

## 신경 회로망을 이용한 부품 조립 공정의 최적화 알고리즘

### Optimal Algorithm of Part-Matching Process Using Neural Network

\* 오 제 휘\*, 차 영 엽\*\*

\*원광대학교 대학원 (Tel : (0653) 50-6693 , Email : ggypcha@wonms.wonkwang.ac.kr)

\*\*원광대학교 기계공학과 (Tel : (0653) 50-6693 , Email : ggypcha@wonms.wonkwang.ac.kr)

**Abstracts** In this paper, we propose a hopfield model for solving the part-matching which is the number of parts and positions are changed. The goal of this paper is to minimize part-connection in pairs and net total path of part-connection. Therefore, this kind of problem is referred to as a combinatorial optimization problem. First of all, we review the theoretical basis for hopfield model to optimization and present two method of part-matching, ; Traveling Salesman Problem (TSP) and Weighted Matching Problem (WMP). Finally, we show demonstration through computer simulation and analyzes the stability and feasibility of the generated solutions for the proposed connection methods.

**Keywords** part-matching, combinatorial optimization, stability, feasibility

#### 1. 서론

현재의 부품 조립 공정과 같이 부품의 개수 및 그 위치가 일정한 경우와는 달리 개수와 위치가 정해져 있지 않고 변동이 되는 경우의 조립 공정은 1) 부품의 구별 및 개수 파악. 2) 위치의 정확한 인식. 3) 결합 부품간의 최적 연결 결정. 4) 전체 부품간의 최적 연결 경로 결정 등의 4가지 중요 결정 사항이 있다. 첫 번째와 두 번째의 사항은 영상 인식 분야이고 나머지 두 가지 사항은 결합 최적화 문제(Combinatorial Optimization Problem)로 취급할 수가 있다.

이 연구는 첫 번째와 두 번째의 사항은 패턴 인식(Pattern Recognition)에 따른 이미지 처리 과정의 문제로 보고 취급하지 않고, 세 번째와 네 번째의 사항을 중점으로 연구하였다. 그리하여, 위 두 문제들을 접근하는 방법으로 Hopfield Model을 사용하였다. 결합 최적화 문제 해결 방법으로 Traveling Salesman Problem (TSP)을 사용하였으나 TSP의 안정도(Stability)와 유용성(Feasibility)의 어려움으로 실제 적용의 문제점을 인식하고, 세 번째의 사항의 해결 방법으로 Weighted Matching Problem(WMP)을 사용하여 실제 사용이 가능한 결과 값을 얻을 수 있게 하였다.

이 논문은 첫 번째로 Hopfield Model의 식을 설명한 후, TSP에 대한 기존의 연구가들의 이론을 설명하고, 고유치를 이용한 식을 제안하고 나서, 결합 부품간의 최적 연결에 사용 될 WMP를 유도하였다. 그 후에 위에서 제시한 TSP-WMP를 사용하여 컴퓨터로 Simulation한 결과를 보여주고, 이 결과 값을 분석하여 이 연구의 안정성 및 유용성을 보여 줄 것이다.

#### 2. Hopfield Network Model

Hopfield Network는 뉴런(Neuron)이라고 불리는 각각의 요소들이 서로 피드백(Feedback)으로 연결된 구조이다. 일반적으로  $i$  번째의 뉴런은 현재의 상태인  $U_i$ , 그리고 그 출력값  $V_i$  등으로 표시가 가능하며, 출력 값은 비선형의  $0 \sim 1$ (또는  $-1 \sim +1$ ) 영역을 갖는  $g(U_i)$  함수와 관계를 가지고 있다.  $g(U_i)$ 는 일반적으로 Step 함수 또는 Hyperbolic Tangent 형태를 갖는다.  $i$  번째 뉴런의 출력 값은 연결 행렬(Connection Matrix)  $T_{ij}$  와 곱해서  $j$  번째 뉴런의 입력 값이 되며, 각각의 뉴런에는 Offset Bias 라는 외부 자극(External Excitation)  $I_i$  을 받게 된다.  $i$  번째 뉴런  $U_i$  은 이 뉴런의 총 입력값에 대한 함수로 갱신(Update)되며, 이 함수는 사용하는 것이 연속적(Continuous)이나, 이산적(Discrete)이나에 따라 구별되어진다. 이 논문에서는 연속적인 경우만을 다룰 것이다.

