

자기부상열차 현가장치의 능동진동제어

Active Vibration Control of the Secondary Suspension for the Magnetic Levitation Vehicle

°강 정 식*, 강 이 석**

* 한국기계연구원 장비개발실 (Tel: 042-868-7615; Fax: 042-868-7611)

** 충남대학교 기계설계공학과 (Tel: 042-821-6647; Fax: 042-822-7366)

Abstracts The vibration of an attractive magnetic levitation(Maglev) vehicle transportation system is caused by the irregularity of the guideway track and the performance of the suspensions of the Maglev system. It is essential for us to give attention to the secondary suspension of the vehicle system as it determines the ride quality. In order to improve the ride quality and running stability, active secondary suspensions have been developed and applied to the vibration problems. This paper analyzes the performance of the active secondary suspension which is applied to an attractive magnetic levitation vehicle system running on a rough track. The dynamics of the suspension system and the optimal control problems are studied. According to the transient and frequency response analyses to the track disturbance, the ride quality of an attractive Maglev vehicle has been improved by applying the designed LQR active controller, and it has been confirmed that this improvement was also influenced by the configuration of the system.

Keywords Maglev, secondary suspension, passive/active control system, LQR control

1. 서론

열차의 진동은 주로 선로의 불균일이나 차체 지지장치의 성능으로부터 결정되어지므로, 진동을 억제하여 승차감을 향상시키기 위해서는 선로의 설치정도를 높이거나 또는 성능이 좋은 현가장치의 설치가 필요하다. 그러나 선로의 정도를 높이기 위해서는 많은 비용이 소요되므로 선로의 불균일로 발생하는 진동을 적극적으로 억제할 수 있는 능동현가장치의 개발이 요구된다[1]-[3].

특히 자기부상열차는 차량을 궤도레일과 접촉하지 않고 부상용 전자석에 의해 차체를 부상시키고, 추진방법도 선형유도전동기(LIM: linear induction motor)의 추진력으로 주행시키는 방법이다. 흡인식 자기부상열차(attractive Maglev)의 경우는, 차체가 선로에 지지되는 힘은 선로와 부상전자석 사이의 흡인력을 능동제어하는 방법에 의해 일정하게 유지되므로 본질적으로 불안정한 계를 형성하고 있다[4],[5].

따라서 자기부상열차 시스템에서 선로의 불균일이나 불안정한 부상상태로부터 승차감 향상을 위해서는 능동적인 2차 현가장치의 설치가 절실한 시스템이다. 본 논문에서는 Fig. 1과 같은 구성도를 가지는 흡인식 자기부상열차에서 2차 현가장치의 진동을 억제하기 위한 LQR 능동제어를 설계하고 전산모사를 수행하여 그 성능을 평가하였다.

2. 제어시스템 설계

2.1 시스템 모델링

흡인형 자기부상열차의 부상계 및 2차 현가장치의 모델링에서 부상계인 1차 현가장치는 흡인형 전자석과 선로 사이에 발

생하는 흡인력을 능동제어하여 얻은 최적의 부상상태를 등가(equivalent)의 스프링 및 댐핑계수로 치환한 형태로 모델링하였으며,

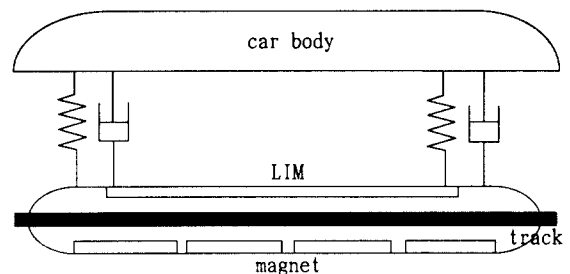


그림 1. 자기부상열차의 개략도.

Fig. 1. Schematic diagram of the Maglev system.

2차 현가장치는 실제 자기부상열차에서 채용중인 수동형 공기스프링의 고유값인 스프링 상수와 댐핑계수를 사용하여 Fig. 2와 같이 2자유도 1차원으로 모델링 하였고 그 제원이 Table 1과 같다.

