} \quad (2.15)$$

이와 같은 방법은 우량측정의 오차나 우량 자료로부터 유역평

균강우량  $R_{ave}$ 계산과정에서의 오차가 발생하며, 복잡 다양한 분할 유역 또는 하도 특성을 정확히 표시할수 없는 저류모형 계수 ( $K_B, P_B, T_i, f_i, K_C, P_C, T_i'$ )의 부적합에 기인하여 예측 및 계산 유출량이 일치하지 못함으로써 예측계산의 신뢰성을 제고시키고 있다.

## 3. 저류함수 모형의 다중모형적응추정

저류함수법은 댐 유역에서 시간에 따른 변화와 지형적 경사 그리고 집중호우 등에 의해 강우-유출모형의 저류상수는 불확실성을 내포하게 된다. 다중모형적응 알고리즘은 불확실성을 갖는 파라미터의 범위를 분할하여 유한개의 다중모형 집합으로 표현하고, 파라미터의 실제값이 분할된 특정값과 같아질 때의 가설 확률을 식별함으로써 적용시키는 구조를 갖는다[1][2][3].

다중모형 적응추정에서는 저류모형의 주요 저류상수 ( $K_B, P_B, T_i, f_i, K_C, P_C, T_i'$ )를 과거의 홍수자료를 바탕으로 N개의 모형으로 분할하고 조합중에 있다고 다음과 같이 가정한다. 유역에 대한 저류상수의 분할 가정은 다음과 같다.

$$K_B \in \{K_{B1}, K_{B2}, \dots, K_{BN}\}, P_B \in \{P_{B1}, P_{B2}, \dots, P_{BN}\} \quad (3.1)$$

$$T_i \in \{T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iN}\}, f_i \in \{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{iN}\}$$

하도에 대한 저류상수의 모델 분할에 대한 가정은 다음과 같다.

$$K_C \in \{K_{C1}, K_{C2}, \dots, K_{CN}\} \quad (3.2)$$

$$P_C \in \{P_{C1}, P_{C2}, \dots, P_{CN}\}, T_i' \in \{T_{i1}', T_{i2}', \dots, T_{iN}'\}$$

저류함수모델에 대한 MMAE에서 파라미터 식별의 문제는 다음과 같이 유역과 하도에 대해 N개의 가설  $H_i$ 에 대한 가설 검증의 문제로 볼 수 있다.

$$H_B = H_{Bi} \text{ if } K_B = K_{Bi}, P_B = P_{Bi}, T_i = T_{i1}, f_i = f_{i1} \quad (3.3)$$

$$H_C = H_{Ci} \text{ if } K_C = K_{Ci}, P_C = P_{Ci}, T_i' = T_{i1}' \quad i = 1, 2, \dots, N$$

위의 가정하에서 저류함수법에 의한 강우-유출 모델은 유역과 하도에 대해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{Q}_{Bi} = \frac{f_{i1} \cdot A}{3.6} \cdot \frac{1}{K_{Bi} \cdot P_{Bi}} [Re(t - T_{i1}) q_i(t)^{(1-P_{Bi})} - q_i(t)^{(2-P_{Bi})}] \quad (3.4)$$

$$\dot{Q}_{Ci}(t) = \frac{[Q_{Bi}(t - T_{i1}') - Q_i(t)]}{[K_{Ci} \cdot P_{Ci} \cdot Q_i^{P_{Ci}-1} - T_{i1}']} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.5)$$

이 조건부 확률은 Bayesian 규칙을 이용하여 다음과 같이 실시간 순환방법으로 표현된다.

$$P_i(t) = \frac{p(Q(t) | H_i, R_{ave}(t-1), Q(t-1))}{\sum_{j=1}^N P_j(t-1) p(Q(t) | H_j, R_{ave}(t-1), Q(t-1))} P_i(t-1) \quad (3.6)$$

실제 관측된 유출량과 저류상수 분할에 의한 다중모형간의 차이는 다음과 같다.

$$r_i(t) = Q(t) - Q_{ii}(t) \quad (3.7)$$

식(3.7)의 조건부 확률밀도는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$p(Q(t) | H_i, R_{ave}(t-1), Q(t-1)) = \exp\left\{-\frac{1}{2V^2} r_i(t) r_i^T(t)\right\} \quad (3.8)$$

식(3.8)를 (3.6)에 대입하면 i번째 모델의 가설에 대한 조건확률은 아래 식과 같이 결정된다.

$$P_i(t) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2V^2} r_i(t) r_i^T(t)\right\}}{\sum_{j=1}^N \exp\left\{-\frac{1}{2V^2} r_j(t) r_j^T(t)\right\} P_j(t-1)} P_i(t-1) \quad (3.9)$$

여기서  $V$ 는  $P_i$ 의 모델 식별 수렴률을 결정하는 파라미터이다.

