

전자기 주조공정에서의 자유표면 형상 제어

Control of Free Surface Shape in the Electromagnetic Casting Process

° 박재일*, 강인석**

*포항공과대학교 철강대학원(Tel: 0562-279-2952; Fax: 0562-279-4499; E-mail: jipark@stokes.postech.ac.kr)

**포항공과대학교 화학공학과(Tel: 0562-279-2273; Fax: 0562-279-2699; E-mail: iskang@vision.postech.ac.kr)

Abstracts In the continuous casting process, molten metal contacts the mold wall and the molten metal surface is subject to the mold oscillation. The mold oscillation results in the oscillation marks on the surface of solidified steel, which has undesirable effects on the quality of slabs. In order to reduce the oscillation marks by achieving soft contact of molten metal with the mold surface, alternating magnetic field is applied to the surface of molten metal. However, if the magnetic field strength becomes too strong, the melt flow induced by the magnetic field causes the instability of the molten metal surface, which has also the bad influence on the slab quality. Therefore, it is very important to choose the optimal position of the inductor coil and the optimal level of electric power to minimize the surface defects. In the present work, as a first step toward the optimization problem of the process, numerical studies are performed to investigate the effects of coil position and the electric power level on the meniscus shape and the flow field. As numerical tools, the boundary integral equation method(BIEM) is used for the magnetic field analysis and the finite difference method (FDM) with orthogonal grid generation is used for the flow analysis.

keywords Electromagnetic casting process, Meniscus control, Soft contact

1. 서론

연속주조공정에서 slabs의 표면에 mold의 주기적인 움직임에 의해 결함이 발생하는데 이때 발생하는 결함은 slabs의 품질저하에 중요한 요소로서 작용한다. 이에 slabs의 표면품질을 향상시키기 위하여 교류자기장을 용융액의 표면에 가해 mold와의 접촉을 줄이는 electromagnetic casting(EMC) 공정이 널리 연구되고 있다[1-2]. EMC 공정에 적용되는 교류자기장은 용융액의 표면에 자기압을 발생시키고 내부에는 유동장을 유발시킨다[3-5]. 용융액의 표면에 발생하는 자기압에 의해 EMC 공정의 핵심인 연접촉이 가능하나 이때 유발된 유동장은 용융액의 표면을 불안정하게 하여 역효과를 가져올 수 있다[6]. 또한 mold와의 연접촉은 용탕 계면의 상태에 의해 결정되므로 용탕계면의 모양과 안정이 중요하다. 이러한 현상을 이해하기 위하여 본 연구에서는 독특한 수치해법으로 외부자기장에는 경계적분법을 사용하고 내부 유동장에는 경계면 일치 직교좌표계[7]와 유한차분법을 이용하여 연접촉이 가능한 자기압의 분포와 내부유동장의 관계를 coil의 위치에 따라 구하였다[8]. 또한, 수치해석시 쉽게 특정현상을 이해하기 위하여 여러 가지 가정을 고려하였는데 각 가정은 해당사항에서 언급하겠다.

2. 이론 전개

2.1 자기장 분포

일반적인 자기장의 분포 계산은 Maxwell equation으로부터 다음과 같은 B field에 대한 지배 방정식을 얻을 수 있다[3-4].

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\sigma\mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

(1)식으로부터 magnetic field를 쉽게 구하기 위해 vector potential \mathbf{A} 를 도입하고 양변에 curl을 취하면

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2)$$

와 같이 얻을 수 있다[8].

또한 2차원 교류자기장만을 고려하면 (2)식을 만족하는 해는 다음의 복소수 형태가 될 것이다.

$$\mathbf{A}_z = (\psi_B + i\phi_B) e^{i\omega t} \quad (3)$$

여기서 \mathbf{A} 를 구하기 앞서 문제를 단순화하기 위하여 mold는 2차원만 고려하고 자기장이 mold로 침투하지 않는다고 가정하면 inductor coil 주위의 insulating medium에서의 자기장을 구하는 것과 같다. 따라서 maxwell equation과 vector potential \mathbf{A} 로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}_f \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5)$$

이므로 $\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_f$ 이고 이 관계를

$$\mathbf{A}_z = (\psi_B + i\phi_B) e^{i\omega t} \text{ 와 } \mathbf{J}_f = \mathbf{J}_0(\mathbf{x}) e^{i\omega t}$$

를 이용하여 정리하면

$$\nabla^2 \psi_B = -\mu J_0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 \phi_B = 0 \quad (7)$$

의 관계식을 얻을 수 있다.

