

퍼지 로직 동조기를 이용한 PID 제어기의 이득 조정 Tuning Gains of a PID Controller using Fuzzy logic-based Tuners

이명원*, 권순학, 이달해

영남대학교 전기공학과(Tel:053-810-3514; Fax:053-813-8230; E-mail: a9514705@mirae.yeungnam.ac.kr)

Abstracts In this paper, an algorithm for tuning gains of a PID controller is proposed. The proposed algorithm is composed of two stages. The first is a stage for Lyapunov function-based initial stabilization of an overall system and rough tuning gains of the PID controller. The other is that for fine tuning gains of the PID controller. All tunings are performed by using the well-known fuzzy logic-based tuner.

The computer simulations are performed to show the validity of the proposed algorithm and results are presented.

Keywords Tuning gains, PID controller, Lyapunov function-based stabilization, fuzzy logic-based tuner.

1. 서론

현재, 산업공정에 사용되고 있는 제어기중, PID (Proportional-Integral-Derivative) 제어기는 간단한 구조를 갖고 있음에도 불구하고 상대적으로 좋은 제어성능을 제공하는 것으로 알려져 있다. 또한, PID 제어기는, 이를 구성하는 비례, 적분 및 미분 동작에 대한 물리적 의미를 쉽게 파악할 수 있는 장점을 지니고 있어, 석유, 화학, 제철, 제강 등의 산업공정제어에 가장 많이 활용되고 있는 제어기이다.

그러나, 이와 같은 보편적이고 광범위한 활용에도 불구하고, PID 제어기의 성능은 제어대상 및 제어기의 매개변수에 크게 의존하는 단점을 지니고 있다. 즉, 제어대상 혹은 이를 둘러싼 주위환경 변화에 기인한 매개변수의 변화에 대하여, 제어기의 이득이 재조정되어야 하며, 이의 조정은 대부분이 전문가의 수작업에 의하여 시행착오적으로 이루어지고 있는 현실이다. 따라서 이를 위하여 많은 시간과 경비가 소요되는 문제점을 지니고 있어, PID 제어기 이득의 자동동조에 관한 절실한 필요성과 함께 활발한 연구가 진행되어 왔다.

대표적 방법중의 하나로 Ziegler-Nichols의 PID 제어기 동조법이 있다[1]. Ziegler-Nichols 동조법은 시간영역속에서 제어대상의 개회로 계단응답에 기초하여 임계이득과 임계주기를 구하여 동조하는 방법 및 주파수영역에서 임계이득과 임계주기를 구하여 비례, 적분 및 미분 상수를 결정하는 방법이다. 이 이외에도 Ziegler-Nichols 동조법의 문제점을 보완한 Astrom과 Hagglund의 수정된 Ziegler-Nichols 동조법, 우열극(Dominant pole)에 의한 동조법, M원(M circle) 동조법 및 극배치 동조법등이 있으며 이들 각각은 Astrom[1]에 의하여 비교 분석되어 있다. 최근에는 온라인 동조법으로 Cameron과 Seborg에 의한 적용동조법[2], 퍼지논리 및 신경회로망 이론을 이용한 동조법들이 개발되어 보고되고 있다[3,4,5,6]. 이들중, Litt[3]는 전체 폐회로 시스템에 대한 5가지의 특징량을 추출 및 설정하여, PID 제어기에 의한 응답특성이 이들 특징량을 갖도록 제어기 이득을 조정하는 방법을 제안하였다. Swinariski[6]는 신경회로망의 학습신호로, 제어대상의 개회로 계단응답을 입력으로 그리고 Ziegler-Nichols의 PID 제어기 동조법에 의한 계수들을 출력으로 하여 신경회로망용 학습시키는 방법으로 PID 제어기의 이득 동조를 실현하였다.

그러나, 이들 방법들은 PID 제어기의 이득 동조시, 제어대상에 제한(예, 안정한 제어대상)을 두고, 전문가의 지식에 의존하거나 혹은 off-line에 의한 동조법들로 실제의 산업공정에 직접 적용시키는 데에는 적지 않은 문제점을 내포하고 있어 많은 연구 결과에 비하여 실제 활용은 극소수에 불과하다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 본 연구에서는 제어대상에 관계없이(엄밀히 말하자면, 안정화가 가능한 시스템으로 제한됨) on-line으로 PID 제어기의 이득 동조가 가능한 알고리즘을 제안한다. 또한 제안된 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여, 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하고 이로부터 얻어진 결과를 검토한다.