가설유출량  $Q_{i,t}$ 는 식(3.5)에서 보는바와 같이 저류상수에 의해 분할된  $i=1, 2, \dots, N$ 에 대응하는 각 가설에 대해 병렬계산 할 수 있다. 다중모델적용추정방법은 각 가설유출량에 식별확률  $P_i(t)$ 을 사용하여 다음과 같이 가중평균으로 유출량을 추정한다.

$$Q_L = \sum_{i=1}^N P_i(t) Q_{i,t} \quad (3.10)$$

그림3.2는 저류함수 모형의 다중모델적용구조이다.

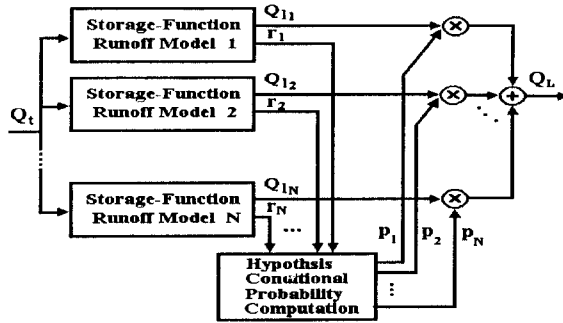


그림3.2 유출모형의 다중모델적용구조

#### 4. 실제유역에의 적용

본 논문에서는 충주댐 유역을 대상으로 개발된 모형에 대한 과거의 홍수자료에 의해 적용하였으며, 제안된 다중모델적용 알고리즘을 이용한 유출량 추정을 위하여 현재 수자원공사에서 모형화한 4개의 Sub-Basin중에서 그림 4.1과 같은 충주댐 소유역인 평창강 유역을 포함하는 영월지점의 Subbasin 2 및 평창강 유역의 두 소유역을 선정하여 실제 강우-유출 데이터에 적용하였다.

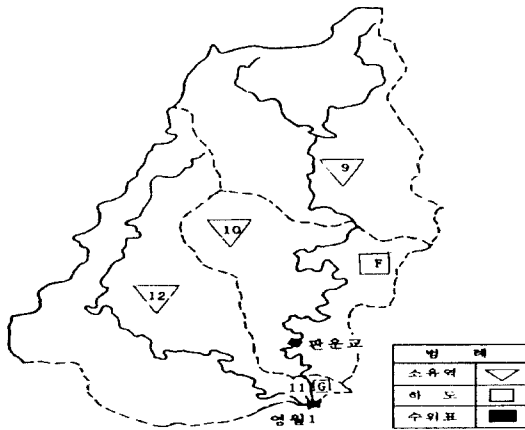


그림 4.1 충주댐 subbasin 2의 유역도

강우자료는 유역내 강우관측기록자료를 Thiessen 가중치법에 의하여 유역평균 강우량으로 산정하였고, 수위-유량 관계곡선식을 이용하여 유량으로 환산하여 사용하였다. 홍수기의 시유출량 예측을 위한 호우사상은 표4.1과 같은 호우자료를 사용하였다.

##### 4.1 MMAE에 의한 적용

다중모델 적용추정방법에서는 유역전체의 강우-유출과정을 단일 입출력과정으로 모형화하여 유출량을 결정하므로써 저류함수 모형에서 유출량을 결정하는데 필요한 각 소유역에 대한 계수, 각 지배면적, 그리고 Thessen계수 등의 필요조건이 완화된다.

수위 관측에 의한 유출량을 실측으로 볼 때, 충주댐 Sub-Basin 2에 대하여 그림 4.2에서 보는바와 같이 기존의 저류함수모형에 의한 유출량의 추정은 상당한 오차를 보임으로서 저류모형계수를 조정해주어야할 필요성이 있다.

