

위성체의 강인적응제어 연구

Robust Adaptive Control of Satellite

°노영환, 이상용

우송 산업 대학교 전자공학과(Tel: 042-630-9702; FAX: 042-634-5648; E-mail:yhlho@ee.jksu.ac.kr)

Abstract In a simple system, the control schemes work well provided that the characteristic of the plant or the coefficients are known and fixed. But the condition is not met in the system like satellite, for example, varying over time and the coefficients of dynamic system change due to disturbance, etc, and the better precise model is required to control the given dynamic system well. Conversely, the fixed controller make the unmodel dynamic system with a wide class of modelling error be stable within the error tolerance limits. Also, a robust model reference adaptive control scheme is designed for the plant, paying attention to the derivation of the appropriate parametric model and the design of the normalizing signal to guarantee that it has the desired properties.

1. 서론

선형 모델오차가 없는 선형 시간불변 시스템에 대하여 안정한 적응 제어를 설계하는 문제는 1980년도에 일부 해결 되었는데 모델링 오차나 외란이 없는 이상적인 조건에서 설계된 적응제어기도 일부 불안정성을 보여주었다. 그이후 강인성 적응 제어기(Robust Adaptive Controller)의 개발을 위한 많은 노력을 기울인 결과 여러종류의 모델링 에러가 존재시 확실한 안정성을 보여 주었다. 그러나 제어기 구조와 무관하게 강인성 적응 법칙의 성질을 분석하여 하나의 체계적인 입증은 논문[1]에서 보여 주었다.

적응법칙을 유도하기 위해 이상적인 다이내믹 시스템 이거나 외란이 없는 경우에서 부터 비모델 다이내믹 시스템과 외란이 존재시까지 Gradient 오차 최소화 기법이나 뉴우튼 기법이 사용되었다. 그럼에도 불구하고 적응 법칙이 SPR 조건을 만족하는 포지티브이고 Lyapunov 형태함수의 접근방법을 사용하여 세워진다.

본연구에서는 위성체의 운동이 안정화 상태를 만들기 위하여 제어기를 설계하는데 있어 위성체의 모델을 모델 적응기법을 이용하여 보다 정확한 모델을 구하고 고정된 제어기로 비모델 다이내믹스 시스템을 제어할때 시스템의 오차 허용범위를 정의한다. 그리고 강인 적응 제어를 통하여 비모델 다이내믹스 시스템에서 정상화(normalizing) 신호를 설계하여 입력력 값을 찾고 계수값을 유도하여 원하는 실행결과를 얻는데 있다.

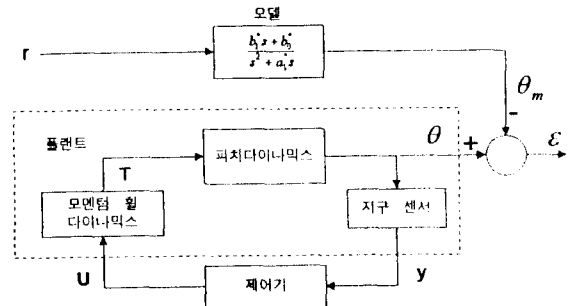
2. 위성체 모델링 및 운동방정식

위성체의 회전 운동방정식은 식 (1)과 같이 오일러의 모멘트 방정식으로 나타내어 진다.

$$T = H + w * H \tag{1}$$

여기서 T 는 위성체에 작용하는 외부토크, H 는 선형 각운동량,

그리고 w 는 각속도 벡터로 나타낸다. 위성체를 강체로 가정했을때의 운동모델[2]과 태양전지판의 진동모드는 위성체의 3축 자세각과 상호 연계되어 있다. 이 연구에서 이용한 피치회로[그림 1]는 피치축의 운동방정식을 나타내는 피치다이내믹스, 구동기를 나타내는 모멘텀휠 다이내믹스, 지구센서, 그리고 제어기로 구성되는데 제어기를 제외한 나머지 부분을 플랜트로 가정한다.



