

## 관성항법장치 오차방정식에 대한 두 가지 표현식 Two Expressions for The Inertial Navigation System Error Equations

\* 김 종 주

국방과학연구소 (Tel: 042-821-4414; Fax: 042-821-2224; E-mail: kjj2261@unitel.co.kr)

**Abstracts** : Two expressions for the inertial navigation system error equations are derived using a perturbation method; one in navigation frame, and the other in geographic frame. The equivalence between two expressions is shown by explicit equations and computer simulation.

**Keywords** : INS, Navigation Errors, Error Equations, Navigation Frame, Geographic Frame

### 1. 서 론

비행체에 탑재된 관성항법장치(Inertial Navigation System, INS)는 가속도계(Accelerometer)와 자이로(Gyroscope) 등의 관성감지기들을 이용하여 비행체의 항법 정보를 연속적으로 제공하며 이는 유도모듈을 통하여 유도 명령을 생산하는데 사용되며 최종적으로 비행체의 비행체 적결정에 중요한 정보가 된다. 따라서 항법정보의 정밀도 즉 관성항법장치의 성능은 비행체계에서 요구되는 유도항법치수를 만족시키기 위한 중요한 요소가 되며 이에 대한 성능평가작업이 선행되어야 한다.

관성항법장치 성능평가작업을 수행하기 위한 첫번째 단계는 항법오차에 대한 오차방정식을 설정하는 일이다. 오차방정식을 설정하기 위한 접근방법으로는 크게 계산좌표계 방법(Computer Frame Method or  $\phi$ -method)과 기준좌표계 방법(Reference Frame Method or  $\phi$ -method) 두 가지로 나눌 수 있다[3]. 계산좌표계 방법은 항법오차가 배제된 실제의 항법변수값을 기준양이라 정의할 때 계산좌표계에서 표현된 기준양과 관성항법장치 출력의 차이를 항법오차로 정의하는 방법이며, 기준좌표계 방법은 섭동방법(Perturbation Method)이라 칭하여 기준좌표계에서 표현된 기준양과 관성항법장치 출력의 차이를 항법오차로 정의하는 방법이다. 두 가지 접근방법에 의해 정의된 항법오차간의 상관관계는 기준좌표계와 계산좌표계간의 사이각에 대한 관계식으로 표현될 수 있으며, [1]에서는 국지수평좌표계(Local-level Frame)을 이루는 항법시스템을 대상으로 두 가지 접근방법을 비교하였다.

본 논문에서는 방위방향각시스템(Wander Azimuth System)[4]을 이루는 김발형 관성항법시스템(Gimballed INS, GINS)에 대한 오차방정식을 기준좌표계방법에 의해 유도하고 이에 대한 항법좌표계(Navigation Frame)에서의 표현식과 지리좌표계(Geographic Frame)에서의 표현식을 제시하며 두 표현식간의 관계를 규명한다. 여기에서는 수평축에 대한 오차방정식만을 고려하였으며, 수직축 항법방정식은 고유 발산특성[4]으로 인하여 일반적으로 수평축과 분리독립하여 구성되기 때문에 수직축 오차방정식은 본 연구에서 제외한다.

### 2. 오차방정식 설정을 위한 두 가지 접근방법

항법정보가 표현되는 기준좌표계로  $r$ -좌표계를 임의로

설정하여 두 가지 접근방법에 의해 정의되는 항법오차를 표현하면 다음과 같다. 먼저 계산좌표계방법을 이용하여 항법오차를 정의하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\Delta x_r \triangleq \hat{x}_r - x_r \quad (2.1)$$

여기서,  $\hat{x}_r$ 은 항법오차가 포함되어 있는 항법변수( $\hat{x}$ )를 계산좌표계( $\hat{r}$ )에서 표현한  $3 \times 1$  행렬이며,  $x_r$ 은 오차가 포함되지 않은 기준항법변수( $x$ )를 계산좌표계에서 표현한 성분들을 말한다. 이와 같이  $\Delta x_r$ 은 동일한 좌표계에서 표현된 변수간의 차이를 나타낸다고하여 벡터차 오차(Vector Difference Error)라 칭한다.

