

스튜어트 플랫폼의 견실한 순기구학 추정기 설계

Robust Estimator Design for the Forward Kinematics Solution of Stewart Platform

◦강 지윤*, 김 동환**, 이 교일***

* 서울대학교 기계설계학과 대학원(Tel:880-7143; Fax:883-1513; E-mail:puppy@fapa.snu.ac.kr)

** 서울대학교 공학연구소 (Tel:880-7143; Fax:883-1513; E-mail:dhkim@fapa.snu.ac.kr)

*** 서울대학교 기계설계학과 (Tel:880-7135; Fax:883-1513; E-mail:lki@alliant.snu.ac.kr)

Abstract: We propose an estimator design method of Stewart platform, which gives the 6DOF positions and velocities of Stewart platform from the measured cylinder length. The solution of forward kinematics is not solved yet as a useful realtime application tool because of the complexity of the equation with multiple solutions. Hence we suggest a nonlinear estimator for the forward kinematics solution using Luenberger observer with nonlinear error correction term. But the way of residual gain selection of the estimator is not clear, so we suggest an algebraic Riccati equation for gain matrix using Lyapunov method. This algorithm gives the sufficient condition of the stability of error dynamics and can be extended to general nonlinear system.

Keywords : Stewart platform, Forward kinematics, Robust Estimator, Lyapunov Method, Algebraic Riccati Equation

1 서론

스튜어트 플랫폼은 부피대 부하비가 크므로 설치공간상의 이점이 있으며, 구조적으로 강성이 큰 장점이 있으나, 6자유도 운동이 6개 액추에이터의 운동조합으로 인해 발생하므로 운동제어시 계산량이 많아지는 단점이 있다. 기구학적인 관점에서 스튜어트 플랫폼은 병렬 매니플레이터로 구분되며 직렬형 매니플레이터와는 달리 역기구학(inverse kinematics) 문제는 쉽게 풀어지지만 실린더의 길이로부터 상판의 6자유도 운동을 계산하는 순기구학(forward kinematics)은 쉽게 구해지지 않는다. 이에 대한 해법은 해석적인 방법, 수치해석 방법, 그리고 추정기를 구성하는 방법 등 크게 세 가지 방향으로 연구가 진행되고 있다. 해석적인 해에 대해 Nanua[8], Merlet[6], Nair[7] 등에 의해 연구가 이루어졌으며, 수치해석 방법으로 뉴턴-랩슨 방법[3][9]을 이용한 방법이 있다. 해석적인 방법은 정확한 해를 구할 수 있는 장점이 있으나, 해를 구할 때 높은 차수의 다항식을 풀어야 하므로 여전히 수치해석 방법에 의존해야 하고 또한 해가 여러개가 존재하므로 선택의 문제가 남게 된다. 수치해석에 의한 방법은 매우 단순한 알고리즘으로서 수렴시간도 양호한 것으로 알려져 있으나, 계산시간이 많이 걸리는 단점이 있다.

비선형추정기를 이용한 순기구학 방법은 역행렬 계산이 필요하지 않으므로 계산시간이 단축되는 잇점이 있고 순기구학만을 풀어낼 뿐만 아니라 실린더의 속도센서 없이 6자유도 운동속도에 대한 정보까지 얻을 수 있으므로 실시간 계산에 유리한 점이 있다. 정규홍[13]은 순간속도 순기구학과 칼만필터 알고리즘을 사용하여 순기구학 추정기에 대해 연구하였으나 역행렬 계산이 필요하다는 단점이 있다. 다른 방법으로 강지윤[12]은 순기구학 문제를 비선형오차모델을 이용한 루엔버거형의 비선형 추정기를 이용하여 추정하는 방법이 제시되었으나 오차이득(residual gain) 행렬을 구하는 방법이 연구되지 않았으며 단지 주어진 이득에 대한 안정성을 판단할 수 있는 충분조건만이 연구되었다.