(그림 1) 피치제어 회로 및 기준 모델

모멘텀휠의 전달함수[2]는 다음과 같다.

$$G_{MWA} = \frac{K_m s}{T_m s + 1} \tag{2}$$

그리고 위성체의 운동 방정식[2]은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$I_{yy} \ddot{\theta} + D_y \dot{q}_y = (T_c + T_d) \dot{x} - h = T \tag{3}$$

$$\ddot{q}_y + 2\xi\sigma_y \dot{q}_y + \sigma_y^2 q_y + D_y \dot{\theta} = 0 \tag{4}$$

여기서, I_{yy} : 피치축에 대한 위성체의 관성모멘트, h : 피치축 방향으로 회전하고 있는 모멘텀휠의 각운동량, T_c : 외란토크, T_d :

제어토크, T ; 위성체에 작용하는 외부토크, D_y ; 진동모드와 강체자세각 사이의 연계관계를 나타내는 상수, q_y ; 태양전지판의 비틀림 모드 모달좌표, σ_y ; 진동수, ξ ; 태양 전지판 진동모드의 수동 감쇄상수

모멘텀휠의 입력신호(u)와 출력토크(T)의 미분방정식은 (5)와 같다.

$$T_m \dot{T} + T = K_m \dot{u} \quad (5)$$

식(3)을 식(5)에 대입하여 정리하면 식(6)이 된다.

$$T_m I_{yy} \ddot{\theta} + T_m D_y \dot{q}_y + I_{yy} \ddot{\theta} + D_y \dot{q}_y = K_m u \quad (6)$$

플랜트 출력을 $y = \theta$ 로 하면 (4)과 (6)에서 상태변수를 $x = [\theta \ \dot{\theta} \ q_y \ \dot{q}_y]^T$ 로 설정시 상태방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{I_{yy}}{f} & \frac{T_m D_y \sigma_y^2}{f} & \frac{D_y(2\xi\sigma_y T_m - 1)}{f} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{D_y I_{yy}}{f} & -\frac{T_m I_{yy} \sigma_y^2}{f} & \frac{(D_y^2 - 2\xi\sigma_y T_m I_{yy})}{f} \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ \frac{K_m}{f} \ 0 \ \frac{-D_y K_m}{f}]^T, \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$f = T_m(I_{yy} - D_y^2)$$

식 (7)에서 $q_y = T_1$ 로 설정시 식(8)과 같은 전달함수를 구할 수 있다.

$$\frac{\theta}{T_1} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + \alpha_1 s} \quad (8)$$

여기서, $\alpha_1 = \frac{-I_{yy}}{f}, \quad b_0 = \frac{T_m D_y \sigma_y^2}{f}$

$$b_1 = \frac{D_y(2\xi\sigma_y T_m - 1)}{f}, \quad f = T_m(I_{yy} - D_y^2)$$

주어진 변수값[2]을 대입하면

$$\alpha_1 = -0.60, \quad b_0 = 0.01, \quad b_1 = 0.48 \text{로 주어진다.}$$

3. 위성체 모델 기준 적응 제어 (Model Reference Adaptive Control)

3.1 모델기준 적응 제어 설계

전달함수 (8)에서 θ 와 T_1 의 미분은 존재하지 않는다고 가정하고 안정한 함수 $\frac{1}{s^2 + 2s + 1}$ 로 양변을 필터링하면 다음식을 구한다.

$$\frac{s^2}{s^2 + 2s + 1} [\theta] + \alpha_1 \frac{s}{s^2 + 2s + 1} [\theta] = b_1 \frac{s}{s^2 + 2s + 1} [T_1] + b_0 \frac{1}{s^2 + 2s + 1} [T_1] \quad (9)$$