2. 제어기 동조 알고리즘

전형적인 연속시간 PID 제어기의 전달함수 $G_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$G(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_P(1 + \frac{1}{T_I}s + T_Ds) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_Ds \quad (1)$$

여기서, u 는 제어 입력, $e(=y_d - y)$ 는 기준입력(y_d)과 출력(y)과의 오차, K_p , $K_I (=K_p/T_I)$, $K_D (=K_p \cdot T_D)$ 는 각각 비례, 적분, 미분 이득을 나타내고, T_I , T_D 는 각각 적분 및 미분상수를 나타낸다. 식(1)을 표본시간 T 에 대하여 이산화시키면 다음과 같은 이산시간 PID제어기의 전달함수를 얻을 수 있다.

$$G(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = K_P + K_I \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} + K_D \frac{z-1}{Tz} \quad (2)$$

식(2)로부터 제어입력 $u(k)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$u_k = u_{k-1} + K_P[e_k + (\frac{T}{2} - 1)e_{k-1}] + K_I \frac{T}{2} e_k + \frac{K_D}{T} [e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}] \quad (3)$$

따라서, 식(2) 및 (3)으로 표현된 이산시간 PID제어기의 이득 K_p , K_I , K_D 를 제어대상의 특성을 바탕으로 동조를 수행한다.

그러나, PID 제어기의 이득 동조시, 원활한 이득 동조를 위해서는 전체 시스템의 안정화 과정이 요구되므로, PID 제어기의

초기이득 결정은 시스템을 안정화시키는 범위내에서 결정되어져야함을 알 수 있다. 이러한 배경에서 본 연구에서는 그림1에 나타난 바와 같은 Lyapunov 함수[7,8]를 이용한 시스템 안정화 과정을 갖는 PID 이득 동조기를 제안한다.

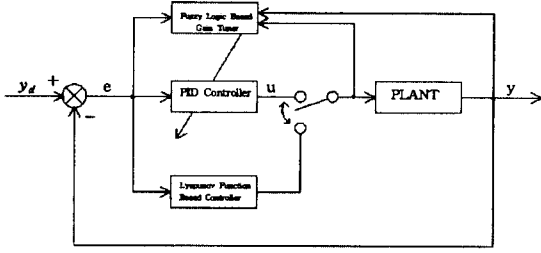


그림 1. 전체 시스템 블록도.
Fig 1. Overall System Configuration.

단일 입출력을 갖는 다음과 같은 출력 안정가능 비선형 시스템(output stabilizable nonlinear system)에서

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $x \in R^n$, $u \in R$, $y \in R$, $f: R^n \times R \rightarrow R^n$, $g: R^n \rightarrow R$ 에 대하여 리아프노프 함수(Lyapunov function)를 다음과 같이 정의한다.

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (5)$$

여기서, $e_1=(y_d-y)$ 은 출력과 기준출력간의 오차이며, V_1 은 미분가능하다고 가정한다. 식(4)로 나타내진 시스템의 안정된 제어를 보장하기 위해서는 다음과 같은 조건

$$\dot{V}_1(e_1) \leq 0 \quad \text{or} \quad \Delta V_1(e_1) \leq 0 \quad (6)$$

을 만족시키는 제어입력 u 를 구하지 않으면 안된다. V_1 의 도함수는 연쇄법칙(chain rule)에 의해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V}_1(e_1) = \frac{dV_1(e_1)}{dt} = \frac{\partial V_1(e_1)}{\partial e_1} \frac{\partial e_1}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7)$$

식(7)은 다음과 같이 근사화 되어질 수 있다.

$$\dot{V}_1(t) \approx \frac{\Delta V}{\Delta t} = e_1 \frac{\Delta e_1}{\Delta u} \frac{\Delta u}{\Delta t} \quad (8)$$