그러므로 본 논문에서는 강지윤[12]에 의해 제안된 순기구학추정기에 대한 설계방법을 제시하고자 한다. 추정기오차모델의 불확실성의 노음이 원추유한(cone-bounded)조건을 만족할 때 추정기 오차동

력을 해석하고 Raghavan[10]의 추정기 설계방법을 계측모델이 비선형함수인 경우로 확장하고 이를 스튜어트 플랫폼에 적용하여 시뮬레이션을 통해 제안된 추정기의 타당성을 입증하였다.

2 스튜어트 플랫폼의 동역학 모델

2.1 좌표계 및 기구학

스튜어트 플랫폼의 운동은 그림 1에서와 같이 관성좌표계(inertial frame)와 중립위치의 상판중심에 고정된 물체고정좌표계(body fixed frame)로 기술된다.

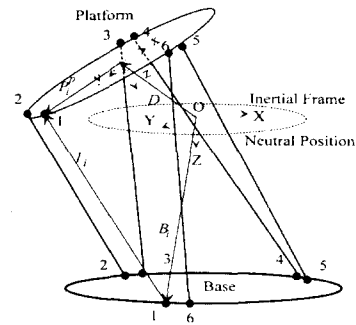


그림 1. 스튜어트 플랫폼의 좌표계

Fig.1 Coordinates of Stewart platform

관성좌표계(inertial frame)에서 x, y, z 방향의 병진운동을 서지(surge, u), 스웨이(sway, v), 히브(heave, w)로 정의하고, 회전운동을 xyz 오일러각인 롤(roll, α), 피치(pitch, β), 요(yaw, γ)로 정의한후 이러한 6자유도의 운동을 q 로 표현한다.

$$q = [u \ v \ w \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (1)$$

6자유도 변화가 주어졌을 때 각 실린더의 길이를 구하는 문제인 역기구학문제는 식(2)을 이용하여 구할 수 있다. 하부관 조인트에서 상부관 조인트까지의 벡터를 l_i 라 하면

$$l_i = R_{n,j} \cdot {}^iP_j + D - B_i \quad (2)$$

이고, 각 조인트간의 거리는 $\|l_i\|$ 로 구할 수 있다. 여기서

$$\begin{aligned} B_i, i = 1, \dots, 6 & : \text{하판 조인트의 좌표벡터} \\ P_i, i = 1, \dots, 6 & : \text{상판 조인트의 좌표벡터} \\ D = (u, v, w)^T & : \text{선형변위벡터} \\ R_{\alpha, \beta} = R_X(\alpha)R_Y(\beta)R_Z(\gamma) & : \text{회전변환행렬.} \end{aligned}$$

2.2 스튜어트 플랫폼의 동역학

스튜어트 플랫폼의 동역학모델은 라그랑지 방법을 이용한 Lebret [4]의 모델을 수정하여 사용한다. 모델링시 상판의 주관성모멘트만을 고려하였으며 액츄에이터의 관성은 무시한다.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = J^T(q)f \quad (3)$$

여기서 q 는 상판의 운동좌표이며, $M(\cdot)$ 는 관성행렬이다. $V(\cdot)$ 은 코리올리힘과 원심력을 나타내며, $G(\cdot)$ 는 중력이다. $J(\cdot)$ 는 자코비안 행렬이고, $f \in R^6$ 는 각 액츄에이터의 작용힘이다. 각 행렬은 [12]에 나타나 있다. 위 모델을 상태변수 형태로 표시하면 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x)x + g(x)f + G'(x) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & -M^{-1}(q)V(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \\ g(x) &= \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} \\ M^{-1}(q)J^T(q) \end{bmatrix}, G'(x) = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 1} \\ M^{-1}(q)G(q) \end{bmatrix} \\ h(x) &= [h_1(q) \quad h_2(q) \quad \dots \quad h_6(q)]^T \\ h_i(q) &= \|l_i\| = \|R_{\alpha, \beta}(q)^T P_i + D(q) - B_i\| \end{aligned}$$

중립위치일때 스튜어트 플랫폼의 선형모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_0^{-1}J_0^T \end{bmatrix}, C = [J_0 \quad 0], \\ u &= \delta f = f + f_0, f_0 = J_0^{-T}G, M_0 = M(0), J_0^T = J^T(0). \end{aligned}$$