연속적인 경우, 미분 방정식으로 표시되는 Network의 거동은

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_{j=1}^N T_{ij} V_j - \frac{U_i}{\tau} + I_i \quad (1)$$

이며, 여기서  $\tau$  는 회로의 시간 상수(Time Constant)이다. 출력 함수  $g(U_i)$  는 Hyperbolic Tangent로써

$$g(U_i) = \tanh\left(\frac{U_i}{U_0}\right) \quad (2)$$

이다. 만일  $U_i$  가 비동기적(Asynchronous; 뉴런들의 랜덤한 갱신)으로 갱신되고, 연결 행렬  $T_{ij}$  이 대칭적이면, 식(1)으로부터 유도되는 Liapunov 형태의 에너지 함수는

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N T_{ij} V_i V_j - \sum_{i=1}^N I_i V_i \quad (3)$$

과 같이 나타내며, 이것을  $i$  번째 뉴런에 대한 거동의 식으로

쓴다면

$$\frac{dU_i}{dt} = -\frac{U_i}{\tau} - \frac{\partial E}{\partial V_i} \quad (4)$$

가 된다.

### 3. Traveling Salesman Problem

여기서 Hopfield Model을 이용하여 TSP 문제 해결 방법을 제시하겠다. 이 주제는 Hopfield와 Tank[5]가 TSP 해결 방법을 제시하고 Wilson과 Pawley[1]가 그 안정성 문제에 대해 이의를 제기한 후로 많은 연구자들은 TSP의 유효한(Valid) 값을 찾기 위해 노력하였다. 또한 Tagliarini와 Page[9]는 Stack Neurons라는 여분의 항을 이용하였고, Abel[2]는 고유치(Eigenvalues)를 이용하여 변형된 공식을 얻어냈으며, Carvalho와 Barbosa[4]는 Boltzmann Machine과 Simulated Annealing을 이용하였고, Jappe와 Cardon[8]은 2개의 층(Layer)을 이용하여 유효한 식을 얻으려고 노력하였다. 특히 Aiyer, Niranjana, Fallside[2,3]은 고유치 (Eigenvalues)를 이용하여 10에서 50개까지의 도시에서도 유효한 값을 얻을 수 있는 식을 얻어냈다. 하지만 위의 식들은 거리의 최적화 부분에서는 아직도 미흡하여 TSP의 문제를 완전히 해결하였다고는 볼 수가 없다.

이 장에서는 TSP에 대해 간략히 설명하고, Hopfield와 Tank[5]의 원래의 식을 유도한 후, 이 식을 근거로 하여 Aiyer, Niranjana, Fallside[2]가 행한 TSP 에너지 식을 유도하겠다. 이 결과 식이 비록 많은 도시를 연결할 수 있는 장점이 있겠으나, 이 연구에서 요구하는 최적 최단의 연결을 확실하게 제공하지 않기 때문에 그대로 받아들이지 않고, 3.2절에서 제안한 식을 변형시킨 식과 4장에서 제안할 WMP 식[7]을 결합하여 더욱 최적한 값을 얻을 수 있게 할 것이다.

#### 3.1 TSP의 개요 및 Hopfield와 Tank의 식

Traveling Salesman Problem이란  $N$ 개의 도시를 오직 한 번에 한 도시씩 방문하는 최단의 거리를 찾는 문제로써, 이것은 NP complete문제로 분류할 수 있으며, 이것을 찾는 경우의 수는 도시가  $N$  개라면  $\frac{N!}{2N}$  가지가 있다. Hopfield와 Tank[5]는 이 문제 해결을 위해 방문할 도시가  $N$  개라면 뉴런의 수를  $N^2$  개로 잡았다.  $N^2$  뉴런을  $N$  뉴런에 대한  $N$  개 그룹으로 분류하고,  $N$  뉴런에 대한 각각의 그룹은 그 순번에 대한 도시로 나타내었다. 이 표시  $V_{x,i}$ 는  $x$  번째 도시에 대한  $i$  번째 순번을 나타내며, 만일  $x$  번째 도시가  $i$  번째 순번이라면, 이것이 1이고 (즉 뉴런이 켜짐), 그렇지 않다면 이것은 0(뉴런이 꺼짐)이다.