(6) 과 (7)식을 경계적분법을 이용하여 쉽게 외부 자기장의 분포를 구할 수 있다.

2.2 금속 용융액의 유동

일반적으로 교류자기장이 금속 용융액 내부로 침투하는 경우 용융액의 유동에 대한 지배 방정식은 비압축성 Newtonian 유체라고 가정하면

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \rho z \right) + \mathbf{F} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (8)$$

와 같이 주어지는데 여기서 \mathbf{F} 는 Lorentz force를 나타낸다. 그러나 교류자기장의 진동수가 커지면 자기장이 표면에 국한되는데 이와 같은 경우에는 skin layer에 대한 해석이 필요하다. skin layer의 해석은 (1)식에 나타난 것과 같은 \mathbf{B} -field에 대한 지배 방정식으로부터 출발한다. (1)식에 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ 을 적용하면

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (9)$$

의 식을 얻는다. (9)식을 교류자기장과 경계조건을 넣어서 풀면 skin layer 내부에서 $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 는

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_0 e^{(1+i)\xi/\delta} e^{i\omega t} \quad (10)$$

이 된다[5]. 여기서 skin layer thickness δ 를

$$\delta \equiv \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega}}$$

와 같이 정의된다. 이제 skin layer 내부에서의 induced current는 (4)식에 의해

$$\mu \mathbf{J}_f = \nabla \times \mathbf{B}$$

와 같이 주어지는데 (4)식에 (10)식을 대입하면

$$\mu \mathbf{J}_f = -\frac{(1+i)}{\sigma} (\mathbf{n} \times \mathbf{B}_s) e^{-(1+i)\xi/\delta} e^{i\omega t} \quad (11)$$

임을 보일 수 있다. 여기서 s 는 표면의 접선방향을 나타내고 \mathbf{n} 은 수직방향을 나타낸다.

한편 한 주기 동안의 평균 Lorentz force는

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \text{Re} \langle \mathbf{J}_f^* \times \mathbf{B} \rangle \quad (12)$$

와 같이 주어진다. (12)식에 (10)식과 (11)식을 대입하고 자기장이 표면에 국한된다는 가정을 도입하면 표면에 작용하는 자기압은 다음과 같다[5].

$$\mathbf{F} = \frac{|\mathbf{B}_s|^2}{2\delta\mu} e^{-2\xi/\delta} \mathbf{n} \quad (13)$$

앞서 언급한 대로 자기장이 표면에 국한된다는 가정을 도입하면 Navier-Stokes equation은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla \left(\frac{P}{\rho} + gz \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (14)$$

이 경우에 경계조건을 조정해야 하는데, 먼저 solid surface 경우에 대해서 살펴보면 고체 표면에서의 유효 미끄럼 속도(effective slip velocity)는 Lorentz force를 body force로 간주한 Navier-Stokes equation에서부터 경계면 속도는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{u}_s = \frac{\delta^2}{8(\rho\nu)\mu} \nabla \left(\frac{B_s^2}{2} \right) \quad (15)$$

Skin layer thickness $\delta \rightarrow 0$ 인 경우에 skin layer는 경계면에 해당하므로 (15)식과 같은 유효 미끄럼 속도 (effective slip velocity)를 사용해야 한다. 또한 자유계면에서의 유효 전단 응력 (effective shear stress)인 경우에는

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \xi} = -\frac{\delta}{4\rho\nu} \nabla \left(\frac{B_s^2}{2} \right) \quad (16)$$

와 같은 식을 얻을 수 있다[5].

