

모델 전이 기법을 이용한 기압고도계의 오차 추정

Estimation of Baro-Altitude Errors via Model Transition Technique

*황 익 호

국방과학연구소(Tel: 042-821-4413; Fax: 042-821-2224; E-mail: ickho@unitel.co.kr)

Abstract : In this paper, it is shown that the dominant errors of baro-altimeters can be characterized by bias and scale factor errors. Also an optimal filter for estimating both bias and scale factor is derived based on the concept of model transition. The optimal filter is, however, not realizable because the model transition hypotheses increase exponentially. Therefore a realizable suboptimal filter using the interacting multiple model(IMM) technique is proposed. Computer simulation results show that the estimation errors of the proposed filter are smaller than those of the conventional least squares algorithm with a forgetting factor when both the bias and the scale factor are varying.

Key Words: Parameter Estimation, Baro-altimeter, Model Transition, IMM, INS

1. 서 론

관성항법시스템은 대기중을 운행하는 비행체의 현재 위치를 알아내기 위하여 가장 널리 쓰이는 장비중의 하나로서, 세축에 대한 회전과 가속도를 측정하기 위한 자이로와 가속도계로 구성되며, 이 측정치들을 적당한 좌표계에 대하여 적분하여 기준위치와의 오일라각 및 상대위치를 구한다. 관성항법시스템의 구성시 보편적으로 많이 사용되는 좌표계는 국지 수평 좌표계(Local Level frame)이며, 이 경우 수평면에 대한 항법 시스템과 고도에 대한 항법시스템으로 분리하여 고려할 수 있다. 고도측 관성항법 시스템에서는 고도측 가속도 측정치에서 지구의 중력가속도를 제거한 양을 적분함으로써 현재의 고도를 구한다. 한편, 고도를 보정하는데 사용되는 지구의 중력가속도는 관성항법장치의 현재 고도 추정치를 이용하여 계산되므로 결과적으로 궤환루우프를 이루게 된다. 이렇게 형성된 궤환루우프는 정궤환 루우프(positive feedback loop)의 특성을 가지게 되며, 따라서 고도측 관성항법시스템은 전체적으로 불안정한 시스템(unstable system)의 특성을 보이게 된다. 이와같은 불안정성으로 인하여 고도오차는 시간에 대하여 급격히 증가하게 되고, 이를 방지하기 위하여 일반적으로 기압고도계의 측정치를 추가하여 고도의 발산을 억제하는 시스템을 구성한다. 이렇게 구성된 항법 시스템의 고도 오차는 장기적으로 기압고도계의 오차특성을 따라가게 된다[6].

기압고도계는 고도에 따라 대기의 온도와 압력이 변화하는 성질을 이용하여 고도를 계산하는 장비로서, 대기의 온도와 압력을 측정하는 센서와 이를 이용하여 고도를 계산하는 대기자료컴퓨터로 구성되어 있다. 일반적으로 대기자료 컴퓨터에 저장된 대기 자료는 표준대기(standard atmosphere)에 대한 자료로서 실제 비행하고 있는 대기와는 상당한 차이를 가지고 있으며 이것은 상당한 크기의 고도오차를 유발한다. 또한, 초기에 정확한 값으로 대기자료를 입력하였다 하더라도 비행으로 인하여 위치가 변화함에 따라 주변의 대기도 변화하게 되므로 역시 고도오차를 유발한다. 그러므로 우수한 항법시스템을 구성하기 위해서는 시간에 따라 변화하는 고도오차의 성질을 규명하고, 실시간으로 오차를 추정하여 보상하는 알고리즘이 요구된다.

본 논문에서는 대기변화에 따른 기압고도계의 오차특성을 검토하여, 바이어스(bias)와 스케일팩터(scale factor)가 주된 오차 특성임을 제시하였으며, 기압고도계 외에 GPS와 같은 보조항법센

서 또는 외부측정치가 있다고 가정하고, 이 외부측정치를 이용하여 기압고도계의 오차를 추정하여 보상하는 알고리즘을 제안하였다. 오차추정기법은 상이한 스케일팩터를 가정하고 바이어스오차를 고려하는 다수의 선형 모델을 상정하여 이들 모델들 간의 전이를 확률적으로 고려하여 베이즈의 법칙(Bayesian rule)을 적용하는 관점에서 유도되었으며[7], 상호간섭다중모델(Interacting Multiple Model)기법[4]을 이용하여 오차추정필터를 구성하였다.