표 4.1 각 우량국과 수위국에서 측정된 데이터

유역	관측데이터의 시작시간	강우지속 시간	유출지속 시간	최대 강우	최대 유출
평창강 유역	1983. 7. 2 04:00	46hr	166 hr	11.884	263.94
	1987. 7. 21 08:00	58	113	15.429	1558.60
	1989. 9. 14 05:00	96	188	6.679	195.2
Sub-Basin2	1995. 7. 8 0:00	89	96	29.5	1100
	1995. 8. 8 02:00	20	64	17.4	2050

MMAE방식은 저류모형계수에 의한 유출량의 모형을 추정함으로써 적절한 유출량을 추정할수 있었다. 이때 242개의 계수분할에 의한 모델이 이용되었으며, 식(3.9)의 모델 식별 수렴률을 결정하는 파라미터  $V$ 는 0.1로 주어졌다. 모델 식별 가중치의 빠른 수렴을 위해 수렴률을 결정하는  $V$ 는 비교적 작은 값을 갖도록 요구된다. 그러나 매우 작은  $V$ 값은 계산시의 오버플로우를 야기하므로 적절한  $V$ 의 값을 선택할 필요가 있다. 모델 식별의 수렴성은 유출량의 추정에 큰 영향을 줄 수 있다. 평창강 유역의 유출량 추정에 있어 임의의 시간에 모델식별가중치는 그림4.4와 같다.

그림 4.3~4.5는 다른 강우패턴에 대한 평창강유역의 데이터를 통해서도 저류모형계수의 분할에 따라 결정된 864개의 다중모델이 매 순간 유출량에 대하여 등가모델의 해가 존재함을 보임으로서 적절한 추정 유출량을 얻을수 있었다.

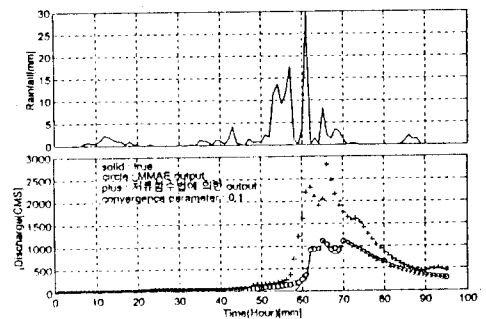


그림 4.2 충주댐 소유역 2의 1995년 7월 8일 유출량 실측, 저류함수모형 그리고 MMAE의 비교

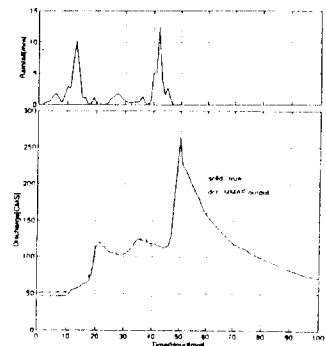


그림 4.3 평창강유역의 1983년 7월 2일 유출량 실측과 MMAE의 비교

## 5. 결론

본 논문에서는 다중모델적용추정(MMAE) 알고리즘을 이용한 강우-유출모형의 유출량 추정방법을 제안하였다. 기존의 경험에 의한 수동보정방법은 강우패턴의 변화나 집중호우등 유출량의 급격한 변화에 따라 적절한 저류상수를 결정하는데 어려움이 따른다. 제안된 다중모델적용추정방법은 강우와 유출관계를 하천유역이라는 시스템에서 발생된 신호체계의 입력력 패턴으로 간주하고 관측 유출량과의 잔차를 이용하여 근사 매개변수에 가중치를 줌으로서 집중호우 및 비선형성에 따라 변화하는 매개변수에 따르는 유출량을 추정할 수 있었다.

적용 예로서 충주댐의 소유역과 평창강 유역의 강우 및 유출량 자료를 사용하여 실제 영역에서 적용될 수 있는 유출량 추정 다중모델적용 모형을 구성하므로써 실시간 홍수조절과 전체유역에 정확한 유출량 추정에 있어 유용한 방법이다.

유출량의 추정 및 예측의 정도를 높이기 위하여 다음과 같은 추후연구가 보완되어져야 할 것이다. 첫째로 저류상수의 특성에 따른 적절한 모델 분할이 필요하며 둘째로 예측시간에 따라 계산되어질 적절한 모델의 수가 결정되어야 한다. 마지막으로 전체유역을 작은 소유역과 하도로 분할하여 상류로부터 하류로의 순차적인 유역 및 하도 추적에 의하여 유출량을 결정하는 저류합수법과는 달리 전체 유역을 단일 입력력관계로 보는 MMAE에서의 만족할 만한 정확도의 유출량을 산정할수 있는 유역면적이 고려되어야 할 것이다.