여기서

$$z = \frac{s^2}{s^2 + 2s + 1} [\theta], \quad \theta^* = [\alpha_1 \ b_1 \ b_0]^T \text{ 이고 } \phi \text{는}$$

$$\phi = [\frac{-s}{s^2 + 2s + 1} [\theta], \quad \frac{s}{s^2 + 2s + 1} [T_1], \quad \frac{1}{s^2 + 2s + 1} [T_1]]^T$$

이다. 그때 식(9)는 다음과 같이 선형변수 모델형태로 표현할 수 있다.

$$z = \theta^{*T} \phi \quad (10)$$

변수 θ^* 를 평가하는데 gradient 방법을 사용한 적응 법칙은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \Gamma \varepsilon \phi, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0, \\ \varepsilon &= \frac{z - \theta^{*T} \phi}{m^2}, \\ m^2 &= 1 + n_s^2 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 n_s 는 $\frac{\phi}{m} \in L_\infty$ 되도록 설계된 정량화 신호이다.

Cost 함수는 식(12)에 의하여 주어진다.

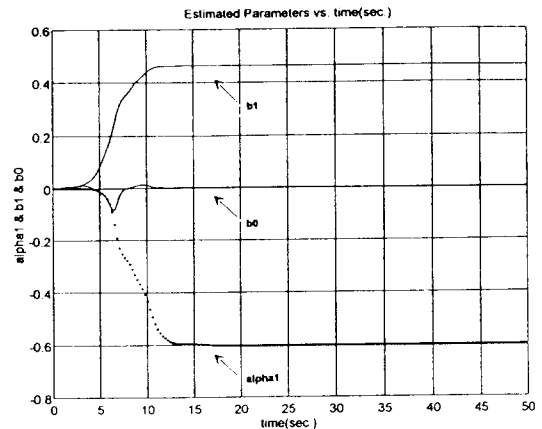
$$J(\theta, t) = \frac{\varepsilon^2 m^2}{2} = \frac{(\theta^{*T} - \theta^T)^2 \phi^2}{2m^2} \quad (12)$$

이때 θ 에 관하여 최소화 될 수 있는데 Gradient 방법을 적용하면 최소화한 궤적 $\theta(t)$ 는 미분방정식에 의해 나타내진다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -\Gamma \nabla J(\theta), \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \\ \nabla J(\theta) &= -\frac{(\theta^{*T} - \theta^T) \phi^2}{m^2} = -\varepsilon \phi, \quad \varepsilon = \frac{z - \theta^T \phi}{m^2} \end{aligned} \quad (13)$$

그래서 적응법칙은 다음과 같으며

$$\dot{\theta} = \theta = \Gamma \varepsilon \phi, \text{ 이고 여기서 } \dot{\theta} = \theta - \theta^*, \theta^*; \text{상수 이다.}$$



(그림 2) MRC를 이용한 플랜트의 예측 변수

Lyapunov 형태 함수를 다음과 같이 선정한다.

$$V(\theta) = \frac{\theta^T \Gamma^{-1} \theta}{2} \quad (14)$$

그때

$$\dot{V} = \theta^T \Gamma^{-1} \dot{\theta} = \theta^T \phi \varepsilon = -\varepsilon^2 m^2 \leq 0, \quad \theta^T \theta^T \phi = -\varepsilon m^2$$

이다. 그결과,

$$V, \theta \in L_\infty, \quad \varepsilon, \varepsilon m \in L_\infty, \quad \varepsilon \in L_2, \quad \varepsilon n_i \in L_2, \\ \varepsilon m \in L_2 \cap L_\infty \quad \text{이고} \quad \theta \in L_2 \cap L_\infty \quad \text{이다.}$$

이것에 대한 증명은 논문[3]에서 보여준다.