2. 기압 고도계의 성질

고도의 미소증분 dZ 에 대한 기압의 미소증분 dP 는 식(2.1)과 같이 표시할 수 있다[3,6].

$$dP = -\rho g dZ \tag{2.1}$$

여기서 ρ 는 대기의 밀도, g 는 지구의 중력가속도이다. $P = \rho RT$ 의 관계를 이용하고, 대기의 온도 T 는 고도에 대하여 일정한 기온감율 $\Gamma (\neq 0)$ 에 따라 1차식으로 변화한다는 가정하에 기압고도 H_P 를 구하면 식(2.2)와 같이 주어진다[3,6].

$$H_P = H_0 + \frac{T_0}{\Gamma} \left[\left(\frac{P}{P_0} \right)^{-\frac{R}{g}} - 1 \right] \tag{2.2}$$

여기서 H_0 , P_0 , T_0 는 각각 이륙지점에서의 고도, 압력, 온도이며, R 는 기체상수이다. 기압고도계는 측정된 기압과 내부에 저장된 H_0 , P_0 , T_0 , Γ 에 의하여 식(2.2) 혹은 식(2.3)을 사용하여 기압고도를 산출한다. 식(2.2)를 테일러 시리즈를 이용하여 전개하고 1차항으로 근사시키면 식(2.3)을 얻을 수 있다.

$$H_P \approx -\frac{R}{g} T_0 \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + H_0 \tag{2.3}$$

식(2.2)와 식(2.3)을 비교하면 기압고도는 P_0 , T_0 의 변화에 따라 크게 변화하며 기온감율의 변화에는 크게 영향을 받지 않음을 알 수 있다.

이제 비행체의 이동 등으로 인하여 주변의 대기가 변화하였다 고 가정하고 그때의 기준고도에서의 압력, 온도의 변화량을 각각 ΔP , ΔT 라 하면 변화된 대기에 대한 고도 $H_P + \Delta H$ 를 다음과

같이 구할 수 있다.

$$H_P + \Delta H \cong -\frac{R}{g}(T_0 + \Delta T) \ln\left(\frac{P}{P_0 + \Delta P}\right) + H_0 \quad (2.4)$$

식(2.4)를 ΔP 에 대하여 테일러 시리즈로 전개하고 1차항까지만을 고려하면 식(2.5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} H_P + \Delta H &\cong -\frac{R}{g}(T_0 + \Delta T) \left[\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) - \ln\left(1 + \frac{\Delta P}{P_0}\right) \right] \\ &\quad + H_0 \\ &= H_P + \frac{\Delta T}{T_0} H_P + \frac{RT_0}{g} \left(\frac{\Delta P}{P_0} \right) - \frac{\Delta T}{T_0} H_0 \\ &\quad + \frac{R}{gP_0} \Delta T \Delta P \end{aligned} \quad (2.5)$$

초기고도 H_0 가 현재 비행중인 고도에 비하여 대단히 작다고 가정하고 ΔP , ΔT 가 작은 값이라 하면, 식(2.5)의 마지막 두항은 무시할 수 있으므로 식(2.6)이 얻어진다.

$$\Delta H \cong \frac{\Delta T}{T_0} H_P + \frac{RT_0}{g} \left(\frac{\Delta P}{P_0} \right) \quad (2.6)$$

식(2.6)에서 대기변화에 따른 기압고도의 오차는 주로 스케일팩터 오차와 바이어스 오차로 표시할 수 있고, 온도의 변화는 스케일팩터 오차로서 표현되며 기압의 변화는 바이어스 오차로 표현됨을 알 수 있다. 전술하였듯이 기압고도계가 장착된 관성항법장치의 고도오차는 기압고도계의 오차와 성질이 거의 같으므로 관성항법장치의 고도측에 대한 오차도 바이어스와 스케일팩터가 주성분일 것으로 생각할 수 있으며, 그 크기도 거의 같은 값일 것으로 생각된다[3,6].