2.3 자유 계면 형상 지배 방정식

AC 자기장이 주어진 경우의, 계면에 대한 지배 방정식 (normal stress condition)의 시간에 대한 평균 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{|\mathbf{B}_s(\mathbf{x}, t)|^2}{2\mu} + \rho gh + \frac{1}{2} \rho u^2 + \gamma \kappa = \text{const} \quad (17)$$

위의 식에서 첫 번째 항은 자기압, 두 번째 항은 정압, 세 번째 항은 유동에 의한 동압, 네 번째 항은 표면장력에 의한 항을 나타낸다.

3. 수치해법

3.1 외부 자기장의 경계적분법

경계적분법은 다음과 같은 Green의 제 2정리로부터 출발한다.

$$\int_{\Omega} [u \nabla^2 v - v \nabla^2 u] d\Omega = \int_{\partial\Omega} \left[u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right] d(\partial\Omega) \quad (18)$$

위에서 u 와 v 는 임의의 함수에 대해 적용되므로

$$u \mapsto \psi_B; \quad v \mapsto G$$

와 같이 대응시키는데 ψ_B 와 G 는

$$\nabla^2 \psi_B = -J_0; \quad \nabla^2 G = 2\pi\delta(\mathbf{x} - \xi) \quad (19)$$

의 해로 주어진다고 가정한다. 위의 ψ_B 는 구하고자 하는 함수이고, G 는 Green 함수라 불린다. 위의 ψ_B 와 G 를 대입하면 영역 안에 존재하는 점 $\xi \in \Omega$ 에 대하여서는

$$2\pi\psi_B(\xi) = -\int_{\Omega} J_0(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \xi) d\Omega + \int_{\partial\Omega} \left[\psi_B(\mathbf{x}) \frac{\partial G}{\partial n}(\mathbf{x}, \xi) - G(\mathbf{x}, \xi) \frac{\partial \psi_B}{\partial n}(\mathbf{x}) \right] ds \quad (20)$$

와 같이 주어지는데 적분은 \mathbf{x} 에 대해서 수행됨을 유의해야 하겠다. 한편 경계선에 있는 점에는 자기장이 침투하지 못한다는 가정으로부터 $\psi_B = 0$ on $\partial\Omega$ 의 조건을 추가로 도입하면

$$\int_{\partial\Omega} G(\mathbf{x}, \xi) \frac{\partial \psi_B}{\partial n}(\mathbf{x}) ds = -\int_{\Omega} J_0(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \xi) d\Omega \quad (21)$$

와 같이 주어진다. 한편 2차원 Green 함수는

$$G(\mathbf{x}, \xi) = \ln r = \ln |\mathbf{x} - \xi| \quad (22)$$

로 주어진다.

이제 (21)식과 같이 주어진 경계적분 방정식의 수치해법에 대해 간단히 다루어 보기로 한다. 먼저 편의상

$$w(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial \psi_B}{\partial n}(\mathbf{x}) \quad (23)$$

하면 (21)식은

$$\int_{\partial\Omega} [\ln r(\mathbf{x}, \xi)] w(\mathbf{x}) ds$$

$$= \int_{\Omega} J_0(\mathbf{x}) [\ln r(\mathbf{x}, \xi)] w(\mathbf{x}) d\Omega \quad (24)$$

과 같이 쓸 수 있는데 경계선을 N개의 구간으로 나누고 적분을 수행하면 전체적으로

$$\mathbf{A} \mathbf{w} = \mathbf{b} \quad (25)$$

와 같은 형태를 얻을 수 있다[8].

$$(25) \text{식을 풀면 } \mathbf{w} = (w_0, w_1, \dots, w_{N-1})^T$$

을 얻을 수 있어 경계선 각점에서의 $w = \frac{\partial \psi_B}{\partial n}$ 값을 얻을 수 있다.