3. 2. 강인모델 기준 적응제어 (Robust MRAC) 설계

예제 1)

플랜트는 $y = K_p \frac{Z_o(s)}{R_o(s)} [1 + \Delta_m(s)] [u]$ 이고 기준 모델이

$$y_m = K_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} [r] \quad \text{이다.}$$

여기서, $\Delta_m(s) = \frac{-2\mu s}{1 + \mu s}$, $\mu = 0.01$ 이고 K_p 값은 주어진다.

상기 플랜트 식으로 부터 $R_o(s)y = K_p Z_o(s)[1 + \Delta_m(s)][u]$

이다. 일반적으로 제어구조는 다음식(15)과 같이 주어진다.

$$u = \theta_1^{*T} \frac{a(s)}{\Lambda(s)} [u] + \theta_2^{*T} \frac{a(s)}{\Lambda(s)} [y] + \theta_3^* y + c_o^* r \quad (15)$$

여기서, $c_o = \frac{K_m}{K_p}$, $a(s) = [s^{n-2}, s^{n-3}, \dots, 1]^T$ 이고 $\Lambda(s)$ 는

$n-1$ 차수 Hurwitz 함수이며 $\Lambda(s) = \Lambda_o(s)Z_m(s)$ 로 다음식(16)을 얻는다.

$$[\Lambda(s) - \theta_1^{*T} a(s)] R_o(s) - K_p Z_o(s) [\theta_2^{*T} a(s) + \theta_3^*] \\ \Lambda(s) = Z_o(s) \Lambda_o(s) R_m(s) \quad (16)$$

플랜트 식으로 부터

$$R_o(s)[y] = K_p Z_o(s)[1 + \Delta_m(s)][u] \quad \text{를 구한다.}$$

$\Lambda(s) - \theta_1^{*T} a(s)$ 와 y 를 곱한 후 정리하면 식(17)을 유도한다.

$$Z_o(s)[K_p(\theta_2^{*T} a(s) + \theta_3^* \Lambda(s)) + \Lambda_o(s) R_m(s)]y = \\ [\Lambda(s) - \theta_1^{*T} a(s)] K_p Z_o(s)[1 + \Delta_m(s)][u] \quad (17)$$

안정한 함수 $\frac{1}{\Lambda(s)Z_o(s)}$ 을 필터링하여 다시 정리하면

$$\frac{K_m}{K_p} [y] - w_m [u] = w_m [-\theta_1^{*T} \frac{a(s)}{\Lambda(s)} [u] - \theta_2^{*T} \\ \frac{a(s)}{\Lambda(s)} [y] - \theta_3^* y] + w_m \eta_o(s) \quad (18)$$

여기서, $\eta_o(s) = \frac{\Lambda(s) - \theta_1^{*T} a(s)}{\Lambda(s)} (\Delta_m u)$ 에서 Δ_m 이 미지

수 이기 때문에 모델링 오차 항목이다. 식(18)은 선형변수 모델로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \theta^{*T} \phi + \eta \quad (19)$$

여기서,

$$z = \frac{K_m}{K_p} [y] - w_m [u],$$

$$\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^{*T}, \theta_3^*]^T, \quad w_m = K_m \frac{Z_m}{R_m}$$

$$\phi = [-w_m \frac{a^T(s)}{\Lambda(s)} [u], -w_m \frac{a^T(s)}{\Lambda(s)} [y], -w_m [y]]^T,$$

$$\eta = -w_m \frac{\Lambda(s) - \theta_1^{*T} a(s)}{\Lambda(s)} (\Delta_m u) \quad \text{이다.}$$

고정 σ 변환을 가진 gradient 방법을 사용한 적응법칙은

$$\dot{\theta} = \Gamma \varepsilon \phi - \sigma \Gamma \theta, \quad \sigma > 0, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0 \quad \text{이고}$$

여기서, $\hat{z} = \theta^T \phi$ $\varepsilon = \frac{z - \hat{z}}{1 + n_i^2}$ 이다.