3. 기압 고도계의 바이어스와 스케일팩터 추정

기압고도계를 장착한 관성항법장치 외에 GPS와 같이 고도정보를 제공하는 보조항법센서 또는 외부측정치가 있다고 가정한다. 또한, 기압고도계와 외부측정치의 측정식이 다음과 같다고 가정하자.

$$\begin{aligned} z_k^B &= (1 + \lambda_k)h_k + b_k + v_k^B \\ z_k^A &= h_k + v_k^A \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서 z_k^B , z_k^A 는 각각 기압고도계와 외부 측정치, h_k 는 시간 k 에서의 고도, λ_k 와 b_k 는 기압고도계의 스케일팩터와 바이어스 오차이며, v_k^B , v_k^A 는 공분산이 각각 R_k^B , R_k^A 인 영평균 정규분포를 가지는 백색잡음이다. 이제 두가지 측정치를 이용하여 오차 식별에 사용될 새로운 측정치를 식(3.2a)로 정의하면, $z_k(\lambda)$ 는 공분산이 $R_k^B + (1 + \lambda)^2 R_k^A$ 인 영평균 정규분포를 가진다.

$$z_k(\lambda) = z_k^B - (1 + \lambda)z_k^A \quad (3.2a)$$

만약 시간 k 에서의 스케일 팩터가 λ_k 라면 $z_k(\lambda_k)$ 는 식(3.2b)와 같이 바이어스를 측정된 측정치로 생각할 수 있으며, 이때 측정잡음의 평균은 0이고 공분산은 $R_k^B + (1 + \lambda_k)^2 R_k^A$ 이 된다.

$$z_k(\lambda_k) = b_k^B + v_k(\lambda_k) \quad (3.2b)$$

기압고도계의 바이어스 변화를 다음과 같이 모델링하자.

$$b_{k+1} = b_k + w_k \quad (3.3)$$

여기서 w_k 는 공분산이 Q_k 인 영평균 정규분포를 가지는 공정잡음이다. 따라서, 만약 시간에 대한 스케일팩터의 변화 벡터

$\lambda^k \equiv [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k]$ 가 주어졌다면, 식(3.3)과 주어진 λ^k 와 식(3.2)에 의하여 구성된 측정치를 이용하여 칼만필터를 구성함으로써 기압고도계의 바이어스를 추정할 수 있다. 앞으로 이렇게 구성된 칼만필터를 λ^k -칼만필터라 명명하고 그 추정치와 오차 공분산을 각각 $\hat{b}_k(\lambda^k)$, $P_k(\lambda^k)$ 라 표기하기로 한다.

한편, 추정치가 주어졌을 때 기압고도계 스케일팩터의 변화를 마코프 프로세스(Markov process)라고 가정하면, 추정치에 대한 스케일팩터의 사후확률은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p(\lambda^k | z^k) = \frac{1}{c} p(z_k | \lambda^k, z^{k-1}) p(\lambda_k | \lambda_{k-1}) p(\lambda^{k-1} | z^{k-1}) \quad (3.4)$$

여기서 c 는 정규화상수(normalizing constant)이고, z_k 는 시간 k 에서 측정된 기압고도계와 보조항법센서의 측정치이며 z^k 는 필터가 동작한 시점부터 시간 k 까지의 z_k 들의 집합이다. 한편, $p(z_k | \lambda^k, z^{k-1})$ 는 λ^k -칼만필터에 의하여 정규분포로 주어지므로, 스케일팩터의 전이확률 $p(\lambda_k | \lambda_{k-1})$ 이 주어진다. 만약 필터가 구동된 시점부터 현재까지의 모든 λ^k 들을 구하고 이에 따른 λ^k -칼만필터들을 구동시킴으로써 스케일팩터에 대한 사후확률분포를 구할 수 있다. 이와같은 과정을 거치면 각각의 λ^k 에 대한 $p(\lambda^k | z^k)$ 와 $\hat{b}_k(\lambda^k)$ ($= E\{b_k | z^k, \lambda^k\}$)를 얻을 수 있으므로, 스케일팩터 및 바이어스의 추정치는 다음과 같이 조건부 평균을 구함으로써 얻어진다.

