

## 유연한 로봇팔의 진동제어

### Vibration Control of a Flexible Robot Manipulator

°신효필\*\*, 윤여산\*, 윤지섭\*\*\*, 강이석\*

\*충남대학교 기계설계공학과 (Tel: (042)821-6647; Fax: (042)822-7366)

\*\*국방과학연구소 (Tel: (042)821-4431; Fax: (042)821-2224)

\*\*\*한국원자력 연구소 (Tel: (042)868-2855 Fax: (042)861-4824; E-mail: jsyoon@nemacnis.kaeri.re.kr)

**Abstracts** The position control accuracy of the robot arm is decreased significantly when a long arm robot is operated at high speed. In this case, the robot arm must be modeled as a flexible structure, not a rigid one, and its control system will be necessarily designed with its elastic modes taken into account. In this paper, the vibration control of a one-link flexible robot arm is presented. The robot system consists of a flexible arm manufactured with thin aluminium plate, AC servomotor with a harmonic drive for speed reduction, optical encoder and accelerometer. The system is modeled with limited number of elastic modes, and its parameters are determined from the results of the experiments. The implemented control schemes are LQ control and sliding mode control. The experiments and digital simulations are carried out to test the validity of the system modeling, controller design, and active control implementation.

**Keywords** Flexible robot, LQ control, Sliding mode control, Tip mass

#### 1. 서론

로봇의 성능을 향상시키기 위한 노력으로 로봇 운동의 고속화, 선단 위치제어의 정밀화, 구동에너지 절감 등을 위한 다양한 연구가 활발히 진행되고 있다. 로봇 팔의 위치정밀도는 팔이 고속으로 운동시, 또는 작업영역의 확대로 인해 팔의 길이가 길어질 경우 크게 저하되며, 이를 극복하기 위해서는 로봇 팔의 진동모드를 고려한 제어기의 설계가 요구된다.

이를 해결하기 위하여 스트레인 게이지 신호를 이용한 최적제어[3,6], 역동력학(inverse dynamics)을 이용한 진동제어[2], 스트레인 게이지 신호를 이용한 슬라이딩모드제어[4], 가속도 신호를 이용한 PID 제어[5] 등 많은 연구가 수행되었다.

본 연구에서는 가속도 신호를 이용한 유연한 로봇 팔의 진동과 끝점의 위치를 LQ제어와 슬라이딩모드제어를 이용하여 제어하였다. 설계된 제어기를 적용하여 실험과 전산모사를 수행하고 결과를 비교한다.

#### 2. 이론 해석

##### 2.1 유연한 로봇 팔의 모델링

단일링크로 구성된 유연한 로봇 팔 제어계는 Fig. 1과 같이 길이  $r_0$  인 허브에 고정된 침단질량이 부착된 Euler-Bernoulli 보로 이상화하여 해석한다. 그림에서 OXY는 허브 회전중심이 원점인 절대좌표계이며, Oxy는 보와 같이 회전하는 상대회전좌표계이다. 회전좌표계의 x축은 C점을 지나는 외팔보의 접선방향, y축은 이에 직교하는 방향이다. x는 계산 편의를 고려하여 C점으로부터의 값을,  $y(x, t)$ 는 보의 횡방향 변형량을 나타낸다. 원심력, 로봇 팔의 축 및 폭방향 변위, 중력 및 회전시 발생하는 Coriolis 영향을 무시하고 로봇 팔의 횡방향 진동에 대한 운동방정식과 경계조건을 Hamilton의 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같이 표현된다[6].

$$EIy'''' + (m + M\delta(x-l)) \ddot{y} = -(r_0 + x)\{m + M\delta(x-l)\} \ddot{\theta} \quad (1)$$

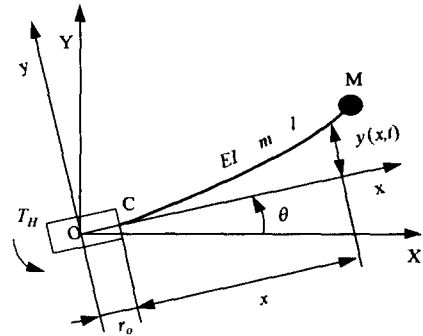


그림 1. 유연한 로봇의 모델링.