3.2. 유동장에 대한 수치해석

본 연구에서는 skin layer의 두께가 매우 얇다는 가정하에 문제를 다루고 있는데 이 경우 Lorentz force는 표면에만 국한되므로 (8)식 직접 사용해서는 다룰 수 없고 대신 영역 전체에는 Lorentz force가 걸리지 않고 표면에서 유효전단응력(effective shear stress) 또는 유효 속도(effective velocity)가 걸리는 것으로 대체해서 풀어야 한다. 즉 $\delta/l_c \rightarrow 0$ 인 경우에는 vorticity transport equation은

$$\nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} = 0 \quad (26)$$

와 같이 주어지고 자유계면에서는 자기장에 의한 effective shear stress가 (16)식으로 표현되고 mold와 접촉하고 있는 부분에서는 유효 미끄럼 속도(effective slip velocity)는 (15)식으로 나타낸다. 위의 식들을 무차원화하기 위해서는 속도척도인 속도 특성치가 필요하게 된다. 이때 대부분의 유동은 자기장에 의한 effective shear stress이므로 (16)식으로부터

$$U_c = \frac{B_c^2}{2\mu\rho} \frac{\delta}{\nu} \quad (27)$$

과 같이 택할 수 있다. 이 때의 지배 방정식은

$$Re \nabla \times (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) + \nabla^2 \boldsymbol{\omega} = 0 \quad (28)$$

로 주어지는데 여기서 $Re = u_c l_c / \nu$ 이다.

이때 free surface에서는

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \nabla \left(\frac{B_s^2}{2} \right) \quad (29)$$

고정 경계면에서는

$$\mathbf{u} = \frac{1}{4} \frac{\delta}{l_c} \nabla \left(\frac{B_s^2}{2} \right) \quad (30)$$

으로 주어진다.

(28)식의 지배 방정식을 직교좌표계를 이용하여 문제를 풀고자 하는데 우선 input과 output에 의한 속도장은 자기장에 의한 속도장 보다 훨씬 작다고 가정하여 무시하고 수치 해석을 수행하였다. 또한 2차원 영역 문제를 효율적으로 다룰 수 있는 stream function-vorticity formulation을 사용하여 지배 방정식을 나타내었고 직교좌표계를 사용하여 ADI (Alternating Direction Implicit) 방법에 의해 풀었다[8].

3.3 자유계면 형상 계산

자기장의 대표값은 B_c 로하고 길이 척도는 slab 두께의 반으로 잡고 속도 특성치는 (27)식으로부터 (17)식을 무차원화 하면

$$\frac{1}{2} \alpha B_s^2 + h + \frac{1}{2} \alpha Re \delta_m u_s^2 + Wx = const \quad (31)$$

와 같은 계면 형태에 대한 지배 방정식을 얻는데, 앞에서부터

$$\alpha = \frac{B_c^2}{2\mu\rho g l_c} \sim \text{Levitation number}$$

$$Re = \frac{U_c l_c}{\mu} \sim \text{Reynolds number}$$

$$\delta_m = \frac{\delta}{l_c} \sim \text{Dimensionless skin layer thickness}$$

$$W = \frac{\gamma}{\rho g l_c^2} \sim \text{Weber number}$$

와 같이 주어진다. 여기서 표면 장력(W)은 미치는 영향력이 미미해 무시고 (31)식을 반복 계산하면 계면의 높이 h를 구할 수 있다[8].

4. 수치해석 결과

4.1 용탕 계면 주위의 자기장 분포와 용융액 유동장

Fig. 1. 은 용탕 계면 주위의 자기장 분포와 용융액 유동장에 대한 수치해석 결과이다. α (levitation number)는 25로 δ_m (dimensionless skin depth)는 0.1로 선정하였다. 외부 자기장은 potential line들로 표시하고 mold내의 유동장은 무차원 속도로 나타내었다. Coil의 중심 위치는 자기장을 가하지 않은 상태에서 용탕 계면에 선정하고 mold 중심에서 무차원 값으로 1.175에 위치한다.