여기서 $\frac{\phi}{m}, \frac{\eta}{m} \in L_\infty$ 되도록 m 의 값을 설계하는데 있어

다음 사항을 고려한다.

$$n_i^2 = m, \quad \dot{m} = -\delta_o m + u^2 + y^2, \quad m(0) = 0, \quad \delta_o > 0.$$

예제 2)

우리가 고려한 위성체의 플랜트 전달함수가 $\frac{\theta}{T_1} = \frac{b_1 s + b_0}{s(s + a_1)}$

일때 부분 분수화 확장기법으로 1 차모델로 변형가능하다. 시스템이 불확실성을 가진 1 차 플랜트 일때

$$y = \frac{1}{s+a} (1 + \Delta_m(s)) u \quad \text{로 가정하자. 여기서 } a \text{ 는 플랜트}$$

변수이다. 제어를 할시 폐로시스템에서 모든 신호들이 유한값을 가지고 출력 y 는 기준모델의 출력 y_m 에 가능한 근접해야 한다.

$$y_m = \frac{b_m}{s+a_m} [r]$$

여기서 어떤 유한한 기준 입력신호 r 에 대하여 만약 b_m, a_m 은 주어진 양수의 값이다. 만약 a 를 알고 있다면 모델 기준 제어 (MRC) 법칙[3] u 는

$$u = \theta_0^* y + b_m r$$

이다. 여기서 $\theta_0^* = a - a_m$ 이고 $\Delta_m(s) = 0$ 일때 입력 u 는 성공적인 제어를 수행한다. $\Delta_m(s) \neq 0$ 이 아닐때 다음식이 구해진다.

$$[s + a_m - \theta_0^* \Delta_m(s)] y = b_m (1 + \Delta_m(s)) r$$

이때 폐로 특성 방정식은 $1 - \theta_0^* \frac{\Delta_m(s)}{s + a_m} = 0$ 이다. 여기서

$$\frac{\theta_0^* \Delta_m(s)}{s + a_m}$$

은 하나의 안정된 함수이고 Nyquist 기준법칙에 의하여 폐로 시스템에 대해 충분조건으로 $\Delta_m(s)$ 는 다음과 같은 조건을 만족 해야 하며 강인성 조건과 일치해야 한다.

$$\left| \frac{\theta_0^* \Delta_m(s)}{s + a_m} \right|_{\infty} = \left| \frac{(a - a_m) \Delta_m(s)}{s + a_m} \right|_{\infty} \leq 1 \quad (20)$$

더더욱, 추적오차 $e_1 = y - y_m$ 은

$$e_1 = \frac{b_m}{(s + a_m)} \frac{(s + a_m + \theta_0^*)}{(s + a_m - \theta_0^* \Delta_m(s))} \Delta_m(s) [r] \text{ 이다.}$$

입력 r 이 $r \in L_{\infty}$ 이고 전달함수 $\frac{e_1(s)}{r(s)}$ 는 (20)식을 만족하는 모든 Δ_m 에 대해서 안정한 pole 값을 가진다. 그결과 $\limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{r \in L_{\infty}} |e_1(t)| \leq cr_0$ 이다.

$$\text{더더욱 } \|e_{1t}\|_2 \leq \left\| \frac{b_m \Delta_m(s) (1 + \frac{\theta^*}{(s + a_m)})}{(s + a_m) (1 - \frac{\theta^* \Delta_m(s)}{s + a_m})} \right\|_{\infty} \|r_t\|_2$$

조건을 만족한다. 이때 $\left\| \frac{\Delta_m(s)}{s + a_m} \right\|_{\infty}$ 값이 작을수록 안정화되

고 트래킹 값이 더욱 좋아진다.