기준좌표계방법을 이용하여 항법오차를 정의하는 식은 다음과 같다.

$$\delta x_r \triangleq \hat{x}_r - x_r \quad (2.2)$$

여기서,  $x_r$ 은 기준항법변수를 기준좌표계( $r$ )에서 표현한 성분들을 말하며,  $\delta x_r$ 은 계산좌표계에서 표현된 성분과 기준좌표계에서 표현된 성분간의 차이를 나타낸다는 점을 들어 성분차 오차(Component Difference Error)라 칭한다.

두 가지 접근방법에 의해 정의된 항법오차간의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta x_r \triangleq \hat{x}_r - x_r &= \hat{x}_r - C_r^r x_r \\ &= \hat{x}_r - (I - \chi_r^r) x_r = \hat{x}_r - x_r + \chi_r^r x_r \\ &= \delta x_r + \chi_r^r x_r \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서,  $\chi_r^r$ 는 기준좌표계( $r$ )과 계산좌표계( $\hat{r}$ )사이의 사이각에 대한 비대칭행렬(Skew-symmetric Matrix Form)[2]을 표현하며,  $C_r^r$ 는 기준좌표계( $r$ )에서 계산좌표계( $\hat{r}$ )로의 좌표변환행렬(Coordinate Transformation Matrix)로  $C_r^r \triangleq (I - \chi_r^r)$ 로 정의된다.

### 3. 항법좌표계에서의 항법방정식

방위방향각시스템을 이루는 김발형 관성항법장치의 항법방정식은 항법좌표계( $x, y, z$  좌표계)에서의 표현식을 사용하며, 지리좌표계( $e, n, u$  좌표계)에서의 항법정보는 두 좌표계간의 좌표변환행렬을 이용하여 얻는다.

비행체의 위치정보는 다음과 같은 좌표변환방정식을 이

용하여 얻어진다고 가정한다[2].

$$\hat{C}_n^e = -\Omega_n^{en} C_n^e \quad (3.1)$$

여기서,  $C_n^e$ 는 지구좌표계( $e$ )에서 항법좌표계( $n$ )로의  $3 \times 3$  좌표변환행렬을 말하며,  $\Omega_n^{en}$ 는 지구좌표계( $e$ )에 대한 항법좌표계( $n$ )의 각속도를 항법좌표계( $n$ )에서 표현된  $3 \times 1$  행렬  $\omega_n^{en}$ 의 비대칭행렬꼴을 지칭한다.

관성항법장치내의 항법컴퓨터에서는 식(3.1)의 미분방정식을 수치적분하여 매시간에서의  $C_n^e$ 를 얻게 되며,  $C_n^e$ 의 각각의 성분들은 그림(1)에 따라 다음과 같은 대응식이 성립한다.

$$C_n^e = \begin{bmatrix} cLca - sLsLsa & clsa & -sLca - sLcLsa \\ -cLsa - sLsLca & clca & sLsa - sLcLca \\ clsL & sl & clcL \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

여기서,  $sx, cx$ 는 각각  $\sin x, \cos x$ 에 대한 약어이다. 지표면상의 지리좌표 즉 위도( $\lambda$ ), 경도( $L$ )와 방위각( $\alpha$ )은 식(3.2)를 통해 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{c_{32}}{\sqrt{c_{12}^2 + c_{22}^2}}$$

$$L = \tan^{-1} \frac{c_{31}}{c_{22}c_{11} - c_{12}c_{21}}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{c_{12}}{c_{22}} \quad (3.3)$$

비행체의 속도정보를 얻기 위해 사용하는 속도방정식은 다음의 미분방정식을 사용한다[4].

$$\dot{v}_n = f_n - (2\Omega_n^{ie} + \Omega_n^{en}) v_n + g_n \quad (3.4)$$

여기서,  $v_n$ 는 지표면에 대한 비행체의 상대 속도를 말하며,  $f_n$ 는 단위힘(Specific Force)으로 비행체의 비중력 가속도(Non-Gravitational Acceleration)에 해당되며 가속도계가 측정하는 양이다.  $\Omega_n^{ie}$ 는 관성좌표계( $i$ )에 대한 지구좌표계( $e$ )의 각속도를 말하며,  $g_n$ 는 지구의 중력가속도(Gravity)를 말한다.