2.2 현가장치의 동력계 이론해석

시간영역에서 시스템을 해석하기 위하여 Fig. 2와 같이 모델링된 자기부상열차의 부상계 및 2차 현가장치 시스템에 대한 개루프 상태방정식과 출력방정식은 다음과 같다.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t) + W\dot{Z}_0 \quad (1)$$

$$Y(t) = CX(t) \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{x} = [Z_2 - Z_1, \dot{Z}_2, Z_1 - Z_0, \dot{Z}_1]^T$ 로 상태변수행렬 이고, W 는 프랜트잡음 \dot{Z}_0 의 입력행렬이다.

상기와 같이 모델링된 시스템이 불규칙적인 선로나 자기부상 력의 불안정한 상태에서부터 진동이 발생할때 현가장치의 차체에 관련된 운동방정식은 식 (4), 대차에 관련된 식은 식 (6)과 같 다.

$$M_2 \ddot{Z}_2 = -F_s + F_a \quad (3)$$

$$M_2 \ddot{Z}_2 = -K_2(Z_2 - Z_1) - C_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + F_a \quad (4)$$

여기서 $F_s = K_2(Z_2 - Z_1) + C_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1)$ 로 2차 현가장치의 수 동적인 힘이고, $F_a = A_0 P_s$ 로 제 어입력인 액추에이터의 작동 힘이다.

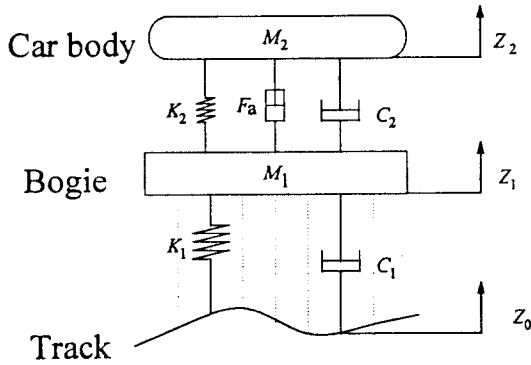


그림 2. 자기부상 지지시스템의 모델링.

Fig. 2. Modeling of the Maglev suspension system.

표 1. 기부상열차의 설계변수.

Table 1. Design parameters of the Maglev model

Name	Symbol	Unit	Value
Car body mass	M_2	kg	10,000
Bogie mass	M_1	kg	5,000
Damping coeff.	C_2	Ns/m	4,100
Spring constant	K_2	N/m	36,000
Equivalent damping coeff.	C_1	Ns/m	1,230,000
Equivalent spring constant	K_1	N/m	8,280,000

$$M_1 \ddot{Z}_1 = F_s - F_b - F_a \quad (5)$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 = K_2(Z_2 - Z_1) + C_2(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) - K_1(Z_1 - Z_0) - C_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_0) - F_a \quad (6)$$

여기서 $F_b = K_1(Z_1 - Z_0) + C_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_0)$ 로 1차 현가장치인 자 기부상력이다. 여기서 상태변수 \mathbf{x} 의 미분항을 상태방정식인 식 (1)에 대입하면 다음의 상태공간방정식의 행렬식이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ W_{41} \end{bmatrix} \dot{Z}_0 \quad (7)$$

$$\mathbf{y} = (0 \quad \frac{d}{dt} \quad 0 \quad 0) \mathbf{x} \quad (8)$$

$$\text{여기서 } A_{21} = \frac{-K_2}{M_2}, A_{22} = \frac{-C_2}{M_2}, A_{24} = \frac{C_2}{M_2}$$

$$A_{41} = \frac{K_2}{M_1}, A_{42} = \frac{C_2}{M_1}, A_{43} = \frac{-K_1}{M_1}$$

$$A_{44} = \frac{-(C_1 + C_2)}{M_1}$$

$$B_{21} = \frac{1}{M_2}, B_{41} = -\frac{1}{M_1}$$

$$W_{41} = \frac{C_1}{M_1} \text{ 이다.}$$

한편 주파수영역에서 시스템의 동특성을 해석하기 위해 전 달함수를 라플라스변환을 이용하여 구할 수 있다. 능동제어시 프랜트의란인 선로의 속도입력성분 (\dot{Z}_0)에 대해 차체가속도 (\ddot{Z}_2) 출력을 구하면 다음식과 같다.