Fig. 1. Modeling of the flexible robot.

$$y(0, t) = y'(0, t) = y''(l, t) = y'''(l, t) = 0 \quad (2)$$

여기서 prime(')과 dot('.')는 각각 좌표 x와 시간 t에 대한 도함수를 나타내며,  $\delta(\cdot)$ 는 dirac delta 함수를 나타낸다.

또 마찰력을 무시하면 구동부의 운동방정식은 다음과 같다.

$$J\ddot{\theta} + EI\{r_0y'''(0, t) - y''(0, t)\} = G_v(KV - \dot{\theta}) \quad (3)$$

여기서 J는 모터, 하모닉드라이버와 로봇 팔을 포함한 구동부의 회전관성모멘트,  $G_v$ , K는 각각 서보드라이버 구동부의 속도비례 상수와 전압속도 상수를 나타낸다.

##### 2.2 모달 해석

Galerkin 모달합 방법을 사용하여 식 (1)의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(x) q_j(t) \quad (4)$$

여기서 n은 가정된 모드수이며,  $q_j(t)$ 는 일반화된 좌표,  $\phi_j(t)$ 는 경계조건 (2)를 만족하는 비교함수로 본 연구에서는 침단질

량이 없는 균일 외팔보의 고유함수인 다음식을 사용한다.

$$\phi_j(x) = (1/\sqrt{ml}) [\cosh \lambda_j(x/l) - \cos \lambda_j(x/l) - \sigma_j \{ \sinh \lambda_j(x/l) - \sin \lambda_j(x/l) \}] \quad (5)$$

여기서  $\lambda_j$ 는  $1 + \cosh \lambda \cos \lambda = 0$ , ( $0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n$ )의 해이며,

$$\sigma_j = \frac{\sinh \lambda_j - \sin \lambda_j}{\cosh \lambda_j + \cos \lambda_j}, \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

로 표시되는 상수값이다.

식(5)를 식(1)에 대입한 후  $\phi_j(t)$ 를 내적하고 고유함수의 직교성을 이용하여 모드에 관련된 다음 행렬식을 구할 수 있다.

$$M \dot{Q} + K Q = \bar{\theta} F \quad (7)$$

식(7) 행렬식의 모달행렬  $P$ 를 구하여

$$Q = P H \quad (8)$$

로 상사변환하고 직교성 조건을 적용하면 다음과 같은 decouple 된 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{H} + \Lambda H = \bar{\theta} E \quad (9)$$

$$\text{여기서 } \Lambda = P^T K P = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2) \quad (10)$$

$$E = P^T F$$

여기서  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 모드의 고유진동수를 나타낸다.

또한, 식(3)에 식(8)을 대입하여 서보드라이버 입력전압  $V$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$V = \frac{\tau}{K} \ddot{\theta} + \frac{1}{K} \dot{\theta} - \frac{EI S^T}{K G_v} H \quad (11)$$

$$\text{여기서, } \tau = J/G_v$$

$$S^T = [\{\phi_1''(0) - r_0 \phi_1'''(0)\}, \dots, \{\phi_n''(0) - r_0 \phi_n'''(0)\}] P \quad (12)$$

### 3. 제어기 설계

#### 3.1 LQ 제어기

계의 진동을 나타내는 벡터  $H$ , 허브 회전각속도  $\dot{\theta}$ , 회전각 오차  $e (= \theta - \theta_r)$ 를 요소로 하는 다음의 상태변수벡터

$$X = \{H \quad \dot{H} \quad e \quad \dot{\theta}\}^T \quad (13)$$

를 정의하고 입력  $u = \ddot{\theta}$ 에 대한 상태방정식을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{X} = A X + B u - d \quad (14)$$

여기서 각 행렬과 벡터들의 요소는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Lambda & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B = [0 \quad E \quad 0 \quad 1]^T$$

$$d = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_r \quad 0]^T$$

또한, 계의 출력을 팔 끝점의 가속도로 하면 출력식은 다음과 같이 표현된다.