항법컴퓨터에서는 식(3.4)를 풀어 항법좌표계성분의 비행체 속도정보( $v_x, v_y$ )를 얻으며 지리좌표계에서의 속도정보( $v_e, v_n$ )는 다음과 같은 항법좌표계와 지리좌표계간의 변환식을 이용하여 얻게 된다.

$$v_g = C_g^n v_n : C_g^n = \begin{bmatrix} ca & -sa & 0 \\ sa & ca & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow v_e = cav_x - sav_y$$

$$v_n = sav_x + cav_y \quad (3.5)$$

#### 4. 항법좌표계에서의 오차방정식

항법좌표계를 기준좌표계로 설정하고 기준좌표계방법을 이용하여 항법오차를 정의하는 식은 식(2.2)에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$\delta \hat{x}_n \triangleq \hat{x}_n - x_n \quad (4.1)$$

위치오차에 대한 오차방정식을 얻기위해 식(3.1)의 위치

방정식을 이용한다. 항법컴퓨터가 계산하는 양은 항법오차가 포함되어 있는 계산좌표계에서의 표현된 성분들이며 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{C}_n^e = -\hat{\Omega}_n^{en} \hat{C}_n^e \quad (4.2)$$

여기서,  $\hat{C}_n^e$ 는 항법컴퓨터에서 계산하는 지구좌표계( $e$ )에서 항법좌표계( $n$ )의 좌표변환행렬을 표현하며 매시점에서 좌표변환행렬의 특성을 유지시켜 주는 경우에는  $C_n^{e}$ 로 표현될 수 있으며 이는 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{C}_n^e = C_n^{e} = C_n^n C_n^e = (I - \hat{\chi}_n^\vee) C_n^e \quad (4.3)$$

식(4.3)을 미분하고 식(4.2)을 이용하여 정리하면,

$$\dot{\hat{C}}_n^e = -\hat{\chi}_n^\vee \dot{C}_n^e + (I - \hat{\chi}_n^\vee) \dot{C}_n^e = -\hat{\Omega}_n^{en} \hat{C}_n^e$$

$$\Rightarrow -\hat{\chi}_n^\vee \dot{C}_n^e + (I - \hat{\chi}_n^\vee) \Omega_n^{en} C_n^e$$

$$= -(\Omega_n^{en} + \delta \Omega_n^{en})(I - \hat{\chi}_n^\vee) C_n^e$$

$$\Rightarrow \hat{\chi}_n^\vee = \hat{\chi}_n^\vee \Omega_n^{en} - \Omega_n^{en} \hat{\chi}_n^\vee + \delta \Omega_n^{en}$$

$$\Rightarrow \dot{\hat{\chi}}_n^\vee = \hat{\chi}_n^\vee \omega_n^{en} + \delta \omega_n^{en} \quad (4.4)$$

여기서,  $\hat{\Omega}_n^{en} \triangleq \Omega_n^{en} + \delta \Omega_n^{en}$ 의 정의를 사용하였으며, 선형분석(Linear Analysis)을 수행하여 오차항들이 서로 곱해지는 항들은 무시되었다. 이는 항법오차의 선형성이 매우 크다는 특성에 미루어볼 때 의미있는 분석방법이 될 것이다.

속도오차를 얻기 위해 식(3.4)의 속도방정식을 이용한다. 항법컴퓨터에서 계산되는 방정식에는 항법오차가 포함되어 있는 변수들이 들어가며 이들의 양은 계산좌표계에서 표현된다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\hat{\dot{v}}_n = \hat{f}_n - (2\hat{\Omega}_n^{ie} + \hat{\Omega}_n^{en}) \hat{v}_n + \hat{g}_n \quad (4.5)$$

식(4.5)에서  $\hat{f}_n$ 은 가속도계의 출력으로 이는 플랫폼좌표계(Platform Frame)에서 측정된 양  $\tilde{f}_p$ 로 표현할 수 있으며, 가속도오차를  $\delta f_n \triangleq \hat{f}_n - f_n$ 이라 정의하는 경우 가속도계 오차  $\Delta f_p$ 를 포함한다고 가정하여 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\hat{f}_n = \tilde{f}_p \triangleq f_p + \Delta f_p$$

$$= C_p^n f_n + \Delta f_p = (I - \theta_n^\vee) f_n + \Delta f_p$$

$$= f_n - \theta_n^\vee f_n + \Delta f_p$$

$$\Rightarrow \delta f_n = -\theta_n^\vee f_n + \Delta f_p \quad (4.6)$$

여기서,  $C_p^n$ 은 항법좌표계( $n$ )에서의 플랫폼좌표계( $p$ )로의 좌표변환행렬을 표현하며 이는 두 좌표계간의 차이각 즉 플랫폼경사각(Platform Tilts)  $\theta_n$ 에 의해  $C_p^n \triangleq I - \theta_n^\vee$ 로 표현된다.