3 비선형 추정기의 설계

비선형 추정기에 대한 설계방법은 확장칼만필터 (Extended Kalman filter), 전역선형화방법 (Global Linearization method), 의사선형화방법 (Pseudo-Linearization Method), 적응관측기 (Adaptive Observer), 슬라이딩 관측기 (Sliding Observer) 등이 제안되고 있으나 [5] 계측모델이 비선형함수인 경우에 대해서는 연구가 되어 있지 않거나 오차이득설계에 대한 이론이 정립되지 않은 상태이므로 스튜어트 플랫폼의 추정기로 사용하기에는 무리가 있다. 여기서는 Raghavan [10]의 결과를 원추유한조건 (cone bounded condition)을 만족하는 일반적인 비선형시스템에 대해 확장한 견실한 추정기의 설계방법에 대해 설명한다.

3.1 비선형추정기 오차모델의 안정성에 대한 충분조건

다음과 같은 비선형 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \sigma)x - g(x, \sigma)u \\ y &= h(x, \sigma) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 σ 는 시스템의 불확실한 변수이다. 이와 같이 시스템의 불확실한 변수를 고려함으로써 추정기의 견실성을 보장할 수 있다. 이 식은 다음과 같이 선형부분과 비선형부분으로 나눌 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax - Bu + \Delta A(x, \sigma) + \Delta B(x, \sigma)u \\ y &= Cx + \Delta C(x, \sigma) \end{aligned} \quad (7)$$

추정기는 다음과 같이 구성한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x})\hat{x} + g(\hat{x})u + L(y - h(\hat{x})) \\ &= A\hat{x} + Bu + \Delta A(\hat{x})\hat{x} + \Delta B(\hat{x})u + L(y - h(\hat{x})) \end{aligned} \quad (8)$$

추정기에 대한 오차동력학은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ac - L(h(x) - h(\hat{x})) + \Delta \tilde{A}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{B}(x, \hat{x}, \sigma)u \\ &= (A - LC)c - L\Delta \tilde{C}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{A}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{B}(x, \hat{x}, \sigma)\theta \\ &= (A - LC)c + \xi(x, \hat{x}, \sigma) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{A}(x, \hat{x}, \sigma) &= \Delta A(x, \sigma) - \Delta A(\hat{x}) \\ \Delta \tilde{B}(x, \hat{x}, \sigma) &= \Delta B(x, \sigma) - \Delta B(\hat{x}) \\ \Delta \tilde{C}(x, \hat{x}, \sigma) &= \Delta C(x, \sigma) - \Delta C(\hat{x}) \\ \xi(x, \hat{x}, \sigma) &= -L\Delta \tilde{C}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{A}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{B}(x, \hat{x}, \sigma)u \end{aligned}$$

가정 1 식(7)과 같은 비선형시스템은 다음과 같은 원추유한조건을 만족한다.

1. $\|\Delta \tilde{C}(x, \hat{x}, \sigma)\| \leq \rho_1 + \rho_2 \|c\|$
2. $\|\Delta f(x, \hat{x}, u, \sigma)\| = \|\Delta \tilde{A}(x, \hat{x}, \sigma) + \Delta \tilde{B}(x, \hat{x}, \sigma)u\| \leq \rho_3 + \rho_4 \|c\|$

가정 1을 만족하는 비선형추정기가 안정할 충분조건은 다음과 같다.

정리 1 비선형시스템 (7)에 대해 식(8)와 같은 추정기의 오차모델이 가정 1을 만족 한다고 할 때, 추정기의 이득 L 이 식(11)과 같은 조건을 만족한다고 하자.

$$\lambda_{\min}(Q) - \lambda_{\max}(L)(\rho_2 + \rho_4)\lambda_{\max}(P) > 0 \quad (11)$$

여기서 $\lambda_{\max}(\min)(\cdot)$ 은 최대(최소)특이치이며, P 는 다음과 같은 리아프노프 방정식의 해이다.

$$P\bar{A} + \bar{A}^T P + Q = 0, Q > 0$$

여기서 $\bar{A} = A - LC$, \bar{A} 는 안정한 행렬이다.

그러면, 제안된 추정기를 통한 오차는 한계된다.