$$y = C X + D u \quad (16)$$

$$\text{여기서, } y = \ddot{y}_i$$

$$C = [-\Phi^T P \Lambda \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (17)$$

$$D = \Phi^T P E + I + r_0$$

$$\Phi^T = [\phi_1(l), \dots, \phi_n(l)]$$

로봇 팔 제어를 위한 상태궤환 입력은 다음과 같다.

$$u = -k^T X \quad (18)$$

LQ제어 이론에 따라 최적제어 계수행렬  $k$ 를 결정하기 위한 성능계수를 다음과 같이 정한다.

$$PI = \int_0^\infty \{ X^T Q_0 X + R_0 u^2 \} dt \quad (19)$$

여기서  $Q_0$ 와  $R_0$ 는 상태변수와 입력과 관련된 가중행렬로 상태변수 오차와 입력에너지를 최소화시키는 정도를 결정한다.

또 식(18)의 입력신호 결정을 위해서 상태변수 값이 필요하다. 그러나, 상태변수중에서 각오차  $e$ 와  $\dot{\theta}$ 는 측정이 가능하지만 진동에 관련된  $\dot{H}$ 와  $H$ 는 측정이 불가능하므로 다음의 Luenberger 축소차수관측기를 통하여 추정하여 사용하였다.

$$\dot{Z} = A_0 Z + B_0 \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\text{여기서 } A_0 = \left[ \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Lambda & 0 \end{bmatrix} - G C^T \right] \quad (21)$$

$$B_0 = \left[ G : \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} - G D \right]$$

여기서 벡터  $G$ 는 관측기의 이득벡터이며, 상태변수벡터  $Z$ 는

$$Z = [\hat{H} \quad \hat{\dot{H}}]^T \quad (22)$$

를 나타내며,  $\hat{H}$ 와  $\hat{\dot{H}}$ 는 각각  $H$ 와  $\dot{H}$ 의 추정값이다.

#### 3.2 슬라이딩 모드 제어기

본 연구에서 1차 진동모드만 고려한 제어기를 설계하기로 한다. 시스템 지배방정식 식(9)와 식(11)을 1차모드만 고려하여 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\tau}{K} & 0 \\ -E_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{H}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EIS_1}{KG_v} H_1 - \frac{\dot{\theta}}{K} + V \\ -\omega_1^2 H_1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

또한, 출력을 끝점의 각변위로 잡으면 관계식은 다음과 같다.

$$\theta_i = \alpha H_1 + \theta \quad (24)$$

여기서,  $\alpha = \frac{\Phi^T P_1}{I + r_0}$ ,  $H_1$ 은 팔의 1차모드를 나타낸다.

허브가 목표 회전각에 오차 없이 접근하고 로봇 팔이 진동없이 되도록 하기 위한 슬라이딩면을 다음과 같이 선정하였다.

$$\sigma = c_1 e + \dot{e} + c_2 \alpha H_1 + c_3 \alpha \dot{H}_1 = 0 \quad (25)$$

식(23)과 식(25)로부터 구성된 오차동력학식의 특성방정식은

$$f(\lambda) = (\lambda^2 + \omega_1^2) \{c_1 + g(\lambda)(c_3\lambda + c_2)\} = 0 \quad (26)$$

$$\text{여기서 } g(\lambda) = aE_1 \frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \omega_1^2}$$

과 같으므로, 시스템이 원하는 성능을 갖기 위한 극점을  $\lambda_0, \lambda_1, \bar{\lambda}_1$  으로 잡으면 이들은 식(26)의 특성방정식의 근이 되어야 한다. 여기서  $\bar{\lambda}_1$ 은  $\lambda_1$ 의 공액복소수를 나타낸다. 따라서, 식(25)의 상수  $c_1, c_2, c_3$ 는 다음 식과 같이 결정된다.

$$\begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{Bmatrix} = -N^{-1} \begin{Bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \bar{\lambda}_1 \end{Bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{여기서 } N = \begin{bmatrix} 1 & g(\lambda_0) & g(\lambda_0)\lambda_0 \\ 1 & g(\lambda_1) & g(\lambda_1)\lambda_1 \\ 1 & g(\bar{\lambda}_1) & g(\bar{\lambda}_1)\bar{\lambda}_1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