여기서

$$\Delta e_1 = e_1(t_k) - e_1(t_{k-1})$$

$$\Delta u = u(t_k) - u(t_{k-1})$$

$$\Delta t = t_k - t_{k-1}$$

따라서

$$\Delta V_1(t_{k+1}) \approx e_1(t_k) \frac{\Delta e_1(t_k)}{\Delta u(t_k)} \Delta u(t_{k+1}) \quad (9)$$

(6)식으로 부터, $\Delta u(t_{k+1})$ 가 만족해야한다.

$$\text{sign}(\Delta u(t_{k+1})) = -\text{sign}\left(e_1(t_k) \frac{\Delta e_1(t_k)}{\Delta u(t_k)}\right)$$

제어 규칙은

$$u(t_{k+1}) = u(t_k) + \Delta u(t_{k+1}) \quad (10)$$

(5)식에서 정의된 리아프노프 함수는 원하는 출력과 현재의 출력 사이의 거리로 해석할 수 있으므로, 안정된 제어를 위해서는 리아프노프 함수는 단조 감소하는 것이 바람직하다. PID과라메터의 동조를 위한 목적 함수의 이산시간 초기 동조는

$$V_2(k) = \frac{1}{2} (u(k) - u^*(k))^2 = \frac{1}{2} e_2^2(k) \quad (11)$$

V_2 의 PID제어기의 각 이득 K_P, K_I, K_D 에 대하여 감도(sensitivity)를 연쇄 법칙(chain rule)을 써서 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_P(k)} &= \frac{\partial V_2(k)}{\partial e_2(k)} \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_P(k)} = e_2(k) \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_P(k)} \\ &\approx e_2(k) \frac{(e_2(k) - e_2(k-1))}{(K_P(k) - K_P(k-1))} \end{aligned} \quad (12)$$

같은 방법으로

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_I(k)} &= \frac{\partial V_2(k)}{\partial e_2(k)} \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_I(k)} = e_2(k) \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_I(k)} \\ &\approx e_2(k) \frac{(e_2(k) - e_2(k-1))}{(K_I(k) - K_I(k-1))} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_D(k)} &= \frac{\partial V_2(k)}{\partial e_2(k)} \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_D(k)} = e_2(k) \frac{\partial e_2(k)}{\partial K_D(k)} \\ &\approx e_2(k) \frac{(e_2(k) - e_2(k-1))}{(K_D(k) - K_D(k-1))} \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 PID제어기의 이득 K_P, K_I, K_D 는 다음과 같이 조정된다.

$$\begin{aligned} K_P(k+1) &= K_P + \Delta K_P(k) \\ K_I(k+1) &= K_I + \Delta K_I(k) \\ K_D(k+1) &= K_D + \Delta K_D(k) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\Delta K_P(k) = -y_P \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_P(k)}$$

$$\Delta K_I(k) = -y_I \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_I(k)}$$

$$\Delta K_D(k) = -y_D \frac{\partial V_2(k)}{\partial K_D(k)}$$

초기 동조 후 다음과 같은 평가 함수를 정의하여 미세 동조를 수행한다.

$$V_3(k) = \frac{1}{2} (y(k) - y^*(k))^2 = \frac{1}{2} e_3^2(k) \quad (16)$$

즉

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3(k)}{\partial K_P(k)} &= \frac{\partial V_3(k)}{\partial e_3(k)} \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial K_P(k)} \\ &= e_3(k) \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \left(e_3(k) + \left(\frac{T}{2} - 1\right) e_3(k-1) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)에서 $\frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)}$ 를 다음과 같이 근사화하기로 한다.

$$\frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \approx \frac{e_3(k) - e_3(k-1)}{u(k) - u(k-1)} \quad (18)$$

식(17)와 (18)으로부터 식(19)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3(k)}{\partial K_P(k)} &\approx e_3(k) \frac{e_3(k) - e_3(k-1)}{u(k) - u(k-1)} \\ &\quad \times \left(e_3(k) + \left(\frac{T}{2} - 1\right) e_3(k-1) \right) \end{aligned} \quad (19)$$