$$\hat{\lambda}^k \equiv E\{\lambda^k | z^k\} = \sum_{\text{all } \lambda^k} \lambda^k p(\lambda^k | z^k) \quad (3.5a)$$

$$\hat{\lambda}_k = k \text{ th element of } \hat{\lambda}^k \quad (3.5b)$$

$$\hat{b}_k \equiv E\{b_k | z^k\} = \sum_{\text{all } \lambda^k} \hat{b}_k(\lambda^k) p(\lambda^k | z^k) \quad (3.6)$$

이상과 같이 스케일팩터와 바이어스의 최적 추정치를 유도하였으나 최적추정치는 가능한 모든 λ^k 들을 요구하며, λ^k 들의 갯수는 시간에 따라 증가하므로 그 구현에 문제가 있다. 따라서 구현이 가능한 형태의 준최적 추정치를 구하는 것이 요구되며, 본문에서는 상호간섭 다중모델 기법(Interacting Multiple Model Technique: IMM)[4,7]을 이용하여 다음과 같이 준최적의 해를 유도하였다.

현재시간을 k 라 하고, 매시간마다 기압고도계의 스케일팩터는 $\{\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(n)\}$ 중의 한가지 값만 가진다고 가정하자. 또한, 기압고도계의 스케일팩터 $\lambda(i)$ 가 다음시간에 $\lambda(j)$ 로 변화하는 프로세스는 마코프이며 전이확률은 T_{ji} 로 주어진다고 가정하자. 시간 $k-1$ 에서 $\lambda(i)$ 의 스케일팩터를 가정하고 식(3.2)와 식(3.3)을 이용하여 칼만필터를 수행시켜서 얻은 바이어스의 추정치와 오차공분산을 각각 $\hat{b}_{k-1}(i)$, $P_{k-1}(i)$ 라 하고, 이 필터의 신뢰확률을 $\hat{p}_{k-1}(i)$ 라 하자. 최적의 필터를 구성하려면 시간 $k-1$ 에서 현재시간을 k 로의 스케일팩터의 전이 가능성을 모두 고려하여야 하지만, 이 경우 시간에 따라 가설의 수(필터의 수)가 증가하므로 현재시간에서 스케일 팩터가 $\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(n)$ 인 n 개의 필터만을 남기고 나머지 가설은 식(3.7)과 같은 초기치혼합(mixing)과정을 통하여 통합함으로써 가설의 수를 n 개로 유지한다. 즉 $\{\lambda(j) \rightarrow \lambda(i), j=1, \dots, n\}$ 인 n 개의 가설을 하나로 통합하여 현재의 스케일팩터가 $\lambda(i)$ 인 필터 하나로 고려한다.

$$\hat{p}_k(i) = \sum_j T_{ij} \hat{p}_{k-1}(j) \quad (3.7a)$$

$$\bar{b}_{k-1}(i) = \sum_j T_{ij} \hat{p}_{k-1}(j) \hat{b}_{k-1}(j) / \bar{p}_k(i) \quad (3.7b)$$

$$\bar{P}_{k-1}(i) = \sum_j T_{ij} \hat{p}_{k-1}(j) [\hat{P}_{k-1}(j) + [\hat{b}_{k-1}(j) - \bar{b}_{k-1}(i)] [\dots]^T] / \bar{p}_k(i) \quad (3.7c)$$

이제 $i=1, \dots, n$ 에 대하여 식(3.7)에서 구한 $\bar{b}_{k-1}(i)$, $\bar{P}_{k-1}(i)$ 를 이전시간에서의 추정치와 오차공분산으로 하고 $\lambda(i)$ 의 스케일팩터를 가정하여 칼만필터를 구동시킨다. 이와같이 하면 각각의 부필터에 대한 현재시간의 추정치와 오차공분산 $\hat{b}_k(i)$, $\hat{P}_k(i)$ 을 얻을 수 있다. 또한, 각각의 부필터의 신뢰확률은 식(3.4)의 개념에 입각하여 식(3.7a)와 칼만필터의 잔류오차의 성질을 고려함으로써 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{p}_k(i) = \frac{1}{c} \bar{p}_k(i) \| \bar{Q}_k(i) \| \left[e^{-\frac{1}{2} [z_k(\lambda(i)) - b_{k-1}(i)]^T Q_k(i)^{-1} [\dots]} \right] \quad (3.8)$$

마찬가지로 식(3.5)와 (3.6)의 개념을 적용하면 다음과 같이 현재시간의 스케일팩터와 바이어스의 추정치를 얻을 수 있다.