속도오차방정식은 식(4.5),(4.6)을 이용하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\delta \dot{v}_n = -\theta_n^\vee f_n + \Delta f_p - (2\Omega_n^{ie} + \Omega_n^{en}) \delta v_n$$

$$- (2\delta \Omega_n^{ie} + \delta \Omega_n^{en}) v_n + \delta g_n \quad (4.7)$$

여기서, 기준좌표계방법에 대한 정의식  $\delta v_n \triangleq \hat{v}_n - v_n$ 과  $\delta g_n \triangleq \hat{g}_n - g_n$ 을 사용하였으며 본식을 통해 항법좌표계에서의 수평축 속도오차성분들  $\delta v_x, \delta v_y$ 을 얻을 수 있다.

플랫폼경사각은 플랫폼 안정화루우프[4]를 통하여 슬러주

기(Schuler Period \* 84 분)와 포컬트주기(Focault Period =  $\frac{1}{\Omega \sin \lambda}$ ,  $\Omega$ : Earth Rotation Rate)를 갖고 진동하는 모양을 갖는다. 이의 동역학을 표현하는 방정식을 얻기 위해 항법컴퓨터에서 계산하는 플랫폼토크싱호(Platform Torquing Rate)  $\widehat{\omega}_n^{in}$ 과 차이로 오차  $\Delta \omega_p$ 를 이용하여 플랫폼의 각속도를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \omega_p^{ip} &\triangleq \widehat{\omega}_n^{in} + \Delta \omega_p & (4.8) \\ \Rightarrow C_p^n(\omega_n^{in} + \omega_n^{np}) &= \omega_n^{in} + \delta \omega_n^{in} + \Delta \omega_p \\ \Rightarrow (I - \theta_n^\times)(\omega_n^{in} + \dot{\theta}_n) &= \omega_n^{in} + \delta \omega_n^{in} + \Delta \omega_p \\ \Rightarrow \dot{\theta}_n &= \theta_n^\times \omega_n^{in} + \delta \omega_n^{in} + \Delta \omega_p & (4.9) \end{aligned}$$

기준좌표계방법에 의해 유도된 항법오차방정식의 항법좌표계표현식들은 식(4.4),(4.7),(4.9)에 의해 표현된다.

## 5. 지리좌표계에서의 오차방정식

비행체의 위치와 속도를 나타내는 항법방정식이 지리좌표계에서 풀린다고 가정하여 기준좌표계방법에 의해 얻어지는 오차방정식은 다음과 같이 유도된다. 여기에서, 항법오차의 정의에 사용되는 기준좌표계는 지리좌표계가 되며 이를 일반적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\delta x_g \triangleq \widehat{x}_g - x_g \quad (5.1)$$

비행체의 위치를 나타내는 위치방정식은 좌표계간의 기하학적인 관계에 의해 다음과 같이 풀린다고 가정한다[4].

$$\begin{aligned} \hat{\lambda} &= \frac{\widehat{v}_n}{(\widehat{r}_m + \widehat{h})} \\ \widehat{L} &= \frac{\widehat{v}_e}{(\widehat{r}_t + \widehat{h})c\lambda} & (5.2) \end{aligned}$$

여기서,  $\widehat{r}_m$ 은 자오선 지구반지름(Meridian Earth Radius)이며,  $\widehat{r}_t$ 는 접선 지구반지름(Tangential Earth Radius)를 말하며,  $\widehat{h}$ 는 지표면 수직방향의 비행체고도를 말한다.