위의 표기법을 이용하여, 유용한 여행이 되게 하는 최소 에너지 함수의 조건은 C1) 여행에서 오직 한 번씩만 도시를 방문한다; C2) 여행에서 오직 한 개의 도시만이 그 순번에 존재한다; C3) 모든  $N$  개의 도시를 방문하여야 한다; C4) 여행시 총 거리는 최소가 되어야 한다. 등 네 가지가 있는데, C1, C2, C3은 강한 제약 조건(Strong Constraint)에 속하고 C4는 약한 제약 조건(Weak Constraint)에 속한다[6]. 먼저  $V_{x,N+1} = V_{x,1}$ ,  $V_{x,0} =$

$V_{x,N}$  로 정의한다면, 위의 조건에 만족하는 에너지 식은

$$\begin{aligned} E = & \frac{A}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N V_{x,i} V_{x,j} \\ & + \frac{B}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N V_{x,i} V_{y,i} \\ & + \frac{C}{2} \left( \sum_{i=1}^N \sum_{x=1}^N V_{x,i} - N \right)^2 \\ & + \frac{D}{2} \sum_{x=1}^N \sum_{y=1, y \neq x}^N d_{x,y} V_{x,i} (V_{y,i+1} + V_{y,i-1}) \end{aligned} \quad (5)$$

이며, 여기서  $d_{x,y}$ 는  $x$  도시와  $y$  도시의 거리를 뜻하며,  $A$  항은 C1을,  $B$  항은 C2를,  $C$  항은 C3을,  $D$  항은 C4를 각각 만족시킨다.

거동 미분 방정식은 식(1)과 같은 형태인

$$\frac{dU_{x,i}}{dt} = \sum_{y=1}^N \sum_{j=1}^N T_{x,i,y,j} V_{y,j} - \frac{U_{x,i}}{\tau} + I_{x,i} \quad (6)$$

$$V_{x,i} = g(U_{x,i}) = \frac{1}{2} (1 + \tanh(\lambda U_{x,i}))$$

이고, 식(5)과 식(6)에 의해 연결 행렬  $T_{x,i,y,j}$  과 외부 자극  $I_{x,i}$  는

$$\begin{aligned} T_{x,i,y,j} = & -A \delta_{x,y} (1 - \delta_{i,j}) - B \delta_{i,j} (1 - \delta_{x,y}) \\ & - C - D d_{xy} (\delta_{i,i+1} + \delta_{i,i-1}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$I_{x,i} = + CN' \quad (8)$$

이며, 여기서  $\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$  로 정의한다. Hopfield는 10개의 도시에 대해  $A=B=500$ ,  $C=200$ ,  $D=500$ ,  $\tau=1$ ,  $\lambda=50$ ,  $N'=15$ 로 값을 주어 풀었다. 이 식은 10개의 도시까지는 안정되나 10개를 초과했을 경우에서는 심각한 불안정 상태를 갖고 있는 것으로 나타나고 있다[2,5].

#### 3.2 고유치를 이용한 TSP 식

고유치를 정하기 위하여 연결 행렬에 대한 고유치의 형태를  $D$  항을 무시하고 계산하겠다. 그 이유는 식(5)의 처음 세 가지 항이 강한 제약 조건(Strong Constraint)이기 때문에 이 Network가 유효한 값에 정착(Settle down)할 수 있게 하기 때문이다. 또한 C1과 C2가 같은 조건의 항으로 값이 같기 때문에  $A=B$ 라고 하고,  $N'=N$  이라 가정한다면, 연결 행렬은

$$T_{x,i,y,j} = -A \delta_{x,y} (1 - \delta_{i,j}) - A \delta_{i,j} (1 - \delta_{x,y}) - C \quad (9)$$

이 되며, 연결 행렬에 대한 고유치는 아래와 같이 세 가지로 나타낼 수 있다.

$$\lambda_1 = -CN^2 - 2A(N-1)$$

: 이것은  $e^1 = (1, 1, \dots, 1)'$  방향의 고유 벡터와 상응하며,

$I_{x,i}$ 와 결합하여  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{x,i}$  가  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{x,i} \cdot e^1 = N$  인 부분 공간에 있게 한다.

$$\lambda_2 = 2A$$

: 이것은 유효한 값을 갖는 경우의 부분 공간(Subspace)을

나타내며,  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{x,i}$  와  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N U_{x,i}$  가 유효한 공간에서 정육방체의 각 꼭지점으로 퍼지게 한다.

$$\lambda_3 = -A(N-2)$$

: 이것은  $e^1$ 과 유효한 부분 공간과 직교인 공간 즉, 무효한

(Invalid) 부분 공간을 나타내며,  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N V_{x,i}$  와  $\sum_{x=1}^N \sum_{i=1}^N U_{x,i}$

가 유효한 공간에 있게 제한시킨다.

