

## 다중모델기법을 이용한 표적 상태추정 및 예측기 설계연구

### Design of Target State Estimator and Predictor Using Multiple Model Method

°정상근\*, 이상국\*, 유 준\*\*

\* 국방과학연구소 (Tel: 042-821-4415; Fax: 042-821-2224)

\*\* 충남대학교 전자공학과 (Tel: 042-825-3991; Fax: 042-823-5436)

**Abstracts** Tracking a target of versatile maneuver recently demands a stable adaptation of tracker, and the multiple model techniques are being developed because of its ability to produce useful information of target maneuver. This paper presents the way to apply the multiple model method in a moving-target and moving-platform scenario, and the estimation and prediction results better than those of single Kalman filter.

**Keywords** Kalman Filtering, Adaptive Filtering, Interacting Multiple Model Method, Decoupled Tracking Filter, Prediction via State Extrapolation

#### 1. 서론

다양한 기동을 할 수 있는 표적의 추적문제에 있어서, 시변하는 표적의 동특성과 단일 선형칼만필터의 표적모델은 일치하지 않을 수 밖에 없다. 이러한 불일치로 인하여 나타나는 추적오차와 발산의 가능성은 그 잡음모델의 동조에 의하여 감소시킬 수도 있지만, 불확실한 시변동특성에 대하여 항상 적용할 수 있는 방법은 아니다. 이러한 단일 추적 필터의 단점에 대하여, Moose[2]는 대상표적의 기동 입력모델을 유한한 이산집합에서의 Semi-Markov process로 가정하고 각각의 입력모델을 위한 부필터들을 구동시킨 후에 Bayesian rule에 의하여 최종의 추정치를 결정하는 다중모델기법을 제안하였다. 그러나 단일 추적필터의 경우에서와 같은 문제점이 개개의 부필터들에서 발생할 수가 있고, 이에 대해 Bar-Shalom[1]은 부필터간 추적정보의 교환에 의하여 상호보정을 수행하게 되는 Interacting Multiple Model기법을 소개하였다. 즉 매순간 다른 부필터들의 추적정보에 의거하여 자신의 추적오류를 보정함으로써, 추적오차 및 발산가능성을 감소시키게 되는 것이다. 그리고 다중모델기법에서는 기동입력의 변화에 대한 정보를 동시에 제공할 수 있다. 이러한 특성은 비교적 단시간 동안의 표적상태를 예측할 수 있도록 하므로, 단순한 이차예측식에 비해 진보된 예측기의 설계를 가능하게 한다. 그러나 추적기 실시간 구현의 측면에서는 여러 부필터를 모두 구동시키는 다중모델기법이 매우 불리할 수 밖에 없다. 이 문제는 Sung[4]에서와 같이, 상태추정공간을 시선좌표계로 하여 의사선형추정잡음간의 연관성이 줄어든 각 축별 분리필터들을 구성하여 병렬처리를 하면 해결할 수가 있겠다.

본 논문에서는 이러한 다중모델기법의 응용을 위하여, 실제 교전시와 유사한 이동표적 및 체계이동의 상황을 설정하고 단일 칼만추적필터와 다중모델기법 추적필터간의 상태추정성능 및 예측성능을 비교한다.

#### 2. 표적모델 및 측정식

표적의 상태방정식을 유도하기 위하여 2개의 좌표계를 다음과 같이 정의한다. 먼저 무기체계에 탑재된 항법장치에 의해 형성되는 Local Earth Coordinate로서 관성 직교좌표계로 지칭하고, 다른 하나는 추적센서에 설정된 회전좌표계로서 시선 직교좌표계(Line-Of-Sight)로 지칭한다.

추적필터의 표적모델은 Singer[3]가 제시한 1차 마코프 프로세스로 모델링하여 식(1)과 같은 관성 직교좌표계에서 선형으로 표시되는 표적 운동방정식을 사용하였다.

$$x(k+1) = Fx(k) + w(k) \quad (1)$$

여기서

$$x(k) = [x(k) \ y(k) \ z(k) \ \dot{x}(k) \ \dot{y}(k) \ \dot{z}(k) \ \ddot{x}(k) \ \ddot{y}(k) \ \ddot{z}(k)]^T$$