시스템의 상태궤적이 슬라이딩면 밖에 있을 때는 면에 접근하고 슬라이딩면에 도달하면 슬라이딩면상에서 머무르도록 하는 Lyapunov 안정조건  $\sigma \dot{\sigma} < 0$ 이 성립되도록 제어입력을 다음과 같이 선정한다.

$$V = -\frac{\tau \operatorname{sgn}(\sigma)}{K(1-c_3)} [k_1 | \dot{e} | + k_2 |\theta| + k_2 |\theta_t| + k_3 |\dot{\theta} | + k_4 |\dot{\theta}_t| + k_5 |\ddot{\theta}_t| + k_6] \quad (29)$$

$$\text{여기서 } k_1 > |c_1|$$

$$k_2 > \left| \frac{EIS_1}{\tau a G_v} (1-c_3) \right|$$

$$k_3 > \left| c_2 + \frac{1-c_3}{\tau} \right|$$

$$k_4 > |c_2|$$

$$k_5 > |c_3|$$

$$k_6 > 0$$

여기서  $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 는 부호함수 (sign function)을 나타낸다.

## 4. 실험

### 4.1 실험장치

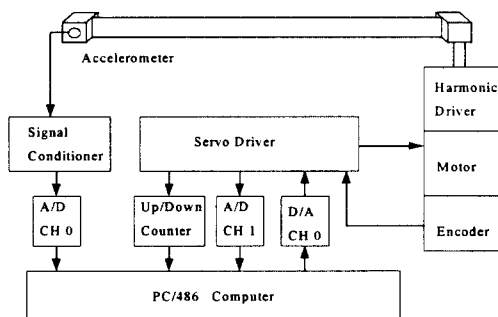


그림 2. 실험장치의 개략도.

Fig. 2 Schematic diagram of the experimental set-up.

실험장치는 하모닉드라이버가 부착된 AC 서보모터에 의해서 구동되는 강재 허브에 알루미늄 판으로 제작된 팔을 부착하여

구성하였다. 보의 회전각은 모터의 축에 부착되어 있는 엔코더를 이용하여 측정하고, 회전속도는 서보드라이버에서 제공되는 속도신호를 사용하였다. 로봇 팔의 진동은 끝단에 부착한 가속도계의 신호를 사용하였다. 이들 물리량을 컴퓨터와 연결하기 위하여 엔코더 펄스신호는 16비트 카운터를 이용하고, 가속도신호는 12비트 AD변환기를 이용하였다. 이들은 인터페이스를 거쳐 486 PC와 연결된다. 계산된 제어입력은 DA변환기를 통하여 서보드라이버로 전달된다. 실험장치의 개략도는 Fig. 2와 같으며, 사용된 모델의 파라미터 값은 Table 1에 나타나 있다.

표 1. 유연한 로봇계의 파라미터값.

Table 1 Parameters of the flexible robot system.

Parameter	Value
Length of the flexible link ( $l$ )	0.66 m
Mass per unit length of the flexible link ( $m$ )	0.233 kg/m
Bending stiffness of the flexible link ( $EI$ )	1.4991 Nm <sup>2</sup>
Tip mass ( $M$ )	0.0135 kg
Hub length ( $r_o$ )	0.051 m
Inertia of the the Link system ( $J$ )	0.9863 kg m <sup>2</sup>
Gear reduction ratio ( $N$ )	80
Proportional gain of driving system ( $G_v$ )	22.43 Nm/rad s <sup>-1</sup>
Steady-state gain ( $K$ )	0.358 rad s <sup>-1</sup> /V

### 4.2 LQ 제어

보의 진동모드중 가장 지배적인 1차 모드만 고려한 경우와 2차 모드까지 고려한 경우에 대하여 제어를 실시하였다. 식(19)의 성능계수가 최소가 되도록 하는  $Q_o$ 는 1차모드만 제어하는 경우는  $\operatorname{diag}(100, 35, 60, 1)$ 로 하고, 2차모드까지 제어하는 경우는  $\operatorname{diag}(100, 200, 35, 1, 60, 1)$ ,  $R_o$ 는 0.01로 하였다. 진동모드 관측기의 이득은 모두 -5로 하고, 샘플링 시간은 0.02초로 하였다. 가속도 신호의 잡음과 고차모드를 차단하기 위해 차단주파수가 1차모드만 제어하는 경우는 13 Hz, 2차모드까지 제어하는 경우는 38 Hz인 저역통과여과기를 사용하였다.