$$\hat{\lambda}_k = \sum_{i=1}^n \lambda(i) \hat{p}_k(i) \quad (3.9a)$$

$$\hat{b}_k = \sum_{i=1}^n \hat{b}_k(i) \hat{p}_k(i) \quad (3.9b)$$

이와같이 필터를 구성한 경우 비록 스케일팩터를 유한집합에서 선택한다고 가정하였더라도 식(3.9a)와 같은 베이즈의 법칙을 통한 종합과정이 있으므로 유한집합에서 고려되지 않은 중간값의 스케일 팩터도 추정이 가능하다. 다만 고려하는 스케일 팩터는 지나치게 성급게 분포되지 않도록 선정하여 부필터들이 발산하지 않도록 배려하여야 한다.

4. 시뮬레이션

본 장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 3장에서 유도한 필터와 기억감쇄인자(forgetting factor) 0.8을 가지는 최소자승법 추정필터[5]의 성능을 비교 검토하였다. 기압고도계를 실고 있는 비행체는 비행시간이 경과함에 따라 위치를 이동할 것이고 따라서 주변의 대기도 성질이 변화할 것이다. 그러므로 본 논문에서는 추정하고자 하는 바이어스와 스케일팩터가 시간에 대하여 변화하는 상황에서의 식별성능을 검토하였다. 기압고도계는 2장에서 논한 바이어스와 스케일팩터외에도 표준편차가 5[m]인 불규칙오차를 가지는 것으로 가정하였다.

외부추정장치는 일정한 시간간격으로 고도에 대한 측정치를 제공한다고 가정하였으며 이 측정치의 개수를 시간의 기준으로 고려하였다. 또 이 외부 측정치는 표준편차가 70[m]인 영평균 백색 정규분포를 가지는 측정잡음을 가지고 고도를 측정한다고 가정하였다. 측정하는 고도는 0[m] - 2000[m]사이의 값을 일양분포(uniform distribution)로 발생시켜 사용하였다. 스케일팩터와 바이어스의 초기치는 평균이 0이고 표준편차가 각각 1%, 50[m]인 정규분포를 가지게 하였고, 10개의 외부 측정치가 인가될 때 마다 평균이 0이고 표준편차가 0.5%, 30[m]인 정규분포를 가지는 변화량을 선정하고 이 변화량의 $\frac{1}{10}$ 에 해당하는 값을 외부 측정치가 인가될 때 마다 이전 값에 더해 주었다. 따라서 보조항법 측정치가 인가될 때 마다 스케일 팩터와 바이어스는 일정한 값만큼 변화하며, 이 변화하는 양은 10개의 측정치마다 한 번씩

정규분포를 가지는 확률변수(random variable)로 작성된다.

성능비교에 사용된 필터는 3장에서 유도된 필터와 참고문헌[5]의 최소자승필터이며, 편의상 이들을 각각 IMMID, LSID필터라 지칭한다. 고려된 모든 필터의 스케일팩터와 바이어스의 초기치는 0으로 설정하였다. IMMID필터 내부의 부필터의 초기화에 사용된 값들은 다음과 같다.

부필터의 초기 오차공분산 : $(3 \times 50)^2$

부필터의 공정잡음 공분산 : 20^2

부필터의 개수 : 3

부필터에서 가정한 스케일팩터 : -5%, 0%, 5%

부필터들의 전이확률 : $T = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.25 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.25 & 0.4 \end{bmatrix}$

그림 1과 2는 100회의 몬테카를로 시뮬레이션을 통하여 구한 IMMID와 LSID의 바이어스와 스케일팩터 추정오차의 RMS(root mean square)값이다. 그림은 시간에 대하여 변화하는 상황에서 두가지 필터 모두 발산하지 않고 스케일팩터와 바이어스를 추정하고 있음을 보여준다. 추정오차의 관점에서 볼 때 IMMID는 LSID보다 매우 우수한 추정성능을 가지고 있음을 알 수 있다.