증명 리아프노프 함수를 식(12)과 같이 설정한다.

$$V = \frac{1}{2}e^T P e \quad (12)$$

그러면 리아프노프 함수의 시간 변화율은 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{V} = e^T P \bar{A} e + e^T P \xi(x, \hat{x}) \quad (13)$$

$$\leq -\frac{1}{2}e^T Q e + \lambda_{\max}(P)\|e\|\|\xi\| \quad (14)$$

이 때 $\|\xi\|$ 은 다음과 같이 한계된다.

$$\begin{aligned} \|\xi(x, \hat{x})\| &\leq \lambda_{\max}(L)(\rho_1 + \rho_2 \|c\|) + \rho_3 + \rho_4 \|c\| \\ &\leq (\lambda_{\max}(L)\rho_2 + \rho_4)\|c\| - \lambda_{\max}(L)\rho_1 + \rho_3 \\ &\leq c_1 + c_2 \|c\| \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $c_1 = \lambda_{\max}(L)\rho_1 + \rho_3$, $c_2 = \lambda_{\max}(L)\rho_2 + \rho_4$ 이다. 그러면 리아프노프 함수의 시간 변화율은 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}e^T Q e + \lambda_{\max}(P)\|c\|(c_1 + c_2 \|c\|) \quad (16)$$

$$\leq -\left(\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P)\right)\|c\|^2 + c_1\lambda_{\max}(P)\|c\| \quad (17)$$

그러므로 만약 $\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P) > 0$ 와 같은 조건이 만족된다면 다음과 같은 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$\dot{V} < 0 \quad \text{for all } \|c\| \geq \frac{c_1\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q) - c_2\lambda_{\max}(P)} \quad (18)$$

위와 같은 조건이 만족되면 오차는 제한된 영역을 제외하고는 음의 시간변화율을 가지며, 이것은 추정오차가 일정한 값으로 한계됨을 보인다. ■

정리 1은 L 을 선정한 후 비선형추정기의 오차동력학의 안정성에 대해서는 확인할 수 있으나 c_1, c_2 가 오차이득행렬 L 과 관계가 있으므로 정리 1에서의 가정을 만족시키는 L 을 선정하는 방법을 제시하지는 못한다. 그러므로 Raghavan[10]의 방법을 확장하여 제안된 추정기의 오차이득설계방법을 제시한다.

3.2 리카티방정식에 의한 비선형추정기 설계

Raghavan[10]이 제시한 추정기는 선형항을 제외한 비선형항이 Lipschitz조건을 상수를 구할 수 있는 비선형시스템에 대해 간단히 설계를 할 수 있으나 일반적인 비선형시스템의 경우 Lipschitz조건을 상수 γ 를 쉽게 찾을 수 없고 계측모델이 비선형함수인 경우 적용할 수가 없는 단점이 있다. 본 논문에서는 Lipschitz조건을 원추유한 조건으로 완화하고 계측모델이 비선형함수인 시스템에 대한 관측기 설계방법을 제시한다.

정리 2 식(7)과 같은 비선형 모델에 대해 식(8)과 같은 추정기의 오차모델이 가정 1을 만족한다고 하자. 만약 식(19)과 같은 대수 리카티 방정식 (Algebraic Riccati equation)의 해 S 가 대칭양한정 (symmetric positive definite)행렬이 되도록 하는 $\varepsilon > 0$ 이 존재하면

$$SA^T + AS - S \left[\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{\rho_1 + \rho_2}{4\varepsilon^2} \right) C^T C - (\rho_2 + \rho_4) I \right] S + (\rho_3 + \rho_4) I + \varepsilon^2 I = 0 \quad (19)$$

관측기 이득 $L = \frac{1}{2\varepsilon} SC^T$ 에 대해 오차동력학은 실용적안정 (practically stable)하다. [2]

중명 오차동력학에 대한 리아프노프 함수를 다음과 같이 설정하자.