$$\frac{\ddot{Z}_2}{\dot{Z}_0} = \frac{N_{a3}s^3 + N_{a2}s^2 + N_{a1}s + N_{a0}}{D_4s^4 + D_3s^3 + D_2s^2 + D_1s + D_0} \quad (9)$$

$$\text{여기서 } N_{a3} = M_1g_3 + C_1(C_2 - g_4)$$

$$N_{a2} = K_1(C_2 - g_4) + C_1(K_2 + g_1 - g_3)$$

$$N_{a1} = K_1(K_2 + g_1)$$

$$N_{a0} = 0,$$

$$D_4 = M_1M_2$$

$$D_3 = M_1(C_2 + g_2) + M_2(C_1 + C_2 - g_4)$$

$$D_1 = C_1(K_2 + g_1) + K_1(C_2 + g_2)$$

$$D_0 = K_1(K_2 + g_1).$$

2.3 제어기 설계

다변수 시스템의 최적성능을 얻기 위하여는 여러가지 제어방 법이 적용될 수 있지만, 본 연구에서는 최적제어이론에 기반을 둔 LQR 제어이론을 사용하여 제어시스템을 설계했다.

식 (1)과 식 (2)로 표시된 자기부상열차의 시스템 방정식을 최적제어하기 위하여 지정되는 선형 2차평가함수는 상태변수의 제곱을 최소화시키는 가역함수를 사용하였다.

2.3.1 전상태 피드백(FSF) 제어기 설계

전상태 피드백(FSF; full state feedback) 제어기 설계는 전 상태변수가 측정가능하다는 전제아래 각 상태변수가 내포된 형 태로 선형 2차평가함수를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} [q_1(Z_2 - Z_1)^2 + q_2\dot{Z}_2^2 + q_3(Z_1 - Z_0)^2 + q_4\dot{Z}_1^2] + \mathbf{u}^2] dt \quad (10)$$

여기서 $Q = \text{diag}[q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]$ 로 양의 반한정상태가중행렬, $q_{i(i=1-4)}$ 는 상태행렬의 가중치, $R=r$ 는 양의 한정 제어가중 대칭행렬이다.

본 논문에서 시행 착오법에 의해 설계한 선형 2차평가함수의 가중행렬 Q와 R의 가중치는 Table 2의 값과 같다.

표2. LQR 제어기의 가중치.

Table 2. Weighting factors for the LQR controller

가 중 계 수	가 중 치
Q	$\text{diag} \{1 \times 10^4 \ 5 \times 10^4 \ 2 \times 10^3 \ 5 \times 10^2\}$
R	5×10^{-4}

한편 식 10의 평가함수를 최소화하고 시스템 방정식인 식 (1) 과 식 (2)를 만족시키는 최적 제어입력 U는 주어진 시간영역에서 식 (11)로 정의된 아래식이 사용되고, 선로의 외란입력인 \dot{Z}_0 는 제어공학에서 흔히 사용하는 단위강도를 갖는 0-평균 백색잡음으로 간주하였다.

$$U = -GX$$

$$\equiv -(g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + g_4 x_4) \quad (11)$$

여기서 $G=R^{-1}B^TK$ 로 피드백제어 게인행렬이며, $K(t)$ 는 양의 반한정 대칭행렬로 식 (12)로 정의된 다음 Riccati 행렬식의 유일한 해이다.

$$K(t)A + A^TK(t) + Q - K(t)BR^{-1}B^TK(t) = 0 \quad (12)$$

최적제어입력을 이용한 능동제어시 페루프 상태방정식은 식 (11)을 식(1)에 대입하므로써 식 (13)과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{X}(t) = (A - BG)X(t) + W\dot{Z}_0 \quad (13)$$

2.3.2 일부상태 피이드백(PSF) 제어기 설계

자기부상열차의 경우 성능과 관계가 많은 차체와 관련된 속도와 변위차만을 피이드백 변수로 사용하여 제어시스템을 설계하면 간략하고 저렴한 제어장치를 구성할 수가 있다.