계산량의 관점에서 본다면, LSID는 대략 2차 칼만필터 정도의 계산량을 요구하며, 일반적으로 추정치의 차수가 같을 때 칼만필터의 계산량은 시스템 차수의 제곱에 비례하므로[2] LSID는 대략 1차 칼만필터 4개 정도의 계산량을 요구한다고 할 수 있다. 한편, IMMID는 1차 칼만필터로 구성된 부필터 3개와 확률을 계산하는 부분이 첨가되므로 대략 1차 칼만필터 4-5개 정도의 계산량이 요구된다[1]. 따라서 본 시뮬레이션과 같이 시간에 대하여 변화하는 대기에 대한 기압고도계의 오차추정방법으로서 IMMID는 LSID보다 조금 증가된 계산량으로 보다 우수한 추정오차를 제공한다고 할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 시간에 대하여 변화하는 대기에 대하여 기압고도계를 사용할 때 발생하는 오차를 보정하기 위하여, 대기의 변화에 대한 기압고도계의 주된 오차특성은 바이어스와 스케일팩터임을 밝히고, 이를 추정하기 위하여 모델전이와 IMM기법에 기초한 추정 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 시간에 대하여 변화하는 바이어스와 스케일팩터에 대해서도 우수한 성능으로 이들을 추정할 수 있었다. 제안된 알고리즘은 간헐적으로 관성장치의 외부에서 고도추정치를 제공하는 경우, 기압고도계와 결합하여 우수한 성능의 항법시스템을 구성하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] Y. Bar-Shalom, K. C. Chang, and H.A.P. Blom, "Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation versus the Interaction Multiple Model Algorithm," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-25, pp. 296-300, 1989.
- [2] G. J. Bierman, *Factorization Method for Discrete Sequential Estimation*, Academic Press, pp. 84-88, 1977.
- [3] R. L. Blanchard, "A New Algorithm for Computing Inertial

Altitude and Vertical Velocity," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. AES-7, pp. 1143-1146, 1971

[4] H. A. P. Blom and Y. Bar-Shalom, "The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. AC-33, pp. 780-783, 1988.

[5] L. Ljung and T. Soderstrom, *Theory and Practice of Recursive Identification*, The MIT Press, pp. 56-59, 1983.

[6] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, 1993

[7] 황익호, 이장규, "최대사후확률 기동표적 추적 필터," 대한전기학회논문지, pp. 1329-1333, 1995.

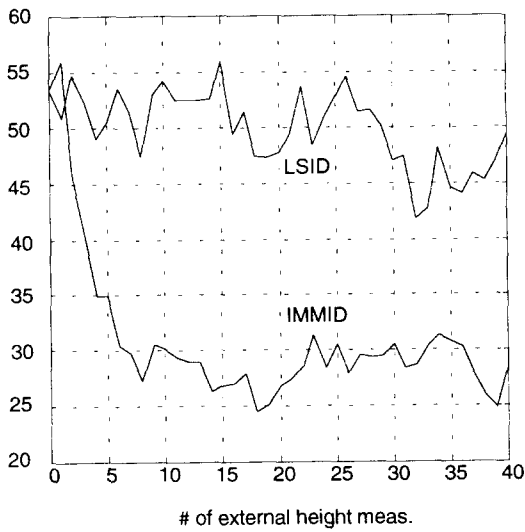


그림 1. 바이어스의 RMS 추정 오차[m]
Fig. 1. RMS bias estimation errors[m]

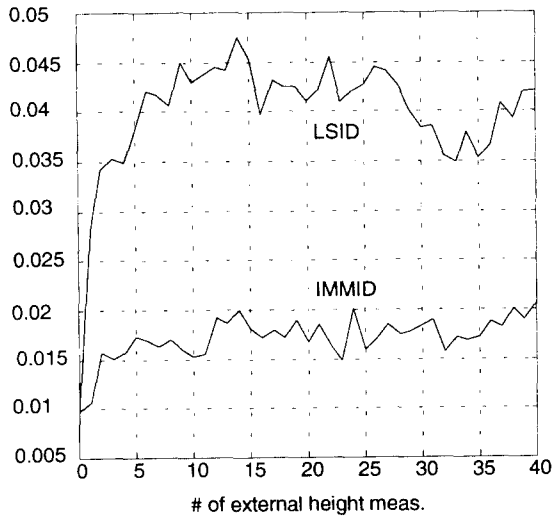


그림 2. 스케일팩터의 RMS 추정 오차
Fig. 2. RMS scale factor estimation errors