$$V = e^T P e$$

오차동력학을 이용하여 리아프노프 함수의 시간변화율을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{d}{dt}(e^T P e) \\ &\leq e^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)]e + 2e^T P \Delta f(x, u) - 2e^T P L \Delta \tilde{C}(x, \hat{x}) \\ &\leq -e^T Q e + 2\|e^T P\| \|f(x, u)\| + 2\|e^T P L\| \|\Delta \tilde{C}(x, \hat{x})\| \\ &\leq -e^T Q e + 2\|e^T P\| (\rho_3 + \rho_4 \|e\|) + 2\|e^T P L\| (\rho_1 + \rho_2 \|e\|) \\ &\leq -e^T Q e + 2\rho_3 \|e^T P\| + 2\rho_4 \|e^T P\| \|e\| + 2\rho_1 \|e^T P L\| + 2\rho_2 \|e^T P L\| \|e\| \end{aligned}$$

여기서 $-Q = (A - LC)^T P + P(A - LC)$ 이다.

부등식 $2ab < a^2 + b^2$ 을 이용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -e^T Q e + \rho_3 (e^T P P e + 1) + \rho_4 (e^T P P e + c^T e) + \rho_1 (e^T P L L^T P e + 1) + \rho_2 (e^T P L L^T P e + c^T e) \\ &= e^T [-Q + (\rho_3 + \rho_4) P P + (\rho_1 + \rho_2) P L L^T P + (\rho_2 + \rho_4) I] e + (\rho_1 + \rho_3) \\ &= -e^T Y e + (\rho_1 + \rho_3) \end{aligned}$$

여기서

$$-Y = (A - LC)^T P + P(A - LC) + (\rho_3 + \rho_4) P P + (\rho_1 + \rho_2) P L L^T P + (\rho_2 + \rho_4) I \quad (20)$$

이 때 가정으로부터 Y 는 양한정 (positive definite) 함을 보이자. 가정으로부터 다음 식이 성립한다.

$$SA^T + AS - S \left[\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{\rho_1 + \rho_2}{4\varepsilon^2} \right) C^T C - (\rho_2 + \rho_4) I \right] S$$

$$+ (\rho_3 + \rho_4) I = -\varepsilon^2 I \quad (21)$$

$L = \frac{1}{2\varepsilon} SC^T$ 이라고 하면 위 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$SA^T + AS - 2LCS + (\rho_3 + \rho_4) I + (\rho_1 + \rho_2) L L^T + (\rho_2 + \rho_4) S S = -\varepsilon^2 I \quad (22)$$

이 때 $S = P^{-1}$ 라고 하면,

$$P^{-1} A^T + A P^{-1} - 2L C P^{-1} + (\rho_3 + \rho_4) I + (\rho_1 + \rho_2) L L^T + (\rho_2 + \rho_4) P^{-1} P^{-1} = -\varepsilon^2 I \quad (23)$$

이 되고, 식(24)에 P 로 전곱셈, 후곱셈을 하면

$$A^T P + P A - 2P L C + (\rho_3 + \rho_4) P P + (\rho_1 + \rho_2) P L L^T P + (\rho_2 + \rho_4) I = -\varepsilon^2 I P P \quad (24)$$

이 되고,

$$\begin{aligned} -Y &= (A - LC)^T P + P(A - LC) + (\rho_3 + \rho_4) P P + (\rho_1 + \rho_2) P L L^T P + (\rho_2 + \rho_4) I \\ &= -\varepsilon^2 P P \end{aligned} \quad (25)$$

그러므로 행렬 Y 는 양한정 (positive definite) 하고,

$$\lambda_{\min}(Y) = \varepsilon^2 [\lambda_{\min}(P)]^2 > 0$$

이다. 이 때 리아프노프 함수의 시간변화율은 다음식으로 표시된다.

$$\dot{V} \leq -e^T Y e + (\rho_1 + \rho_3) \quad (26)$$

$$\leq -\lambda_{\min}(Y) \|e\|^2 + (\rho_1 + \rho_3) \quad (27)$$

$$\leq \varepsilon^2 [\lambda_{\min}(P)]^2 \|e\|^2 + (\rho_1 + \rho_3) \quad (28)$$

그러므로

$$\|e\| \leq \frac{\sqrt{\rho_1 + \rho_3}}{\varepsilon [\lambda_{\min}(P)]} \quad (29)$$