같은 방법으로,

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3(k)}{\partial K_I(k)} &= \frac{\partial V_3(k)}{\partial e_3(k)} \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial K_I(k)} \\ &= e_3(k) \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \frac{T}{2} e_3(k) \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 $\frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)}$ 를 식(18)로 근사화하면

$$\frac{\partial V_3(k)}{\partial K_f(k)} = e_3(k) \frac{e_3(k) - e_3(k-1)}{u(k) - u(k-1)} \frac{T}{2} e_3(k) \quad (21)$$

를 얻는다. 또한, $\frac{\partial V_3(k)}{\partial K_D(k)}$ 는

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3(k)}{\partial K_D(k)} &= \frac{\partial V_3(k)}{\partial e_3(k)} \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \frac{\partial u(k)}{\partial K_D(k)} \\ &= e_3(k) \frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)} \frac{1}{T} [e_3(k) - 2e_3(k-1) + e_3(k-2)] \quad (22) \end{aligned}$$

와 같다. 여기서 $\frac{\partial e_3(k)}{\partial u(k)}$ 를 식 (18)로 근사화하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_3(k)}{\partial K_D(k)} &= e_3(k) \frac{e_3(k) - e_3(k-1)}{u(k) - u(k-1)} \\ &\quad \times \frac{1}{T} [e_3(k) - 2e_3(k-1) + e_3(k-2)] \quad (23) \end{aligned}$$

을 얻을 수 있다.

3. 시뮬레이션 및 검토

본 논문에서 제안한 알고리즘의 평가를 위한 모델은 식(24)와 같은 2차 모델을 사용하였다.

$$G(s) = \frac{1}{(0.26s+1)(s+1)} \quad (24)$$

2절에서 논의된 바와 같이 리아프노프 함수를 이용한 제어기의 출력, 즉, 제어대상의 입력은 리아프노프 함수를 단조 감소시키는 방향으로 결정되어 되어져야 하므로, 본 연구에서는 퍼지 논리를 이용하여 퍼지 규칙을 $\Delta V / \Delta u$ 를 고려하여 표 1.과 같이 Δu 를 결정한다. 표 1.에서와 같이 퍼지 제어기는 3개의 조건부 변수와 1개의 결론부 변수를 가지고 있으며 그림 2, 3, 4.와 같이 삼각형 모양의 소속도 함수를 가진다.

여기서 사용된 퍼지 추론법은 최대-최소법(Max-Min Method)을 비퍼지화(Defuzzification)는 무게중심법(COG:Center of gravity)을 사용하고, 이때의 결과를 그림 6.에 나타내었다.

표 1. 리아프노프 함수를 이용한 제어기의 퍼지 규칙.

Table 1. Fuzzy Rule of controller using Lyapunov function.

Δu		V											
		ZE				PM				PB			
		$\partial V / \partial u$				$\partial V / \partial u$				$\partial V / \partial u$			
		NB	NS	PS	PB	NB	NS	PS	PB	NB	NS	PS	PB
V	NB	ZE	ZE	NB	NM	PS	PM	NM	NS	PS	PM	NM	NS
	NM	ZE	ZE	NM	NS	PS	PM	NM	NS	PM	PM	NM	NM
	PS	ZE	ZE	ZE	ZE	PS	PM	NM	NS	PM	PB	NB	NM
	PB	PS	PS	NS	NS	PS	PM	NM	NM	PM	PB	NB	NM
		PS	PM	NM	NS	PM	PB	NB	NM	PB	PB	NB	NB

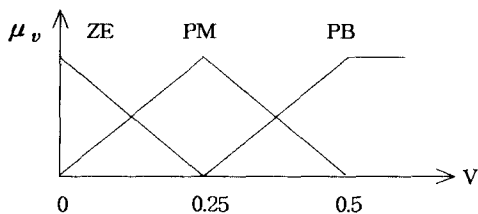


그림 2. 조건부 변수 V의 소속도 함수.

Fig 2. Membership function of Antecedent variable V.

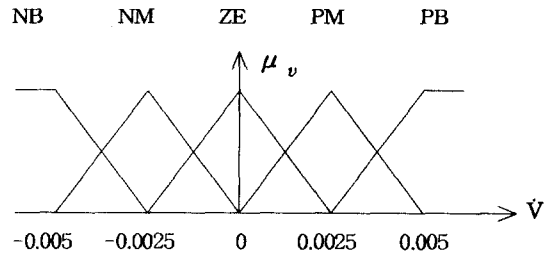


그림 3. 조건부 변수 V-dot의 소속도 함수.