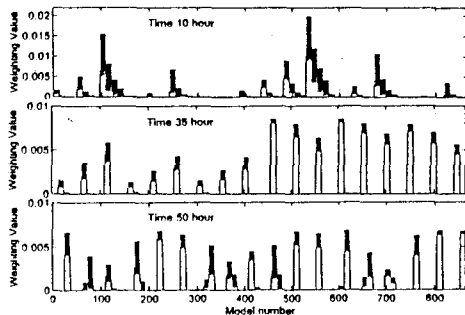


그림 4.4 평창강유역의 1983년 7월 2일 MMAE의 모델들의 가중치

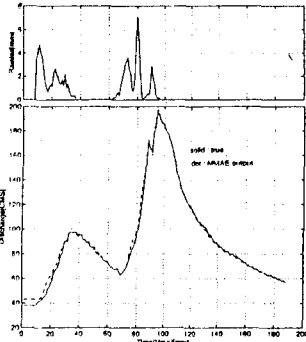


그림 4.5 평창강유역의 1987년 9월 24일 유출량 실측과 MMAE의 비교

### 4.2 예측 MMAE

본 절에서는 4.1절에서 보인 MMAE에 의한 유출량의 추정이 적절함을 보임에 따라 실제 홍수사상에 대한 모형의 예측성을 검토하기위해 강우시작점부터 각각의 예측시작점의 모델가중치에 의하여 결정된 모델에 대한 강우입력에 의해 유출량을 예측할 수 있다. 그림 4.6은 충주댐의 Sub-Basin2에 적용된 결과이며, 그림 4.7은 평창강 유역의 홍수사상에 대해 임의의 시간에 예측성을 조사한 결과로 유출량이 많을시에 예측치가 관측치에 더욱 접근함을 알 수 있다. 이상의 결과로 MMAE에 의하여 전체 유역에 대한 유효 예측성을 얻을 수 있었다.

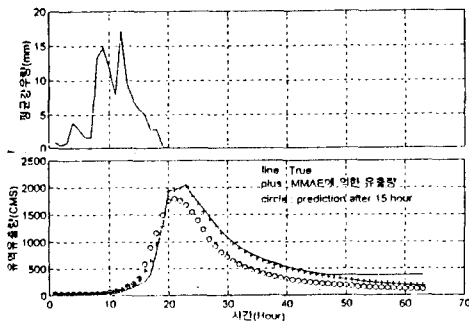


그림 4.6 충주댐 소유역 #2에 대한 예측 MMAE(1995년 8월 8일)

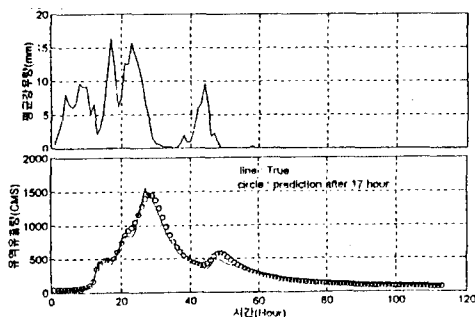


그림 4.7 평창강 유역에 대한 예측 MMAE(1983년 7월 21일)

## 참고문헌

- [1] D. G. Lainiotis, "Partitioning: A Unifying Framework for Adaptive Systems, II: Control," *Proc. of IEEE*, Vol.64 No.8, pp.1182-1198, 1976.
- [2] P. S. Mayback, "Moving-Bank Multiple Model Adaptive estimation and control algorithms : An evaluation," *Con. & Dyn.*, Vol.31, pp1-31, 1989.
- [3] K. Watanabe, *Adaptive Estimation and Control: Partitioning Approach*, Prentice-Hall, 1992.
- [4] 김주환, "신경회로망을 이용한 하천유출량의 수문학적 예측에 관한 연구," 인하대학교 박사학위논문, 1993.
- [5] 수자원공사, "다목적댐 홍수유출 해석 및 홍수기 저수지 운영 프로그램 해설서," 1993.

## 부 록

Table 1. Parameter partition for the subbasin and channels in Pyungchang river.

소유역 및 하도	K	P	$T_1$	$f_1$
S	38	0.4	1.5	0.4
		0.5	2.5	0.6
	45	0.6	3.5	0.8
C	40	0.6	0.5	
	50	0.75	1	1.5

Table 2. Parameter partition for the subbasin and channels in Subasin 2.

소유역 및 하도	K	P	$T_1$	$f_1$
S	24.247	0.447	0.193	0
	30.066	0.528	2.514	0.25
	35.884	0.608	4.835	0.5
C	2.730	0	0.094	
	22.341	0.3	0.849	
	41.951	0.6	1.603	