이 되어 이 시스템은 실용적 안정성을 가진다. 29에 의해 [2]의 조건들에 대해 해석할 수 있다. 단일 한계영역은 다음과 같이 표현된다.

$$d(r) = \begin{cases} (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(R) = \sqrt{\rho_1 + \rho_3} \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} & \text{if } r \leq R, \\ (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(r) = r \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}} & \text{if } r > R \end{cases} \quad (30)$$

여기서

$$\gamma_1 = \lambda_{\min}(P) \|e\|^2$$

$$\gamma_2 = \lambda_{\max}(P) \|e\|^2$$

$$\gamma_3 = \varepsilon^2 [\lambda_{\min}(P)]^2 \|e\|^2$$

$$R = \gamma_3^{-1} (\rho_1 + \rho_3)$$

또한 단일한계영역은 다음과 같으며

$$\bar{d} > (\gamma_1^{-1} \circ \gamma_2)(R)$$

상태변수가 이 영역에 진입하는 시간은

$$T(d, r) = \begin{cases} 0 & \text{if } r \leq (\gamma_2^{-1} \circ \gamma_1)(\bar{d}) \\ \frac{\varepsilon(r^2 - \bar{d}^2)}{\bar{d}^2 / \lambda_{\min}(P) - r^2 / \lambda_{\max}(P) (\rho_1 - \rho_2)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

으로 표현된다. ■

오차한계는 ε 로부터 결정되며 이 값은 설계자의 의도에 따라 결정할 수 있으므로 관측기 이득을 구하는 것이 용이하다. 그러나 원추유한조건의 계수값에 따라 리카티방정식의 해의 존재유무가 결정되며 다음과 같은 조건이 만족되어야만 해가 존재하는 ε 를 선택할 수 있다.

$$(\rho_2 + \rho_4) (\rho_1 + \rho_2) < 1 \quad (31)$$

4 스튜어트 플랫폼의 순기구학 추정기

스튜어트 플랫폼에 대한 추정기는 다음과 같은 형태로 구성하였다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - h(\hat{x})) \quad (32)$$

여기서 A 와 B 는 중립위치에서의 선형모델에서부터 구하였다. 이 때 오차모델의 불확실성에 대한 노음의 상한을 계산하면 다음과 같다.

1. $\|\Delta\hat{C}(x, \hat{x})\| \leq b_2 \|e\|$
2. $\|\Delta f(x, \hat{x}, u)\| = \|\Delta\hat{A}(x) + \Delta\hat{B}(x)u\| \leq b_1$

여기서

$$b_1 = \|M^{-1}(q)V(q, \dot{q})\| + \|M^{-1}(q)J^T(q) - M_0^{-1}(q)J_0^T(q)\|f_{max} + \|M^{-1}(q) - M_0^{-1}\| \|G\| \quad (33)$$

$$b_2 = \sqrt{6}(max x_i \left\| \frac{dR_{\alpha, \beta, \gamma}(q)^P P_i}{dq} \right\| + 1). \quad (34)$$

이로부터 다음과 같은 리카티 대수방정식의 해를 구하여 이득행렬을 구하였다.

$$SA^T + AS - S \left[\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{b_2}{4\varepsilon^2} \right) C^T C - (b_2)I \right] S + b_1 I + \varepsilon^2 I = 0 \quad (35)$$

제안된 추정기에 대해 정현파 1Hz에 대한 시뮬레이션을 수행하여 변위와 속도에 대한 추정결과를 그림 2,3에 도시하였다.

5 결론

본 연구에서는 스튜어트 플랫폼의 계측치인 6개 링크의 길이로부터 6자유도 운동의 변위 및 속도를 추정할 수 있는 비선형추정기의 설계방법을 제안하였다. 이 추정기에 대해 원추유한조건을 만족하는 비선형 시스템의 오차동역학이 유한함을 리아프노프방법을 이용하여 증명하였고 측정모델의 비선형성이 있는 모델에 대해 추정기의 설계인자인 오차이득행렬의 설계 방법이 대수 리카티방정식으로 표현됨을 증명하였다. 제안된 비선형추정기 설계방법을 스튜어트 플랫폼에 적용하였으며 시뮬레이션을 통하여 타당성을 검증하였다.