식(5.2)에 기준좌표계방법을 적용하여 얻게 되는 위치오차방정식은 다음과 같다.

$$\delta \lambda = \frac{\delta v_e}{r_m + h} - \frac{v_e(\delta r_m + \delta h)}{(r_m + h)^2} \quad (5.3)$$

$$\delta L = \frac{\delta v_e}{(r_t + h)c\lambda} - \frac{v_e[(\delta r_t + \delta h)c\lambda - (r_t + h)s\lambda\delta\lambda]}{(r_t + h)^2c^2\lambda}$$

항법컴퓨터에서는 속도정보를 얻기 위해 아래와 같은 지리좌표계에서 표현된 속도방정식을 풀다고 가정할 수 있다.

$$\widehat{v}_g = \widehat{I}_g - (2\widehat{\Omega}_g^{ie} + \widehat{\Omega}_g^{ek})\widehat{v}_g + \widehat{g}_g \quad (5.4)$$

가속도계의 출력은 플랫폼좌표계에서 측정된 양으로 식(5.4)에서 사용될 지리좌표계에서의 가속도항  $\widehat{I}_g$ 을 얻기 위해 다음과 같은 변환과정을 거쳐 얻게 되며, 지리좌표계에서의 가속도오차는  $\delta f_g \triangleq \widehat{I}_g - f_g$ 의 정의에 따라 다음과 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{I}_g &= \widehat{C}_g^p \widehat{I}_p = C_g^p(f_p + \Delta f_p) \\ &= (I - \phi_g^\times)C_g^p(f_p + \Delta f_p) = (I - \phi_g^\times)(f_g + \Delta f_g) \\ &= f_g - \phi_g^\times f_g + \Delta f_g \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \delta f_g = -\phi_g^\times f_g + \Delta f_g \quad (5.5)$$

여기서,  $C_g^p \triangleq (I - \phi_g^\times)C_g^p$ ,  $\Delta f_g \triangleq C_g^p \Delta f_p$ 가 사용되었다.

$\phi_g$ 는 플랫폼좌표계에서 측정된 양을 지리좌표계로 변환시킬 때 발생하는 변환오차로 준플랫폼경사각(Pseudo Platform Tilt)라고 칭하며,  $\widehat{C}_g^p = \widehat{C}_g^n = (I + \delta a_g^\times)C_g^n$ 라는 사실과  $\widehat{C}_g^p$ 의 정의를 이용하여 방랑각오차( $\delta a$ )와 플랫폼경사각( $\theta$ )과의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{C}_b^p &\triangleq (I - \phi_g^\times)C_g^p = (I - \phi_g^\times)C_g^n C_b^n \\ &= (I - \phi_g^\times)C_g^n(I + \theta_n^\times) = (I - \phi_g^\times)(I + \theta_n^\times)C_g^n \\ &= (I + \delta a_g^\times)C_g^n \\ \Rightarrow \phi_g &= \theta_g - \delta a_g & (5.6) \end{aligned}$$

속도오차방정식은 식(5.4)에 기준좌표계방법을 이용해 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta \dot{v}_g &= -\phi_g^\times f_g + \Delta f_g - (2\Omega_n^{ie} + \Omega_n^{ek})\delta v_g \\ &\quad - (2\delta\Omega_g^{ie} + \delta\Omega_g^{ek})v_g + \delta g_g & (5.7) \end{aligned}$$

준플랫폼경사각에 대한 방정식은 식(4.8)의 플랫폼토크싱호 관계식을 적용하여 얻는다.

$$\begin{aligned} \omega_p^{ip} &\triangleq \widehat{\omega}_n^{in} + \Delta \omega_p \\ &= \widehat{C}_n^g(\widehat{\omega}_g^{ig} + \widehat{\omega}_g^{gn}) + \Delta \omega_p \\ \Rightarrow C_p^n C_n^g(\omega_g^{ig} + \omega_g^{gn} + \omega_g^{np}) \\ &= (I - \delta a_n^\times)C_n^g(\omega_g^{ig} + \delta \omega_g^{ig} + \dot{a}_g + \delta \dot{a}_g) + \Delta \omega_p \\ \Rightarrow (I - \theta_g^\times)(\omega_g^{ig} + \dot{a}_g + C_g^n \dot{\theta}_n) \\ &= (I - \delta a_n^\times)(\omega_g^{ig} + \delta \omega_g^{ig} + \dot{a}_g + \delta \dot{a}_g) + \Delta \omega_g \\ \Rightarrow \dot{\theta}_g - \delta \dot{a}_g &= (\theta_g^\times - \delta a_n^\times)\omega_g^{ig} + \delta \omega_g^{ig} + \Delta \omega_g \\ \Rightarrow \dot{\theta}_g &= \phi_g^\times \omega_g^{ig} + \delta \omega_g^{ig} + \Delta \omega_g & (5.8) \end{aligned}$$

여기서,  $\dot{\theta}_g = C_g^n \dot{\theta}_n + \Omega_g^{gn} \theta_g$ 라는 사실과  $\Delta \omega_g \triangleq C_g^p \Delta \omega_p$ 의 정의를 사용하였다.