는 관성좌표계에서 각 축의 위치, 속도, 가속도를 나타내고, 상태전이행렬  $F$ 는 기동상수  $\tau$ 와 샘플링 주기  $\Delta t$ 로 표시된다. 또한  $w(k)$ 는 영평균 백색 가우시안 공정잡음으로서 공분산  $Q$ 를 갖는다. 관성좌표계에서 시선좌표계로의 좌표변환행렬을 방위각  $\theta$ 와 고각  $\phi$ 를 이용하여 식(2)과 같이 계산할 때,

$$T_3(k) = T(\theta(t), \phi(t)) |_{t=k\Delta t} \quad (2)$$

이 3×3 변환행렬로부터 9×9 행렬  $T_9(k)$ 를 정의한다.

$$T_9(k) = \text{block diag}\{ T_3(k), T_3(k), T_3(k) \} \quad (3)$$

이때 아래 관계가 성립하고

$$FT_9(k) = T_9(k)F \quad (4)$$

위 관계식을 이용하여 식(1)로부터 다음과 같은 시선좌표계에서의 표적 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$x_L^k(k+1) = Fx_L^k(k) + w_L^k(k) \quad (5)$$

여기서  $x_L^k(k)$ ,  $w_L^k(k)$ 는 각각 관성좌표계의  $x(k)$ ,  $w(k)$ 를  $t = k\Delta t$ 에 해당하는 시선좌표계에서의 값으로 변환한 것이며,  $T_9(k) Q T_9(k)^T = Q$ 로부터  $w_L^k(k)$ 의 공분산은  $w(k)$

의 공분산과 같다. 식(5)에서 아래 첨자  $L$ 은 시선좌표계에서의 값을 의미하고, 위첨자  $k$ 는  $k$ 번째 스텝(step)의 시선(회전)좌표계를 나타낸다.

한편 추적센서에서 본 표적의 위치벡터는(체계가동시는 상대 거리벡터) 다음과 같이 측정되어질 수 있다.

$$p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ r\Delta\theta \\ r\Delta\phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $r$ 은 표적의 사거리(slant range)이고,  $\Delta\theta$ 와  $\Delta\phi$ 는 추적기의 방위각과 고각 추적오차이다. 그러므로 측정식은 다음과 같이 주어진다.

$$z_L(k) = Hx_L(k) + \nu_L(k) \quad (7)$$

여기서  $H=[I_3 \ 0_3 \ 0_3]$ 이며,  $\nu_L$ 은 차량 주행이나 포사격 진동등의 외란에 의해 시선축이 완전히 안정화되지 못하고 남은 측정잡음으로서 평균이 0이고 공분산이  $R_L$ 인 유색(colored) 측정잡음이다.

앞선 시선좌표계에서의 표적 상태방정식과 선형 측정치를 이용하여 시선좌표계에서의 분리추적필터를 구성할 수 있다. 이 경우에는 매 필터 스텝마다 이전 좌표계에서의 필터정보를 새로운 좌표계에서의 값으로 변환시켜야 한다. 관성좌표계에 대한 시선좌표계의 방위각  $\theta$ 와 고각  $\phi$ 를 체계에서 매 샘플링 주기마다 필터에 제공할 때 ( $k-1$ )번째 시선좌표계로부터  $k$ 번째 시선좌표계로의 좌표변환행렬  $\Delta T_3(k/k-1)$ 은 (2)를 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta T_3(k/k-1) = T_3(k)T_3(k-1)^T \quad (8)$$

그러므로 시선좌표계에서의 칼만 추적필터는 위에서 정의한 좌표계 갱신과 더불어 표 1과 같이 구성할 수 있다.

표 1. 시선좌표계에서의 칼만필터  
Table 1. Kalman filter in LOS coordinate system

시스템 전파

$$\hat{x}_L^{k-1}(k/k-1) = F\hat{x}_L^{k-1}(k-1/k-1)$$

$$P_L^{k-1}(k/k-1) = FP_L^{k-1}(k-1/k-1)F^T + Q$$

좌표계 갱신

$$\Delta T_3(k/k-1) = T_3(k)T_3(k-1)^T$$

$$\hat{x}_L^k(k/k-1) = \Delta T_3(k/k-1)\hat{x}_L^{k-1}(k/k-1)$$

$$P_L^k(k/k-1) = \Delta T_3(k/k-1)P_L^{k-1}\Delta T_3(k/k-1)^T$$

측정치 갱신

$$\hat{x}_L^k(k/k) = \hat{x}_L^k(k/k-1) + K_L(k)[z_L^k(k) - H\hat{x}_L^k(k/k-1)]$$

$$P_L^k(k/k) = [I - K_L(k)H]P_L^k(k/k-1)$$

$$K_L(k) = P_L^k(k/k-1)H^T[HP_L^k(k/k-1)H^T + R_L]^{-1}$$

또, 필터의 초기치 선정에 있어서  $\hat{x}_L(0) = T_3(0)\hat{x}(0)$ 이고,  $P_L(0)$ 는 관성좌표계에서의 초기 공분산 행렬  $P(0)$ 를 그대로 이용할 수 있다. 한편 체계적용시에는 관성좌표계에서의 추정치가 필요하며, 이를 식(9)와 같이 구할 수 있다.