참고문헌

- [1] Barmish, B.R., Corless M., and Leitman G., "A New Class of Stabilizing Controllers for Uncertain Dynamical Systems," *SIAM J. on Control and Optimization*, Vol.21, No.2, pp 246-255, 1983
- [2] M.J. Corless, and G. Leitmann, "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic System," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 26, pp. 1139-1144, 1981.
- [3] Dieudonne, J.E. and Perrish, R.V., "An Actuator Extension Transformation for a Motion Simulator and Inverse Transformation Applying Newton-Raphson Method," *NASA Tech. Note*, NASA TN D-7067, 1972
- [4] Lebret, G., Liu, K., and Lewis, F.L., "Dynamic Analysis and Control of a Stewart Platform Manipulator," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 10, No. 5, pp. 629-655, 1993.
- [5] Misawa, E.A. and Hedrick, J.K., "Nonlinear Observers- A State of the Art Survey," *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.111, pp344-352, 1989

- [6] Merlet, J.P., "Direct Kinematics and Assembly Modes of parallel Manipulators," *International Journal of Robotics Research*, Vol.11, No.2, pp150-162, April 1992
- [7] Nair, R., and Maddocks, H., "On the Forward Kinematics of Parallel Manipulators," *Int. J. of Robotics Research*, Vol.13, No.2, pp171-188, April, 1994
- [8] Nanua, P., Waldron and Murthy, "Direct Kinematic Solution of a Stewart Platform," *IEEE Trans. Robot. Automation*, Vol.6, No.4, pp438-444, 1990
- [9] Nguyen, C.C., Antrazi, S.S., Zhou, Z.L., and C.E. Campbell, "Adaptive Control of a Stewart Platform-Based Manipulator," *Journal of Robotic Systems*, vol. 10, No. 5, pp. 657-687, 1993.
- [10] Raghavan, S. and Hedrick, J.K., "Observer Design for a Class of Nonlinear Systems," *Int. J. Control*, Vol.59, No.2, pp 515-528, 1994
- [11] Stewart, "A Platform with 6 DOF," *Mech. Engineers*, Vol.180, Pt1, No.15, 1965
- [12] 강지운, 김동환, 이교일, "6자유도 운동재현용베드의 순기구학 추정기 설계," *한국정밀공학회 96년도 춘계학술대회논문집*, pp 483-487, 1996
- [13] 정규홍, " H_∞ 최적제어이론을 이용한 6자유도 운동재현기의 다변수건실제에 관한 연구," *서울대학교 공학박사학위논문*, 1993

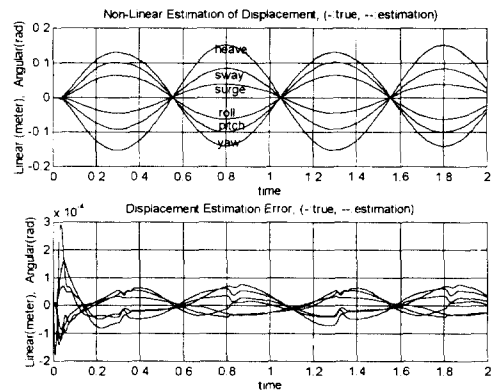


그림 2. 스튜어트 플랫폼의 변위추정
Fig.2 Displacement estimation of Stewart platform

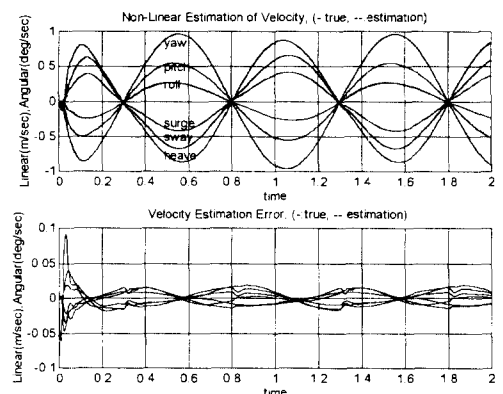


그림 3. 스튜어트 플랫폼의 속도추정
Fig.3 Velocity estimation of Stewart platform