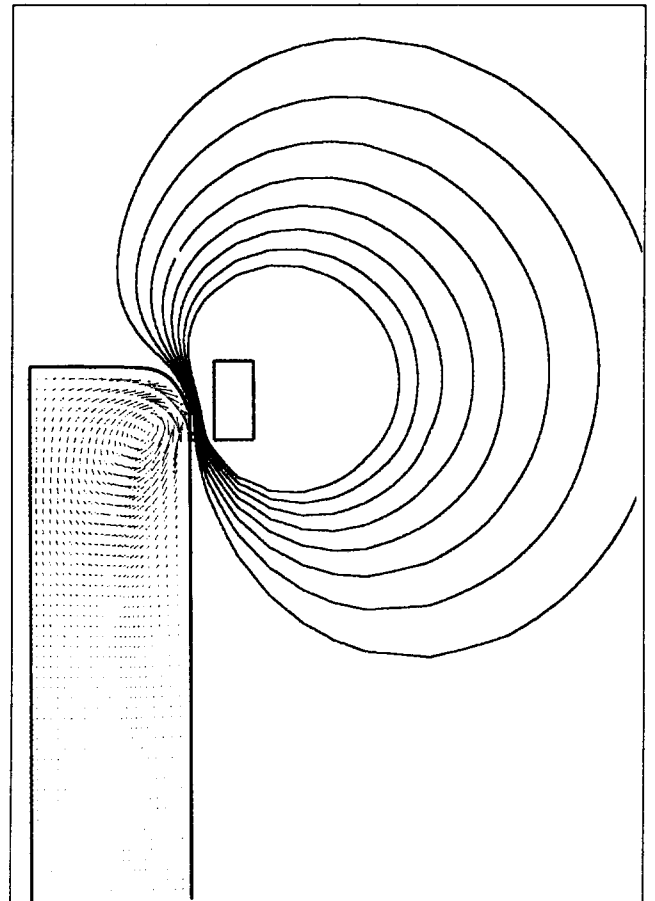


그림 1. 용탕 계면 주위의 자기장의 분포와 내부 유동장
Fig. 1. Magnetic field and flow field around meniscus.

4.2 Coil 위치에 따른 용탕 계면의 모양

• Mold에서 coil이 멀어질 때

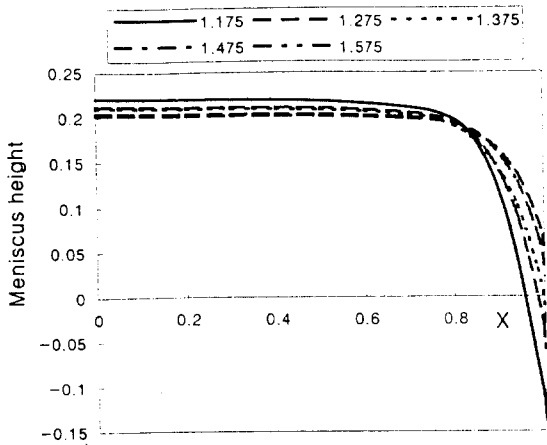


그림 2. 코일의 수평방향 이동에 따른 용탕 계면의 변화
Fig. 2. Effect of coil x -position on the meniscus shape

($\alpha=25$, $\delta_m=0.1$, coil y -position = 0)

• Coil이 상하로 움직일 때

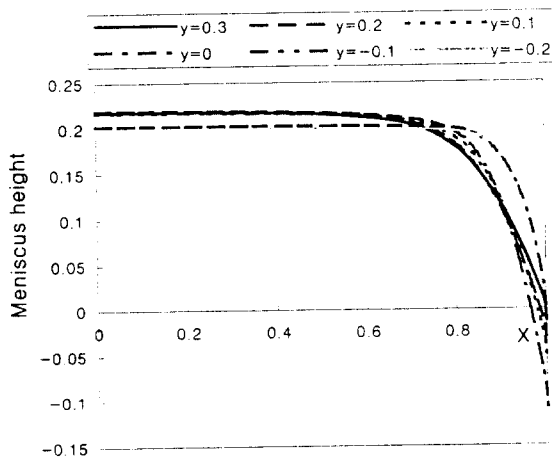


그림 3. 코일의 수직방향의 이동에 따른 용탕 계면의 변화
Fig. 3. Effect of coil y -position on the meniscus shape

($\alpha=25$, $\delta_m=0.1$, coil x -position = 1.275)