지리좌표계에서의 항법오차는 식(5.3),(5.7),(5.8)의 선형미분방정식에 의해 결정되어진다.

## 6. 두 좌표계 표현식간의 관계식

항법좌표계상에서 표현된 수평축 위치오차성분들은 식(4.4)에서의  $\chi_x, \chi_y, \chi_z$ 로 지리좌표계에서의 위도오차( $\delta\lambda$ ), 경도오차( $\delta L$ ), 방랑각오차( $\delta\alpha$ )와의 관계식은 다음의 벡터식을 이용하여 얻는다.

$$\vec{\chi} = \delta\vec{\lambda} + \delta\vec{L} + \delta\vec{\alpha} \quad (6.1)$$

$$\Rightarrow \chi_n = C_n^g \left[ \begin{array}{c} -\delta\lambda \\ 0 \\ 0 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \delta L c\lambda \\ \delta L s\lambda \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \delta\alpha \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \chi_x = \delta\lambda c\alpha + \delta L c\lambda s\alpha \quad \text{or} \quad \delta\lambda = -\chi_x c\alpha + \chi_y s\alpha$$

$$\chi_y = \delta\lambda s\alpha + \delta L c\lambda c\alpha \quad \delta L = (\chi_x s\alpha + \chi_y c\alpha) / c\lambda$$

$$\chi_z = \delta\alpha + \delta L s\lambda \quad \delta\alpha = \chi_z - (\chi_x s\alpha + \chi_y c\alpha) t\lambda$$

속도오차에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\widehat{v}_g = \widehat{C}_g^n \widehat{v}_n = C_g^n(I + \delta a_n^\times)(v_n + \delta v_n)$$

## 참고문헌

- [1] D. O. Benson, Jr., "A Comparison of Two Approaches to Pure-Inertial and Doppler-Inertial Error Analysis," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-11, No.4, July 1975.
- [2] K. R. Britting, *Inertial Navigation Analysis*, Wiley, New York, 1971.
- [3] G. R. Pitman, Jr., Ed., *Inertial Guidance*, New York, Wiley, 1962.
- [4] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, 1993.

$$\begin{aligned} &= v_y + C_x^n (\delta v_n + \delta a_n \cdot t_n) \\ \Rightarrow \delta v_y &= C_x^n (\delta v_n + \delta a_n \cdot t_n) \\ \Rightarrow \delta v_x &= (\delta v_x - \delta a v_x) c a - (\delta v_y + \delta a v_y) c a \\ \delta v_n &= (\delta v_x - \delta a v_x) s a + (\delta v_y + \delta a v_y) c a \end{aligned} \quad (6.2)$$

플랫폼경사각( $\theta$ )와 준플랫폼경사각( $\phi$ )과의 관계식은 식(5.6)에 따라 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_x &= C_x^n (\theta_n - \delta a_n) \\ \Rightarrow \phi_e &= \theta_x c a - \theta_y s a = \theta_e \\ \phi_n &= \theta_x s a + \theta_y c a = \theta_n \\ \phi_u &= \theta_e - \delta a \end{aligned} \quad (6.3)$$

## 7. 두 좌표계표현 오차모델사이의 수치비교

기준좌표계방법에 의해 유도된 오차모델에 대한 두 좌표계표현식간의 동일성을 보이기 위해 전산모의실험을 수행한다. 1 시간동안의 비행을 수행하였으며 수평면상의 비행궤적은 그림(2)에 보인다. 순항고도와 속도는 각각 1000 m와 0.7 Mach를 유지하며, 플랫폼은 초기 방향각( $\alpha(0)$ )으로 -45도를 갖고 고정방향각시스템(Constant Azimuth Torquing System :  $\dot{\alpha} = \Omega s \lambda_0 - \omega_n^m$ )을 이룬다. 오차방정식에 들어가는 비행체정보는 6 자유도 비행체모델에 대한 컴퓨터시뮬레이션을 통해 얻었다. 고려된 관성항법장치 오차요인들은 아래와 같으며 이외의 오차요인들은 무시하였다.