위의 각 요소들을 독립시키면, 그들의 상대적 세기를 조절하므로써, 유효한 값에 도달할 수 있게 한다.

첫 번째로  $C$ 항을 독립시키기 위해, 여분의 상수  $2A_1$ 을 각각의 연결 행렬에 집어넣는다. 그 다음  $\lambda_1$ 이  $-CN^2$ 이 되게 하기 위해 각각의 연결 행렬에  $\frac{2A(N-1)}{N^2} + \frac{2A_1}{N^2}$ 을 집어넣고, 그 고유치들을 다시 정리한다면,

$$\lambda_1 = -CN^2$$

$$\lambda_2 = -2(A - A_1)$$

$$\lambda_3 = -AN + 2(A - A_1)$$

이 된다. 연결 행렬  $T_{x,i,y,j}$ 의 최종 식은  $D$ 항을 포함하고,  $N$

이 실제 도시의 수이며,  $B$ 는 항상  $A$ 와 같다고 정하여 쓰면,

$$T_{x,i,y,j} = -A\delta_{x,y}(1 - \delta_{i,j}) - B\delta_{i,j}(1 - \delta_{x,y}) - 2A_1\delta_{x,y}\delta_{i,j} \quad (10)$$

$$- C + \frac{2(AN - A + A_1)}{N^2}$$

$$- Dd_{xy}(\delta_{j,i+1} + \delta_{i,i+1})$$

$$I_{x,i} = + CN \quad (11)$$

이 된다.

이 식은 비록 많은 도시를 연결할때 완전한 연결에 의한 유효한 값을 100%낼 수 있다는 장점이 있지만, 위의 과정에서 보듯이 거리의 항(즉,  $D$ 항)은 그 자신의 특수한 성격-다루기 힘들다는 것-때문에 거의 언급하지 않았다[3]. 실제로 이 식은 이 연구에서 요구하는 최단의 연결을 완벽히 만족시켜 주지 못한다. 그러므로 어느 정도 이 사항을 만족시키기 위해 다음 장에서 WMP에 의한 연결을 제시하겠다.

#### 4. Weighted Matching Problem

WMP란 한 점(부품)이 정확히 다른 점을 한 쌍으로 연결하여 이 쌍의 최단거리를 찾는 문제로서 TSP보다 상대적으로 쉬운 문제이다.

이 조건에 맞는 에너지 함수를 만들면

$$E = \sum_{x \neq y} d_{x,y} V_{x,y} + \frac{\gamma}{2} \sum_x (1 - \sum_y V_{x,y})^2 \quad (12)$$

이며, 여기서  $x, y$ 는 각각의 점들을 나타내며,  $V_{x,y} = V_{y,x}$ 가 성립되므로써 이 이후부터는  $x < y$ 인 경우만 고려한다. 식(12)의 첫째 항은 거리에 관한 항이고, 두 번째 항은 각 행/열이 오직 하나 만이 연결 되어 함을 나타낸다. 다시 식(12)을 미분한다면,

$$dE_{x,y} = (d_{x,y} - \gamma + \gamma \sum_{k \neq y} V_{x,k} + \gamma \sum_{k \neq x} V_{y,k}) \cdot dV_{x,y} \quad (13)$$

가 되고, 각 뉴런의 거동 미분 방정식은 식(1)에 의해

$$\frac{dU_{x,y}}{dt} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N T_{x,y,n,m} V_{n,m} - \frac{U_{x,y}}{\tau} + I_{x,y} \quad (14)$$

$$V_{x,y} = g(U_{x,y}) = \frac{1}{2}(1 + \tanh(\lambda U_{x,y}))$$

와 같이 표현할 수 있으며, 이 식은 식(4)에 의해

$$\frac{dU_{x,y}}{dt} = -\frac{U_{x,y}}{\tau} - \frac{\partial E}{\partial V_{x,y}} \quad (15)$$

로 변환시킬 수 있다. 식(13)을 식(15)에 대입하여 연결 행렬  $T_{x,y,n,m}$ 과 외부 자극  $I_{x,y}$ 을 구한다면

$$T_{x,y,n,m} = -\gamma(\delta_{m,x} + \delta_{x,n}) - \gamma(\delta_{y,n} + \delta_{y,m}) \quad (16)$$

$$I_{x,y} = \gamma - d_{x,y} \quad (17)$$

이 된다.