예제 3)

실제 시스템에서 섭동(perturbations)과 한정값을 가진 disturbance 가 있는 경우 다음과 같이 나타내어 진다.

$$y_p = G_p(s) (1 + \Delta_m(s)) (u_p + d_u) \quad (21)$$

여기서 $G_p(s) = K_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)}$ 이다. 그래서 일치등식 (matching equation)은 (22)식에서 보여준다.

$$(\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha) R_p - K_p \theta_2^{*T} \alpha + \Lambda \theta_3^* Z_p = Z_p \Lambda_o R_m \quad (22)$$

여기서 R_p, Z_p 값을 상쇄하기 위해 등식 (20) 과 (21)을 이용하면 (23)식을 유도한다.

$$Z_p (K_p (\theta_2^{*T} \alpha + \Lambda \theta_3^*) + \Lambda_o R_m) y_p = (\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha) K_p Z_p (1 + \Delta_m) (u_p + d_u) \quad (23)$$

안정한 함수로 필터링 하여 정리하면 다음과 같다.

$$\left(\theta_1^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} [u_p] + \theta_2^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} [y_p] + \theta_3^* y_p - u_p \right) = -\frac{K_m}{K_p} W_m^{-1} [y_p] + \frac{\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha}{\Lambda} (\Delta_m (u_p + d_u) + d_u)$$

윗식에서 $c_o^* = \frac{K_m}{K_p}$ 이용하면 (24)식을 얻는다.

$$W_m (\theta_1^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} [u_p] + \theta_2^{*T} \frac{\alpha}{\Lambda} [y_p] + \theta_3^* y_p - u_p) = -c_o^* y_p + W_m(s) [\eta_0] \quad (24)$$

여기서 $\eta_0 = \frac{\Lambda - \theta_1^{*T} \alpha}{\Lambda} (\Delta_m (u_p + d_u) + d_u)$ 는 미지의 Δ_m

과 d_u 값에 기인한 모델링 오차이다. 일반적인 강인 적응 법칙은 논문[3, 4]에서 주어진다.

4. 결론

위성체 시스템의 자세제어를 연구하는데 있어 우선 다이나믹 시스템의 모델을 MRC 기법에 의하여 분별(identification) 한후 제어기를 설계하여 원하는 실행 결과를 얻을 수 있다. 이때 입력 신호가 하나의 주파수를 가진 신호가 인가시 2개 변수(parameter)들을 분별할 수 있다. 2개 변수 수렴성을 보여주기 위하여는 적어도 2 종류의 신호가 필요하다. 그래서, 입력이 한 종류의 주파수를 가진 $u = \sin t$ 는 변수의 수렴성을 보장하지 못하지만 두종류의 주파수를 가진 $u = \sin t + \sin 2t$ 는 변수(parameter) 수렴성을 보장한다. 이결과 [그림 2]는 시뮬레이션에서 잘 보여주고 있다.

앞으로 시스템의 보다 효과적인 제어를 위하여 실제 완전한 위성체에 가까운 모델 분별이 요구된다.

참고문헌

- [1] P. A. Ioannou and K. S. TSAkalis, "The class of unmodelled dynamics in robust adaptive control," in Proc. Amer. Cont. Conf, 1988, pp. 337 - 342
- [2] 진익민, 노영환, 김진철 (Ik Min Jin, Young Hwan Lho, and Zeen-Chul Kim), "무궁화 위성의 자세제어 기법의 관한 연구 (A Study on the Attitude Control Techniques of Koreasat)," 한국 자동제어 학회지 (KOREA AUTOMATIC CONTROL CONFERENCE), 대전 (Taejon), 1994. 10. 18 - 20.
- [3] P. Ioannou and A. Datta Robust, "Robust Adaptive Control: A Unified Approach," Proceedings of the IEEE, Vol. 79, No. 12, 1736 - 1768, December 1991.
- [4] Young Hwan Lho, "An Adaptive Kalman Filter Applied Fuzzy Algorithm," The 3rd Asia-Pacific Conference on Multilateral Cooperation in Space Technology and Applications, May 27 - 31, 1996, Seoul, Korea