5. 결론

Fig. 2. 는 coil의 위치를 x 방향으로 이동시키면서 meniscus 모양을 나타낸 것이다. Coil의 위치가 mold에서 멀어질수록 meniscus의 곡률이 mold 근처에서 작아진다. 이는 mold주위의 자기장의 값이 작아지므로 정압이 자기압보다 중요하게 고려되기 때문이다. 그리고 내부 유동장 역시 자기장 값이 작아짐에 따라 점점 작아진다. Fig. 3. 은 coil의 위치를 y 방향으로 이동시키면서 용탕 계면 모양을 나타낸 것이다. coil의 위치가 중심에서부터 위로 올라갈수록 용탕 계면이 mold와 접촉하는 부분에서

넓은 부분에 걸쳐서 완만히 꺾이고 아래로 내리면 용탕 모양이 mold부근에서 급격히 꺾임을 볼 수 있다. 또한 내부 유동장을 보면 용탕 계면에서의 속도가 coil의 위치를 아래로 내릴 때 작아진다. 이는 용탕계면에서부터 coil까지의 거리가 멀어지기 때문이다. 최적 위치 선정 측면에서 보면 mold의 크기가 고정되고 진력 소비가 제한된다면 x 방향으로의 변화는 연접축이 가능한 범위에서 power가 최소로 들어가는 위치에서 고정되는 값이 되므로 y 방향으로의 변화가 중요한 최적화 변수가 될 것이다. y 방향으로의 변화는 용탕 계면의 모양을 내부 유동장의 변화에 밀접하게 작용한다. coil의 중심 위치에서 coil이 위로 이동하면 내부 유동장이 커져 용탕 계면을 교란시킬 가능성이 커지므로 연접축이 가능하다고 해도 coil을 중심 위 부분에 위치할 가능성은 적다. 반면 연접축이 가능한 위치에서 coil이 아래로 이동하면 내부 유동된 유동장도 작아져 용탕에 미치는 영향은 작은 것이다. 따라서, coil의 최적위치에는 연접축이 가능한 자기압의 분포와 용탕의 계면을 안정하게 할 수 있는 내부 유동장의 분포 그리고 최소의 에너지 소비를 고려하여 선정해야 한다.

감사

본 논문은 포항종합제철주식회사의 연구과제로 채택되어 수행 중인 연구로부터 얻은 결과의 일부를 발표한 것입니다. 연구비를 지원해 주신 포항종합제철주식회사에 깊은 감사를 드립니다. 아울러 추가 진산설비를 구입하여 주었던 지능자동화 연구센터에 감사의 뜻을 보냅니다.

참고문헌

- [1] M. Hojo, H. Kawai, S. Matsumura, J. Sakane, E. Takeuchi, H. Takeuchi and T. Toh, "Control of initial solidification in continuous casting by use of electromagnetic shaping effect," *Int. Symposium on Electromagnetic Processing of material, ISIJ*, pp. 253-259, 1994.
- [2] K. Ayata, M. Kokita, M. Morisita and H. Nakata, "Improvement of surface quality of steel by electromagnetic mold," *Int. Symposium on Electromagnetic Processing of material, ISIJ*, pp. 166-171, 1994.
- [3] S. Chandrasekhar, "Hydrodynamic and hydromagnetic stability," Dover, 1961.
- [4] A. D. Sneyd, "Fluid dynamical aspects of the levitation-melting process," *J. Fluid Mech.*, vol. 117, pp. 45-70, 1982.
- [5] M. Garnier and R. Moreau, "Effect of conductivity on the inviscid stability of interface submitted to a high-frequency magnetic field," *J. Fluid Mech.*, vol. 127, pp. 365-377, 1983.
- [6] R. Moreau, "Magnetohydrodynamics," Kluwer Academic Pub, 1990.
- [7] I. S. Kang and H. J. Oh, "A non-iterative scheme for orthogonal grid generation with control function and specified boundary correspondence on three sides," *J. Comput. Phys.*, 112, pp. 138-148, 1994.
- [8] 강 인석, 박 재일, "직교 좌표계를 이용한 EMC 공정중 자유 표면 형상 계산에 관한 연구(I)," 포항공과대학교 화학공학과, 1996.