### 4.3 슬라이딩모드 제어

진동모드중 가장 지배적인 1차 모드만 제어하는 경우에 대하여 제어를 하였다. 슬라이딩 평면을 설정하기 위한 상수는 오차동력학식의 특성치가 -7,  $-5 \pm 5j$ 가 되도록 하고, 저역통과여과기의 차단주파수는 4.8 Hz를 사용하였다.

식(29)의  $k = (11.44, 66.75, 94.18, 65.2, 5.75, 0.002)$ 를 사용하고, 샘플링 시간은 0.01초를 사용하였다.

또 슬라이딩모드제어의 단점인 채터링현상을 없애기 위하여

$$\operatorname{sgn}(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta} \quad (30)$$

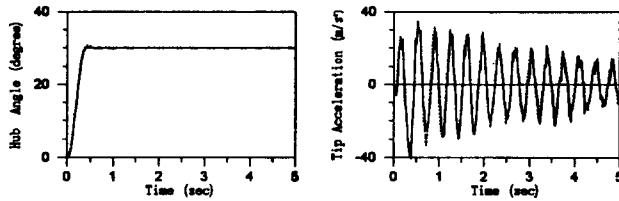
$$\text{여기서 } \delta = \delta_0 + \delta_1 |e| \quad (31)$$

로 근사화하여 사용하고, 전산모사를 통하여  $\delta_0 = 0.4$ ,  $\delta_1 = 0.001$ 을 사용하였다.

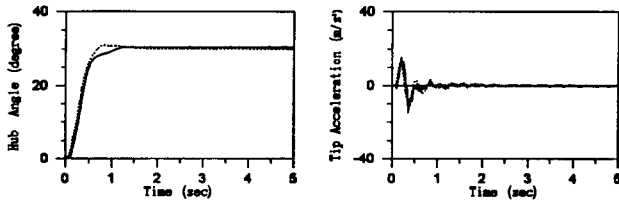
### 4.3 전산모사

Table 1에 있는 파라미터 값을 이용하여 실시하였다. 전산모사는 Math Work Inc.의 Simulink[1]를 이용하고, 4차 진동모드까지 고려하였다. 팔의 고차모드를 최대한 가진시키지 않기 위하여 각도 회전명령은 다음식으로 표현되는 함수를 사용하였다.

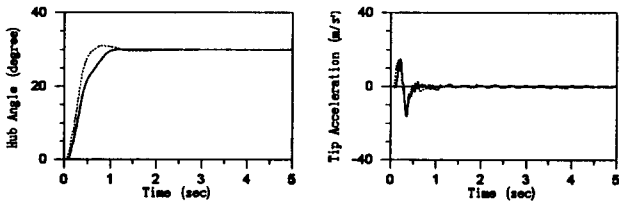
$$\theta_r = \begin{cases} \theta_f \left(\frac{t}{T_f}\right)^2 \left\{3 - 2\left(\frac{t}{T_f}\right)\right\} & : \frac{t}{T_f} \leq 1 \\ \theta_f & : \frac{t}{T_f} > 1 \end{cases} \quad (32)$$



(a) Position Control Only



(b) One-Mode Control

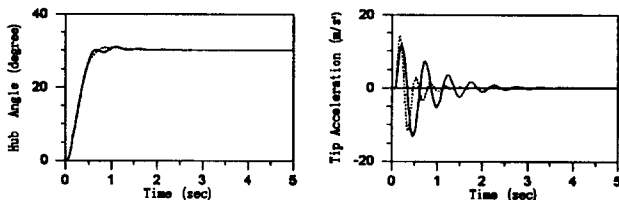


(c) Two-Mode Control

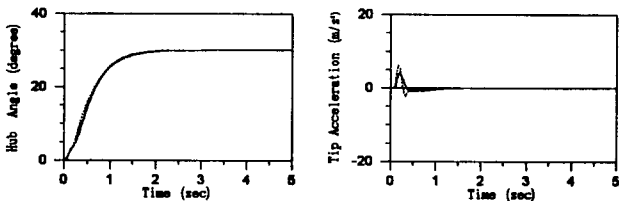
----- Simulation      ————— Experiment

그림 3. 허브 회전각과 선단 가속도의 시간응답.