$$\hat{x}(k/k) = T_3(k)^T \hat{x}_L(k/k) \quad (9)$$

표 1의  $9 \times 9$  오차 공분산 행렬  $P_L^{k-1}(k/k-1)$ 을  $3 \times 3$  부행렬들로 나누어 쓰면 다음과 같다

$$P_L^{k-1}(k/k-1) = [P_{ij}^{k-1}(k/k-1)]_{i,j=1,2,3} \quad (10)$$

이때  $P_L(0)$ 의 모든 부행렬이 대각행렬이라고 가정하면 식(10)으로 부터 계산된  $P_L^{k-1}(k/k-1)$ 의 부행렬들도 대각행렬을 유지하며, 표 1의 필티알고리즘에서 계산되어지는 오차공분산 행렬은 항상 부행렬들의 대각성이 유지된다[4]. 그러므로 이렇게 오차공분산 행렬을 근사화시키는 경우에 세축을 분리하여 계산하는 것이 가능하며, 이 필터는 세축, 혹은 위치, 속도, 가속도를 각각 병렬로 구현하기에 알맞은 형태를 갖게 된다.

### 3. 다중모델기법

다중모델기법에서는 대상 시스템의 불확실한 물리량 ( $a$ )이 가질 수 있는 범위에 따라 적당한 갯수의 필터뱅크를 구축한다. 그림 1은 표적기동상수  $\tau$ 와 공정잡음 공분산의 크기  $Q$ 를 매개변수로 하여 3개의 필터 모델로 구성된 다중모델 상태추정기의 구조를 예시한다. 이는 비행표적의 기동수준을 저기동, 중간기동, 심한기동으로 분류하여 각각의 표적기동에 적절히 대응할 수 있도록 하기 위한 것이다. 표 2에서는 그림 1에 보이는 가중평균 알고리즘의 내용을 정리하였다. 표 2에서 정의된 가중치 혹은 적합도(likelihood ratio)는  $i$ 번째 필터에서 가정한 파라미터  $a_i$ 가 정확한 파라미터일 확률에 해당한다. 매 샘플 순간마다 측정치  $z(k)$ 가 들어오면 베이즈 법칙을 적용, 각 필터의 사후(a posteriori)확률  $\lambda_i(k)$ 를 다음과 같이 수정해 나간다.

$$\lambda_i(k) = \frac{\mu_i(k)\lambda_i(k-1)}{\sum_{i=1}^3 \mu_i(k)\lambda_i(k-1)} \quad (11)$$

$$\text{여기서, } \lambda_i(k) = \text{prob}(a_i | z_k, z_{k-1}, \dots, z_0) \quad (12)$$

$$\mu_i(k) = f(z_k | z_{k-1}, \dots, z_0, a_i) \quad (13)$$

식(13)에서  $f(z_k | z_{k-1}, \dots, z_0, a_i)$ 는  $k$ 번째 스텝 이전의 측정치열과  $a_i$ 에 대한  $z_k$ 의 조건부 확률밀도함수로서 정규 분포를 갖는다고 가정할 수 있다. 표에서 보듯이  $\mu_i$ 는  $i$ 번째 필터에서 발생하는 잔류오차(residual)의 확률분포임을 알 수 있다. 이제 사후 상태추정치는 부필터들의 상태 추정치의 가중평균으로 계산되며, 역시 결합된 공분산 행렬도 상태추정치 간의 차이의 제곱을 원 공분산에 더하고 가중평균을 취하여 구한다.