여기서 좀 더 빠르고 안정된 최적의 연결을 얻기 위해 연결 행렬에 각 점의 상호 연결 거리항  $\alpha(\gamma - d_{x,y,n,m})$ 을 추가시킨다면,

$$T_{x,y,n,m} = -\gamma(\delta_{m,x} + \delta_{x,n} + \delta_{y,n} + \delta_{y,m}) + \alpha(\gamma - d_{x,y,n,m}) \quad (18)$$

과 같이 쓸수 있으며, 여기서

$$\alpha = \begin{cases} 1 & (x \neq y, x \neq m, x \neq n, y \neq n, y \neq m) \\ 0 & (\text{그외의 경우}) \end{cases}$$

$$d_{x,y,n,m} = d_{x,y} + d_{n,m}$$

이다

#### 5. 시뮬레이션 결과

이제 앞에서 거론한 WMP-TSP를 이용하여 Matching문제를 해결한다. Hopfield와 Tank 식-식(6),(7),(8)에 대한 시뮬레이션은 여러 연구자들에 의해 행해 졌으므로[2,5,8], 여기서는 실험하지는 않겠다. 그 대신에 단지 고유치를 이용한 식(10)과 5.2에서 제안하는 WMP식을 비교하고, 다시 우리가 제안하는 WMP-TSP를 이용한 식과 비교하여 WMP-TSP식의 우수성을 보이겠다.

##### 5.1 고유치만 이용한 식의 경우

미분 방정식은 식(6)을 이용하였으나  $-\frac{U_{x,i}}{\tau}$ 항을 소거하였고 (왜냐하면,  $A, A_1, C, D$  값이 상당히 크다면 보상해 주므로), 출력 함수  $g(U_{x,i})$ 로 Hyperbolic Tangent를 쓰는 대신에 더욱 안정적이고 빠른 수렴을 위해 아래와 같은 계단적 선형 함수를 사용했다.

$$g(U_{x,i}) = \begin{cases} 0 & U_{x,i} \leq -0.5 \\ U_{x,i} + 0.5 & -0.5 < U_{x,i} < 0.5 \\ 1 & U_{x,i} \geq +0.5 \end{cases} \quad (19)$$

그 외의 조건으로,  $A=8$ ,  $A_1=(\frac{31}{32})A$ ,  $C=\frac{A}{30}$  와  $D = \frac{AN}{80}$  을 사용했고,  $A, A_1 \dots$  등에 의해서,  $dt$ 는 작은 값을 갖게 하였다.(10개의 도시 : 0.02s, 50개의 도시 : 0.005s), 초기  $V_{x,i}$  값은 랜덤하게 얻었지만,  $V_{x,i}e^1 \approx N$  을 유지시켰고, 식(10)과 식(11)을 이용하여 시뮬레이션하였다[2].

### 5.2 WMP-TSP를 이용한 경우

WMP-TSP를 사용하기 위하여 아래의 순서와 조건을 따랐다.

1) WMP 이용 : 미분 방정식은 식(14)을 이용하였으나  $-\frac{U_{x,i}}{\tau}$  항을 소거했고, 출력 함수  $g(U_{x,i})$ 로 식(19)을 이용했다. 그 외의 조건으로,  $\gamma=1000$ ,  $dt=0.02$ 로 정하였고, 초기  $V_{x,y}=0.5$  로 하였으며, 갱신(Update)을 랜덤하게 하였다. 2) WMP에서 얻은 값을 고유치를 이용한 TSP식에 적용 : 대부분 5.1의 경우와 같이 적용했으나,  $D=0.01 \sim 0.02$ , 초기  $V_{x,i}=0$ 으로 하였고, 경험에 의해, 식(10)을

$$\begin{aligned}
 T_{x,i,y,j} = & -2A\delta_{x,y}(1 - \delta_{i,j}) - 2B\delta_{i,j}(1 - \delta_{x,y}) \\
 & - A_1\delta_{x,y}\delta_{i,j} \\
 & - C + \frac{4(AN - A + A_1)}{N^2} \\
 & - Dd_{xy}(\delta_{j,i+1} + \delta_{i,i+1})
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

으로 바꾸어 사용하였다.