$$\begin{aligned} \delta \alpha(0) &= 1 \text{ min} \quad , \quad \theta_z(0) = 4 \text{ min} \\ \Rightarrow \phi_u(0) &= 3 \text{ min} \\ \Delta f_x, \Delta f_y, \Delta f_z &= 100 \text{ } \mu\text{g} \\ \Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z &= 0.1 \text{ deg/hr} \end{aligned}$$

동축위치오차( $\delta p_e$ )와 북축위치오차( $\delta p_n$ )에 대한 궤적은 그림(3)에 보이며, 두 표현식에 의해 구해지는 위치오차값간의 차이는 그림(4)에 보인다. 두 표현식간의 위치오차값의 차이는 동축위치오차의 경우 최대 2.5 m로 최대 위치오차값 2 km의 약 0.13%이며, 북축위치오차의 차이는 약 0.013%를 보인다. 이와같은 차이는 표현식의 형태에 따른 계산상의 차이에서 기인하며 두 표현식사이의 동일성을 보여 주기에 충분히 작은 양이다.

## 8. 결론

관성항법장치의 성능을 평가하기 위한 오차분석과정의 일환으로 기준좌표계방법에 의한 항법좌표계에서의 오차방정식과 지리좌표계에서의 오차방정식을 제시하였다. 두 오차방정식간의 동질성 관계식을 유도하였으며 이를 전산모의시험을 통해 확인하였다. 항법좌표계에서의 오차방정식은 실제 플랫폼이 유지하는 좌표계에서의 식으로 물리적인 의미가 크지만 지리좌표계에서의 항법오차를 얻기 위해서는 별도의 변환과정을 거쳐야 한다. 그러나 지리좌표계에서의 표현식은 지리좌표계 변수들을 직접 사용한다는 점에서 매우 편리하게 이용될 수 있다.

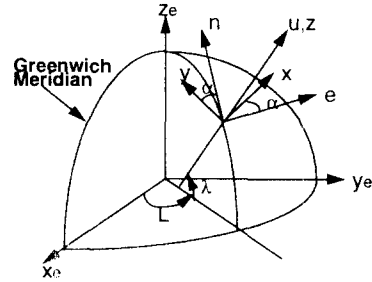


그림 1. 좌표계

Fig. 1. Coordinate Systems

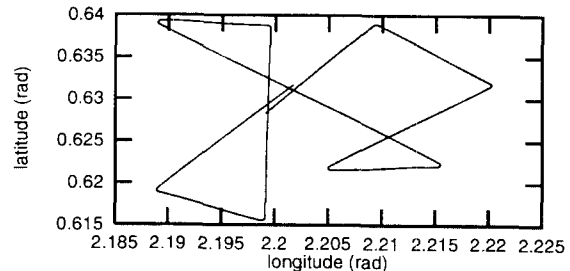


그림 2. 수평면상의 비행궤적

Fig. 2. Vehicle Trajectory in Horizontal Plane

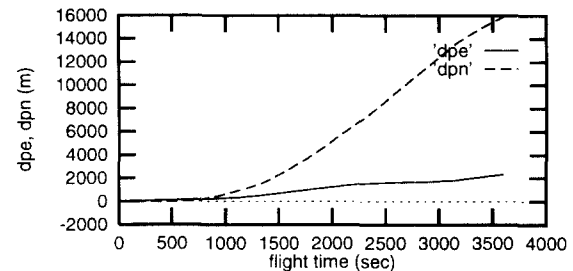


그림 3. 유발된 위치오차의 궤적

Fig. 3. Position Errors in Two Error Models

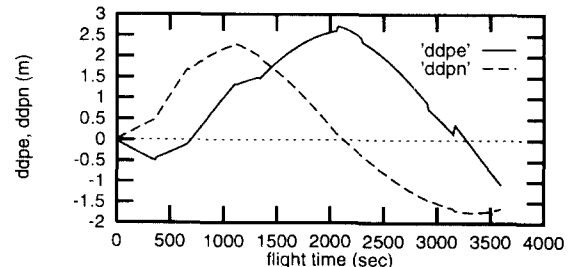


그림 4. 위치오차에 대한 두 표현식간의 차이

Fig. 4. Differences of Position Errors in Two Error Models