Fig. 3. Time responses of hub angle and tip acceleration.



(a) LQ Control



(b) Sliding Mode Control

-----  $M=0.0135\text{kg}$       —————  $M=0.0675\text{kg}$

그림 4. 전사모사 결과.

Fig. 4. Simulation result.

여기서  $\theta_f$ ,  $T_f$ 는 각각 목표회전각과 목표회전 완료시간을 나타낸다. 목표회전각은  $30^\circ$ , 회전완료시간은 0.1초로 하였다.

#### 4.5 실험결과 및 고찰

진동제어를 실시하지 않고 허브의 회전위치제어만을 실시한 경우와 1, 2차 모드까지 고려하여 위치와 진동을 제어하는 3가지 경우에 대해 전산모사와 실험을 하였다. 위치제어만 하는 경우는 비례제어기로 허브의 회전각 오차만 고려하여 실험하였다.

Fig. 3은 위치제어만 실시한 경우와 LQ제어를 통하여 1, 2차 모드까지를 고려한 위치와 진동을 제어한 경우에 대한 전산모사와 실험 결과를 비교한 것이다. 결과가 거의 일치하는 것으로 보아 계의 모델링이 비교적 정확하였음을 알 수 있다. 또한, 1차, 2차모드까지 제어한 경우 사이에 큰 차이가 없으므로 실험에 적용된 모델의 경우 1차모드가 지배적임을 알 수 있다.

Fig. 4는 LQ제어와 슬라이딩모드제어를 실시한 결과 비교이다. 첨단질량이 0.0135 kg와 0.0675 kg인 경우에 대하여 1차 진동모드만 고려하였다. 두 경우 모두 비교적 효과적으로 진동을 제어하고 있음을 알 수 있다. 그러나 슬라이딩모드제어의 경우와 달리 LQ제어의 경우 최적이득 계산에 사용된 계수값이 첨단질량이 변할 때 실제의 경우 변하므로 첨단질량이 0.0675 kg인 경우 제어성능이 저하됨을 알 수 있다.

## 5. 결론

유연한 로봇 팔 시스템에 대하여 LQ제어와 슬라이딩모드제어를 수행하고 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 유연한 보의 진동 및 위치제어에 대한 전산모사 결과와 실험결과와 잘 일치하는 것으로 보아 모델링이 올바르게 되었음을 알 수 있다.
- (2) 적용된 모델의 경우 진동모드중 1차모드가 지배적이다.
- (3) LQ제어와 슬라이딩모드제어 두 경우 모두 유연한 로봇 팔의 진동제어에 효과적이거나, 첨단질량의 변화와 같이 모델링이 정확하게 되지 않았을 경우 슬라이딩모드제어기가 LQ제어기 보다 더 강건한 특성을 보인다.

## 참고문헌

- [1] *Simulink Dynamic System Simulation Software*, The Math Works Inc., 1995.
- [2] Dong-Soo Kwon and W. J. Book, "A Time-Domain Inverse Dynamics Tracking Control of a Single-Link Flexible Manipulator." *J. of Dyn. Sys. Meas. and Cntr.*, Vol. 116, pp. 193-200, 1994.
- [3] Y. Sakawa, F. Matsuno and S. Fukushima, "Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm." *J. of Robotic Systems*, 2(4), pp. 453-472, 1985.
- [4] K. S. Yeung and Y. P. Chen, "Sliding-Mode Controller Design of a Single-Link Flexible Manipulator under Gravity." *J. of Control*, 52(1), pp. 101-117, 1990.
- [5] S. Yurkovich and F. E. Pacheco, "On Controller Tuning for a Flexible-Link Manipulator with Varying Payload." *J. of Robotic Systems*, 6(3), pp. 233-254, 1989.
- [6] 하영균, 김승호, 이상조, 박영필, "유연한 단일링크 로봇 조작용의 최적귀환제어." 기계학회논문집, 11권 6호, pp. 923-934, 1987.