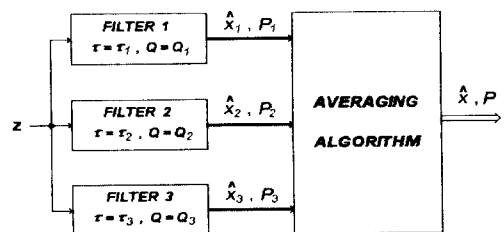


그림 1. 다중모델 추정기의 구조 (모델 3개)  
Fig. 1. Structure of multiple model estimator

표 2. 평균 알고리즘  
Table 2. Averaging algorithm

잔여치 확률 :  $\mu_i = \frac{1}{|S_i|} e^{-\frac{1}{2} r_i^T S_i}$  ( $\leftarrow$  Hypothesis)

$r_i = z - H \hat{x}_i$   
 $S_i = [HP_i H^T + R]$

적합도 :  $\lambda_i(k) = \frac{\mu_i(k) \lambda_i(k-1)}{\sum_{i=1}^n \mu_i(k) \lambda_i(k-1)}$

가중평균 추정치 :  $\hat{x} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{x}_i$

가중평균 공분산 :  
 $P = \sum_{i=1}^n \lambda_i [P_i + (\hat{x} - \hat{x}_i)(\hat{x} - \hat{x}_i)^T]$

이제 다중필터 추적 알고리즘을 구현하기에 앞서 두가지 사항이 추가적으로 고려되어야 한다. 첫째, 각 부필터들의 적합도에 최소값을 부과하여야만 한다. 부필터 기동모델의 불일치가 장시간 지속되어 그 부필터에 대한 가중치가 0이 되면 평균 알고리즘의 논리상 계속 0으로만 머물수 밖에 없다. 즉 하나의 부필터가 추적기능을 상실하게되며, 결국엔 여러 부필터중 단 하나로만 추적을 수행하게되므로 성능저하를 초래하게 된다. 그러므로 적절한 최소의 부필터 적합도로써, 시변하는 표적기동에 상응하는 모델을 유지함과 동시에 그로인한 추적성능의 저하를 최소화하여야만 한다. 둘째, 표적모델의 불일치에 따르는 부필터 자체의 발산가능성을 배제할 수가 있어야 한다. 이에 대하여, 각 부필터들을 주기적으로 결합된 상태추정치와 오차공분산값으로 재초기화하여주는 방법을 사용할 수 있다. 그러나 이 주기적인 재초기화 방법은 재초기화 순간에 다른 부필터들의 추적에 관한 정보들을 무시하며 상대적으로 가장 적합한 단일모델의 추적정보만으로 동작하게 되고 그만큼 수렴속도와 추적성능이 저하될 수 있는 단점이 있다. 그러므로 부필터간의 상호작용에 의한 매 스텝 부필터 추적정보의 재보정과정으로써 모든 부필터들의 추적정보들을 이용할 수 있는 알고리즘을 구성한다[1].

먼저 부필터  $i_h$  모델에서  $j_h$  모델로의 필터모드 전파가능성을 미리 정한 관계에 의하여 예측한다. 이로써 다음 step으로 각 모델별 확률이 전파되는 양을 식(14)와 같이 예측할 수 있다.

$$\lambda_{j_i}(k/k-1) = \sum_{i=1}^n \pi_{j_i} \cdot \lambda_i(k-1/k-1) \quad (14)$$

이때  $\pi_{j_i}$ 는 표적의 기동가능성에 대한 모델로서, 설정된 부필터간의 기동모델과 대상표적의 특성에 근거하여 결정할 수 있다. 즉, 식(14)의  $\lambda_{j_i}(k/k-1)$ 에서  $j$ 번째 필터의 적합도가 ( $k-1$ )번째 스텝에서의 제반 부필터 적합도들에 의하여  $k$ 번째 스텝으로 어떻게 전파되어 갈 지를 예측할 수 있다. 이렇게 예측된 모델별 확률전파에 대하여, 각 모델간의 조건부 전이확률(transition probability)을 Bayesian rule에 의하여 식(15)와 같이 추정한다.

$$\lambda_{ij} = \pi_{j_i} \cdot \lambda_i(k-1/k-1) / \lambda_{j_i}(k/k-1) \quad (15)$$

이렇게 추정된 모델간 조건부 전이확률과의 가중합으로써 각 부필터들의 추정치와 오차공분산의 상호간 보정을 표 3과 같이 수행할 수 있다.