### 5.3 결과

그림. 1과 그림. 2는 각각 도시가 12개일 때, 식(10)과 변형된 식(20)을 비교한 것과 WMP와 WMP에서 얻어진 값을 이용한 TSP의 결과값을 나타낸 것으로 X축은 실행 횟수(30회)이고, Y축은 연결 거리를 나타낸다. 그 결과는 표. 1로써 정리하였다. 여기서, WMP-TSP를 이용한 방법이 시간, 최적 거리 횟수, 최적 거리와 평균 거리의 차이 등에서 월등하게 좋음을 알 수 있다.

표. 1 30번 실행했을 때의 시뮬레이션 결과값

Table. 1 Simulation results for 30 runs.

	식 (10)	식 (20)	WMP-TSP
최 적 거 리	1654	1654	1253
최적 거리를 나타낸 횟수	5	7	9
에 러 발 생 횟 수	1	2	0
최 대 거 리	2963	2015	1603
총 평 균 거 리	2107.69	1823.26	1344.73
걸 린 시 간 (Sec)	20	16	12

## 6. 결론

위의 결과에서 보듯이 일정하지 않은 부품 개수와 거리를 갖는 부품 조립 공정의 경우, Hopfield Model에서 유래된 WMP-TSP식은 비록 완전한 최적 상태는 아니지만, 수행 시간, 최적 거리 횟수, 최적 거리와 평균 거리의 차이등에서 다른 식보다 아주 우수한 최적(Optimal)또는 준 최적 상태의 값을 갖는다.

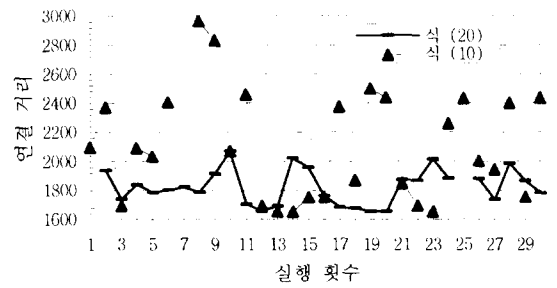


그림.1 식(10)과 식(20)의 결과값  
Fig. 1 The Results of Eq.(10) and Eq.(20)

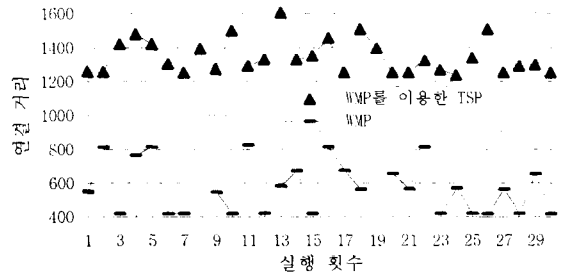


그림. 2 WMP-TSP의 결과값  
Fig. 2 The Results of WMP-TSP

## 참고문헌

- [1] M.K.M. Ali and F. Kamoun, "Neural Network for Shortest Path Computation and Routing in Computer Networks," *IEEE Trans. N. N.*, vol. 4, no. 6, pp. 941-954, 1993
- [2] S.V.B. Aiyer, M. Niranjan and F. Fallside, "A Theoretical Investigation into the Performance of the Hopfield Model," *IEEE Trans. N. N.* vol. 1, no. 2, pp. 204-215, 1990
- [3] S.V.B. Aiyer, M. Niranjan and F. Fallside, "On the Optimization Properties of the Hopfield Model," *in Proc. INNC90*, vol. 1, pp. 243-248, 1990
- [4] L.A.V. Carvalho and V.C. Barbosa, "A TSP Objective Function that Ensures Feasibility at Stable Points," *in Proc. INNC90*, vol. 1, pp. 249-253, 1990
- [5] J.A. Freemam and D.M. Skapura, "Neural Networks," Addison-Wesley Pub., USA, 1992,
- [6] J.A. Freemam, "Simulating Neural Networks with mathematica." Addison-Wesley Pub., USA, 1994,
- [7] J. Hertz, A. Krogh and R.G. Palmer, "Introduction to the Theory of Neural Computation." Addison-Wesley Pub., USA, 1991,
- [8] A. Joppe, H.R.A. Cardon and J.A. Bioch, "A Neural Network for Solving the Travelling Salesman Problem on the Basis of City Adjacency in the Tour," *in Proc. INNC90*, vol.1, pp. 254-257, 1990
- [9] G.A. Tagliarini, J.F. Crist and E.W. Page, "Optimization Using Neural Networks," *IEEE Trans. computers*, vol. 40, no. 12, pp. 1347-1358, 1991