Fig 3. Membership function of Antecedent variable V-dot.

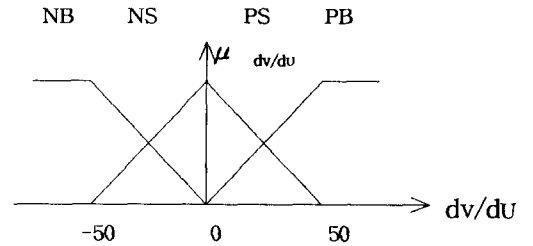


그림 4. 조건부 변수 dv/du의 소속도 함수.

Fig 4. Membership function of Antecedent variable dv/du.

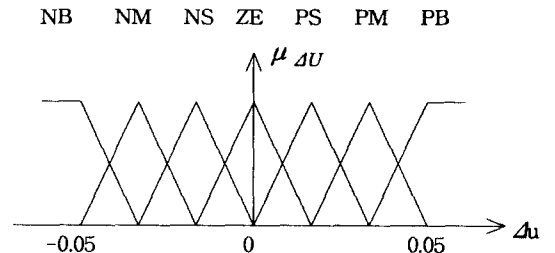


그림 5. 결론부 변수 Delta u의 소속도 함수.

Fig 5. Membership function of Consequent variable Delta u.

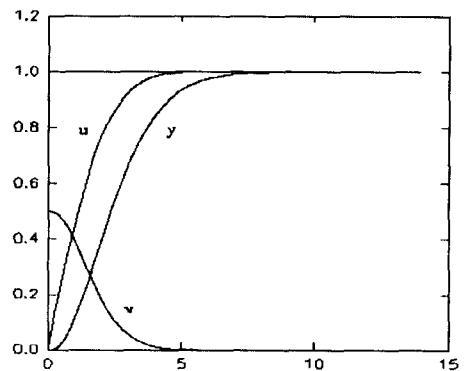


그림 6. 단위 계단 입력에 대한 출력.

Fig 6. Step Response.

그림 6.에서 나타난 것과 같이 리아프노프 함수, V는 단조 감소하고, 제어기의 출력, u의 값이 시스템을 안정화 되도록 수렴됨을 알 수 있다. 이때 얻어진 PID 제어기 파라미터의 초기값을 가지고 퍼지 동조기를 통해 미세 동조를 시작한다. PID 제어기의 파라미터 결정은 2절의 식(15)에와 같다.

일반적으로 PID제어에 있어 통상적으로 시스템의 이득이 일정

한 것으로 생각되나, 조업상의 여러 가지 이유로 인해 시스템의 이득값이 비선형적으로 변하게 된다. 즉, 정상 상태 운전시 여러 가지 환경적인 요인에 의해서 시스템의 이득에 변동이 발생한다. 이러한 경우에도 퍼지 동조기에 의해서 on-line으로 PID 제어기의 파라메터가 자동 동조가 이루어지도록 되어있다.

미세 조정을 위한 퍼지 튜너는 2개의 조건부 변수(오차와 오차의 변화분)와 결론부 변수로 각각 Kp 의 변화분, Ti 의 변화분, Td 의 변화분을 나타내고, 앞에서와 같이 퍼지 추론법은 최대-최소법(Max-Min Method)을 비퍼지화(Defuzzification)는 무게 중심법(COG:Center of gravity)을 사용하였다. 이때의 퍼지 동조기의 퍼지 규칙과 시뮬레이션 결과가 그림 7, 8과 같다.

표 2 퍼지 튜너의 퍼지 규칙.
Table 2. Fuzzy Rule of Fuzzy Tuner.