표 3. 상호간 보정 알고리즘  
Table 3. Interacting correction algorithm

$$\hat{X}_{j0} = \sum_{i=1}^n \hat{X}_i(k-1/k-1) \cdot \lambda_{ij}$$

$$P_{j0} = \sum_{i=1}^n P_i(k-1/k-1) \cdot \lambda_{ij} + \sum_{(i,j)=1}^n E_{ik/j}$$

with,

$$E_{ik/j} = [\hat{X}_i - \hat{X}_k] \cdot [\hat{X}_i - \hat{X}_k]^T \cdot \lambda_{ij} \cdot \lambda_{kj}$$

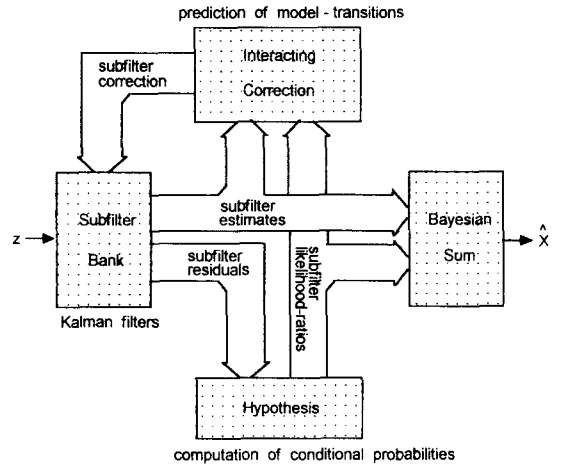


그림 2. 상호간섭 다중모델 추정기의 구조  
Fig. 2. Interacting multiple model filter structure

다중모델 추정기법이 기동표적을 추적하는데 유용한 측면이 있다는 사실은 표적기동입력의 변화에 따라 부필터간의 전이가 어떻게 이루어지나를 관찰해 봄으로써 찾을 수 있다. 즉 기동입력이 큰 항적 구간에서는 고기동 부필터쪽에 높은 가중치가 부여될 것이고, 기동입력이 작은 항적구간에서는 저기동 부필터쪽에 높은 가중치가 부여될 것이다. 이렇게 시변하는 부필터들의 모델적합도가 표적의 기동수준에 변화가 일어났음을 감지하는 수단으로 쓰일 수 있을 뿐만 아니라, 현재 시점에서 최적의 표적동특성을 제공하므로 체계에서 요구하는 비교적 단시간이후의 표적상태 예측에 도움이 될 것이다.

#### 4. 예측알고리즘

일반적으로 사물장치의 예측기에서는 표적상태와 탄도식에 의한 TOF(Time-Of-Flight)를 사용하여 표적의 미래 위치를 계산하므로, 표적의 정확한 미래 위치를 예측하기 위해서는 정확한 상태추정이 선행되어야 하며, 이를 토대로 정확하고 평활한 예측을 수행하여야 한다. 본 논문에서는 TOF를 단일 스텝으로 간주하여(one-step ahead), 다중모델 필터에서 제공하는 현재의 표적상태 추정치 및 동특성을 사용하는 상태외삽(State-extrapolation) 기법을 도입하였다. 이때, 예상 TOF동안의 상태외삽에 필요한 상태천이행렬의 표적기동상수  $\tau$ (표적동특성)는 식(16)과 같이 계산하여 예측기에 제공할 수 있겠다.

$$\hat{\tau} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \tau_i \quad (16)$$

## 5. 모의실험 및 결과분석

대상 표적으로는 미 육군의 AMSAA에서 개발한 비행 항적중에서,  $\pm 30[m/s^2]$ 이내의 가속도로써 가장 다양한 기동을 보이는 그림 3의 항적을 대상으로하여 50Hz로 측정하였으며, 사거리·고각·방위각 측정에 대한 잡음 및 주행에 따른 추적각 오차의 인가정도는 표 4에 정리하였다. 세 축별 부필터는 각각 표적기동상수( $\tau$ )와 표적가속도분산( $\sigma_m^2$ )으로써 세가지 모델을 설정하였다. 그리고 각 모델간 기동 가능성에 대한 전이모델( $\pi_{r-i}$ )은 현재의 기동모델을 80% 유지하도록 설정하였으며, 모든 상태추정오차를 최소화할 수 있도록 부모모델 변수들을 동조하여 보았으나, 표 5에 나타난 바와 같이 단지 단일모델의 추정성능에 준하는 추정 결과를 보였다.