자기부상열차에 대해 일부상태 피이드백(PSF; part state feedback) 제어시 최적제어입력 U는 식 (11)에서 피이드백 게인 g_3, g_4 를 0으로 취급하여, 다음과 같이 선형 2차평가함수와 최적제어입력을 간단히 적용할 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} [(q_1(Z_2 - Z_1)^2 + q_2 \dot{Z}_2^2) + rU^2] dt \quad (14)$$

$$U = -GX$$

$$\equiv -(g_1 x_1 + g_2 x_2) \quad (15)$$

3. 전산모사 결과 및 고찰

전산모사는 Table 1로 선정한 스프링상수와 댐핑계수의 기준값들을 사용한 수동시스템과 LQR 능동제어 시스템을 적용했을 때의 과도응답 특성을 비교 했으며, 주파수 응답 특성에서는 수

동시스템에서 스프링 상수와 댐핑계수의 변화가 승차감에 미치는 영향과 LQR 능동제어 시스템에서 전상태 피이드백(FSF)과 일부상태 피이드백(PSF) 제어기의 응답특성을 분석하였다.

3.1 과도응답 특성

Fig. 3에서 볼 수 있는 바와 같이 수동시스템의 과도응답특성에서는 오버슈트량이 크고 정착시간이 길게 나타난 반면, 최적 제어기인 LQR 능동제어를 적용했을 경우는, 수동시스템보다 현저하게 오버슈트량이 줄어들고, 정착시간이 빨라져 능동제어의 효과가 현저하게 나타나고 있음을 알 수 있다.

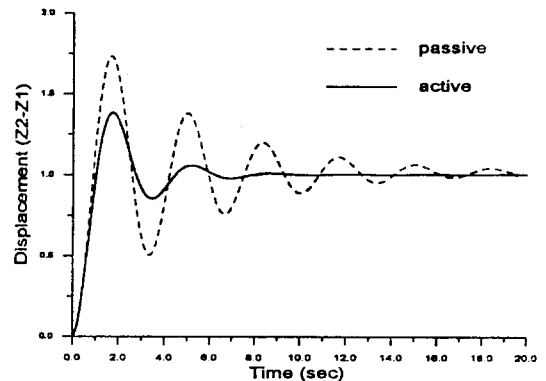


그림 3. 수동시스템과 LQR 능동제어 시스템의 계단응답 비교.
Fig. 3. Comparison of step responses between the passive system and the LQR active control system.

3.2 주파수응답 특성분석

3.2.1 수동시스템 응답특성

주파수 응답특성에서는 선로의 속도외란 성분에 대한 차체의 가속도변화를 보여주고 있는데 Fig. 4에서 알 수 있는 바와 같이 수동시스템에서 2차 스프링계수의 영향은 주로 1차 공진점의 진폭과 주파수에 커다란 영향을 주고 있으며, 스프링계수가 증가할수록 1차 공진주파수의 진폭이 증가하면서 공진점이 고주파 영역으로 이동하여 승차감에 악영향을 주고 있다.

한편 Fig. 5에서 알 수 있는 바와 같이 댐핑계수를 증가시키면 1차 공진주파수의 진폭을 감소시켜 승차감을 향상시키고 있으나 2차 공진점에서는 오히려 진폭이 증가하는 것을 볼 수 있다.

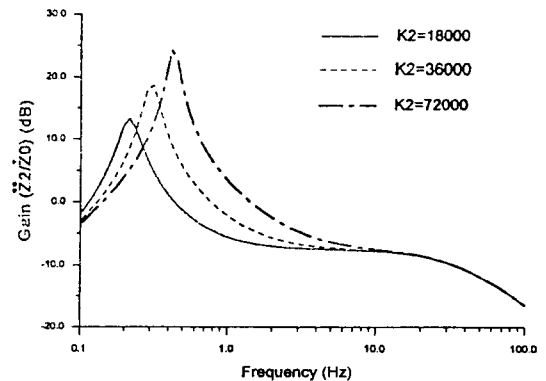


그림 4. 수동시스템의 K2값 변화에 따른 주파수응답.
Fig. 4. Frequency responses for K2 variations in the passive system.