$e \setminus \dot{e}$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB				NB			
NM				NM			
NS				NS			
ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
PS				PS			
PM				PM			
PB				PB			

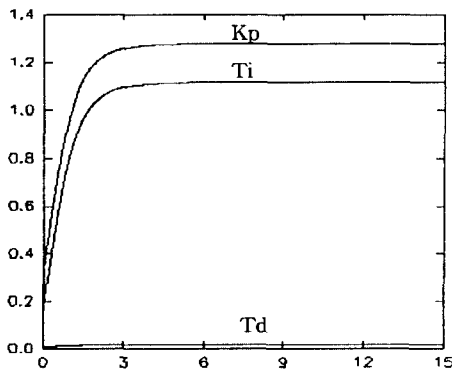


그림 7. 단위 계단 입력에 대한 PID파라메터.
Fig 7. PID Parameter for Unit Step Input.

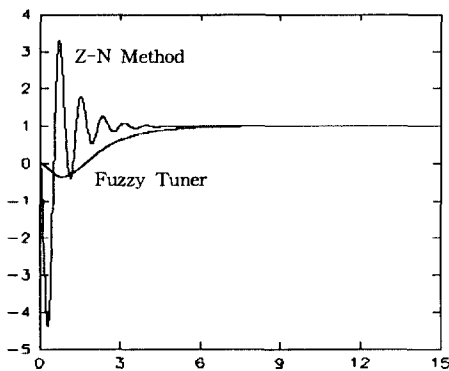


그림 8. 단위 계단 입력에 대한 비교.
Fig 8. Comparison for Unit Step Input.

위의 결과로부터 알 수 있듯이 본 논문에서 제시한 알고리즘이 기존의 지글러 니콜스 방법에 의해서 구해진 PID 제어기의 파라

메터들보다 다소 상승시간이 길다는 단점에도 불구하고 과도 상태의 특성이 훨씬 개선되었음을 알 수 있다. 이로 인해서 시스템에 과도한 부담을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 리아프노프 함수를 사용한 퍼지 제어기에 의해서 안정성이 보장되어지므로 불안정한 시스템에도 폭넓게 적용되어지리라 생각되어진다.

4. 결론

본 논문에서는, 산업계에서 널리 사용되고 있는 PID 제어기의 이득을 동조하는 알고리즘을 제시하였다. 제안된 알고리즘은 크게 두 종류의 이득 동조 과정, 즉, 리아프노프 함수를 사용하여 제어 대상 시스템의 초기 안정화를 시키고, 이때의 제어 입력을 바탕으로 PID 제어기의 이득을 퍼지 논리를 이용하여 동조하는 거친동조(rough tuning)와, 초기 안정화가 완료시, 이 과정에서 동조된 PID 제어기의 이득을 제어 대상 시스템에 적용하여, 시스템의 안정된 동작을 보장하는 범위 내에서 시스템의 성능 향상을 위한 PID 제어기 이득의 미세 조정을 퍼지 논리를 이용하여 수행하는 미세동조(fine tuning)이다. 제안된 알고리즘의 타당성을 보이기 위하여, 제어 대상에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 이로부터 얻어진 결과를 비교 검토하였다.

추후 연구과제로는, PID 제어기의 이득 동조시 사용되었던 근사화 과정을 제어대상의 모델링을 통한 동조 신호 추출에 관한 연구로의 발전이 필요하다고 생각되어진다.

참고문헌

- [1] K. J. Astrom and T. Hagglund, Automatic Tuning of PID Controllers, Instrument Society of America, 1988.
- [2] F. Cameron and D. E. Seborg, "A self-tuning controller with PID structure," Int. J. Control, Vol. 29, pp. 401-417, 1983.
- [3] J. Litt, "An expert system to perform on-line controller tuning," IEEE Control Systems, pp. 18-23, 1991.
- [4] 허 윤기, 최 일섭, 최 승갑, "PI제어기 이득 조정을 위한 퍼지동조기 개발에 관한 연구," 한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol. 5, No. 3, pp. 64-72, 1995.
- [5] 정 중대, "인공신경망에 의한 PID 제어기 자동동조에 관한 연구," 한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지, Vol. 6, No. 2, pp. 36-42, 1996.
- [6] R. M. Swinariski, "Novel neural network based self-tuning PID controller which uses pattern recognition technique," Proc. ACC, pp. 3023-3024, 1990.
- [7] J. E. Slotine, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Inc., 1991.
- [8] C. Y. Tsai and T. H. Li, "Design of Lyapunov function based fuzzy logic controller," IECON'96, pp.396-401, Aug., 1996.