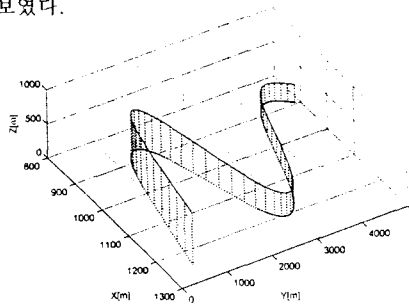


그림 3. 실험항적  
Fig. 3. Test trajectory

표 4. 인가된 잡음특성

Table 4. Applied noise characteristics

구분	잡음형태	크기(1 $\sigma$ )
$\nu_r$	백색 가우시안	3m.
$\nu_\theta, \nu_\phi$	백색 가우시안	0.1mrad.
$\Delta\theta_k, \Delta\phi_k$	유색	0.2mrad.

표 5. 상태추정결과(RMS)

Table 5. State estimation results

방식		단일모델	다중모델	상호간섭 다중모델
위치 [m]	Px	1.79	2.16	1.98
	Py	4.35	5.02	4.98
	Pz	0.78	0.67	0.69
속도 [m/s]	Vx	2.78	3.83	3.19
	Vy	1.87	2.44	2.62
	Vz	1.47	1.68	1.71
가속도 [m/s <sup>2</sup> ]	Ax	8.10	10.49	9.71
	Ay	3.97	7.67	8.22
	Az	3.01	3.98	4.12

이것은 단일추적기만으로도 안정된 추정이 가능한 표적의 추적에서 나타날 수 있는 현상으로 보여지며, 이에 대한 논지는 이후의 과제로 미루어두려 한다. 이제 예측오차의 분석을 위하여 계산된 TOF에 대한 Miss distance의 분포 및 Miss distance에 대한 예측결과의 빈도분포를 그림 4와 그림 5에 각각 제시하였다. 즉, TOF에 준하는 표적동특성의 변화정도가 예측오차를 증가시키는 요인이 되고 있으므로, 현재의 동특성을 반영(식(16))할 수 있는 다중모델 기법이 좀더 효율적인 예측결과를 보이고 있다고 하겠다.

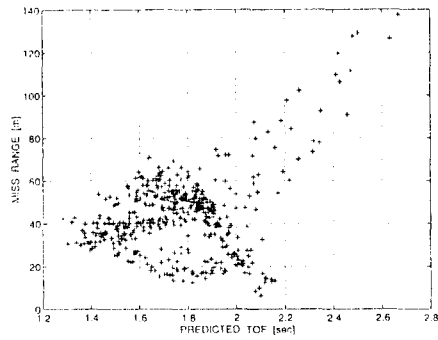


그림 4. TOF와 예측오차의 관계  
Fig. 4. TOF vs. prediction error

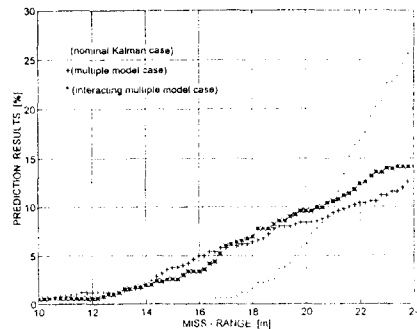


그림 5. 예측빈도 분포도  
Fig. 5. Prediction frequency distribution

## 6. 결론

다중모델기법의 상태추정 및 예측성능은, 모델 불일치에 따르는 발산가능성을 배제할 수 있는 능력과, 시변하는 다기동 표적의 동특성을 제공한다. 이 점에서 그 우월함을 보이고 있다. 그러나, 상태외삽 예측기법의 적용방법에 있어서, 단시간의 TOF동안이라는 가정하에 표적의 동특성을 고정하였지만 그 결과 TOF의 증가에 따라 예측오차가 선형적으로 커지는 문제점이 여전히 남아있었다. 이에 대한 연구방향으로, 추정성능의 개선과 다중모델추적기에서 제공하는 모델별 적합도들의 추이에 근거하여 표적동특성을 예측하고 이를 이용하여 표적상태를 예측하는 방법이 요구된다.

## 참고문헌

- [1] H.A.P.Blom and Y.Bar-Shalom, " The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients ", *IEEE Trans. AC*, vol.33, pp.780-783, 1988.
- [2] R.L.Moose, " An adaptive state estimation solution to the maneuvering target problem ", *IEEE Trans. AC*, vol.20, pp.359-362, 1975.
- [3] R.A.Singer, " Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets ", *IEEE Trans. AES*, vol.6, pp.473-483, 1970.
- [4] 성태경, " 시선좌표계에서의 분리추적필터 및 기동표적을 위한 적응추적필터에 관한 연구 ", 서울대학교 공학박사 학위논문, 1992.