3.2.2 LQR 능동제어 시스템 응답특성

Fig. 6에서 볼 수 있는 바와 같이 LQR 능동제어를 적용하면 수동시스템보다 1차 공진점의 진폭이 약 30% 줄어들어 승차감이 현저하게 향상되고 있음을 알 수 있다. 특히 전상태 피이드백 제어(FSF)를 수행한 결과와 일부상태 피이드백 제어(PSF)를 수행한 주파수응답 특성에서 1차 공진점의 진폭은 거의 유사하게 나타나고, 2차 공진점의 진폭은 PSF 제어가 FSF 보다 오히려 제진효과가 좋음을 알 수 있다.

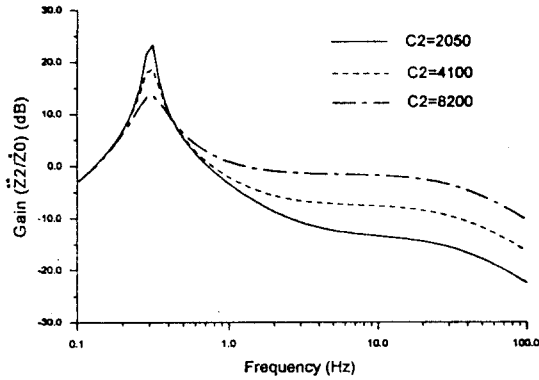


그림 5. 수동시스템의 C_2 값 변화에 따른 주파수 응답.
Fig. 5. Frequency responses for C_2 variations in the passive system.

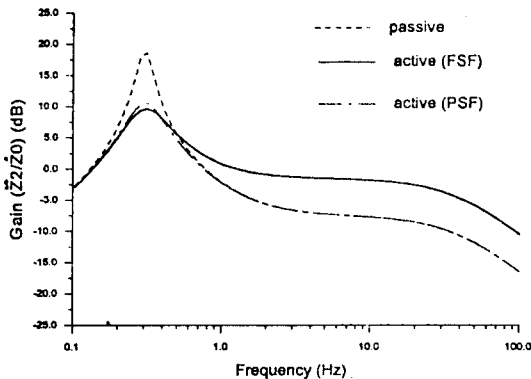


그림 6. 수동시스템과 LQR 능동제어 시스템의 주파수응답 비교.
Fig. 6. Comparison of frequency responses between the passive system and the LQR active control system.

4. 결론

자기부상열차의 2차 현가장치 시스템에 작용하는 진동을 제어하기 위하여 LQR 능동제어를 적용하여 전산모사를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. LQR 능동제어를 수행하면 오버슈트량과 정착시간이 약 30%이상 줄어드는 과도응답특성 얻을 수 있었다.
2. 수동시스템의 주파수 응답특성에서 스프링계수의 증가는 승차감에 악영향을 주고, 댐핑계수의 증가는 승차감면에 좋은 영향을 준다.
3. LQR 능동제어 시스템의 주파수 응답특성에서 승차감과 관

련이 있는 1차 공진점의 진폭은 수동시스템보다 약 30%이상 감소하여 능동제어의 효과가 잘 나타나고 있음을 알 수 있으며, 일부상태 피이드백 제어시스템(PSF)으로 전상태 피이드백 제어 시스템(FSF)과 유사한 좋은 승차감 성능을 얻을 수 있었다.

참고문헌

- [1] G. W. Celniker and J. K. Hedrick, "Rail vehicle active suspensions for lateral ride and stability improvement", *ASME Journal of dynamic systems measurement and control*, vol 104/101, 1982.
- [2] D. Cho and J. K. Hedrick, "Pneumatic actuators for vehicle active suspension applications", *ASME Journal of dynamic systems measurement and control*, vol 107/67, 1985.
- [3] K. Jindai etc., "Active suspension of railway cars", *Journal of JSME*, 85-764, 1985.
- [4] M. Nagai and Y. Sawada, "Optimal control of active suspension for a high speed ground vehicle", *Journal of JSME*, 87-487, 1987.
- [5] M. Nagai and A. Moran and S. Tanaka, "Optimal active suspension to improve the dynamic stability of repulse Maglev systems", *International conference Maglev '89*, 1989.