

# Nonholonomic 제약을 가지는 구륜 이동 로봇의 위치추정과 경로추적

## Position Estimation and Path-tracking for Wheeled Mobile Robots with Nonholonomic Constraints

\*정대경\*, 문종우\*, 김승록\*\*, 박종국\*

\*경희대학교 전자공학과(Tel: 0331-280-2523; Fax: 0331-281-4968; E-mail: CKPark@nms.kyunghee.ar.kr)

\*\*안양전문대학교 전자과(Tel: 0343-41-1084; Fax: 0343-41-1082)

**Abstracts** This paper proposes position estimation and path-tracking of a wheeled-mobile robot(WMR). Odometry and two distance measuring sensors are used to measure distance between guide wall and body and to locate its own position. And extended Kalman filter is introduced to fusion sensors and reduce noise. State feedback controller using the estimated position and path-tracking makes guidance control system. The computer simulation shows that proposed algorithm is well coincide with theoretical approach.

**Keywords** WMR, Position, EKF, Fusion, Guidance, Path-tracking

### 1. 서론

현재 산업현장에서 사용되고 있는 매니플레이터는 작업반경의 제약으로 인한 한계를 초래한다. 이러한 단점을 극복하고 로봇의 작업기능을 향상시키기 위하여 이동기능 또는 주행기능을 보유한 구륜 이동 로봇에 대한 연구는 수학적 모델링, 동작 및 경로설계, 경로추적에 초점을 두고 활발히 이루어지고 있다<sup>[1][2][3]</sup>. 일반적인 로봇의 위치추정의 방법으로 odometry가 이용되지만 장시간 주행시 누적오차가 발생되어 위치추정에 있어서 심각한 영향을 초래한다<sup>[1][2]</sup>. 정확한 위치 추정 및 경로설계를 수행하기 위하여 비전, 초음파, 자이로 등 다양한 센서를 이용하여 이러한 문제를 해결하는 연구가 활발히 진행되고 있다. L. Kleeman은 비이콘(beacon)을 사용하여 최적의 위치추정을 수행하였으며<sup>[3]</sup>, F. Chenavier와 J. L. Crowley는 비전시스템을 사용하였으며<sup>[4]</sup>, B. Barshan과 Durrant-Whyte는 관성항법시스템(Inertial Navigation System)을 사용하여 위치추정의 정밀성을 추구하였다<sup>[5]</sup>.

본 논문에서는 이동로봇이 벽면에 수평한 기준궤적을 신속히 추적하도록 하는 제어 알고리즘을 설계한다. 이동로봇의 위치는 엔코더(encoder)에 기초한 dead-reckoning에 의해 추정되며 로봇의 양면에 설치된 초음파를 이용하여 벽면으로 부터의 거리를 측정한다. 공정잡음(process noise)과 측정잡음(measurement noise)을 감소시키기 위해 확장 칼만 필터(extended Kalman filter, EKF)를 사용한다<sup>[6]</sup>. 일반적으로 실내 구조는 직각 및 직선 구조로 되어 있으므로 실내 주행용 이동로봇에 초음파 센서를 사용하는 것이 효율적이다<sup>[3]</sup>. 또한 모의 실험을 통하여 본 논문의 제어 알고리즘의 유용성을 증명한다.

### 2. 이동로봇

#### 2.1 이동로봇의 구조

본 논문에서 연구되어진 4륜 이동로봇의 좌표할당은 그림 1과 같다. 2개의 전륜은 구동기에 의해 동작되는 구동구륜(driving wheel)이며 2개의 후륜은 이동로봇의 안정을 위한 보조구륜(caster)이다. 두개의 독립적인 구동구륜의 속도 차이에 의하여 이동로봇의 방향전환이 이루어진다. 이동로봇의 좌표계 원점은 기하학적인 로봇의 무게중심에 위치한다. 좌표계의 y-축은 로봇이 진행방향으로 할당되며, 이동평면에 수직방향으로 z-축이 할당된다<sup>[7]</sup>. 센서는 이동로봇의 양면에 설치된다.

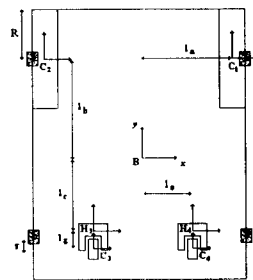


그림 1. 이동로봇의 평면도  
Fig. 1 Plane figure of WMR

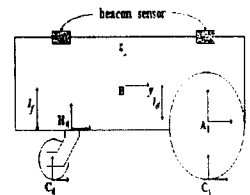


그림 2. 이동로봇의 측면도  
Fig. 2 Side figure of WMR

이동로봇의 위치는  $X = (x, y, \theta)$ 로 표현되어진다. 여기서  $(x, y)$ 는 로봇의 무게중심의 위치이며,  $\theta$ 는 두 구동구륜의 속도 차이에 기인한 이동로봇의 회전각을 의미한다.

## 2.2 기구학 모델링

기구학은 이동로봇의 본체와 구륜 사이의 동작관계를 나타낸다. 모델링의 단순화를 위해 이동로봇은 평지(plane surface)에서 이동하며 접촉점에서 구륜의 변형(deformation)과 미끄러짐(slippage)은 발생하지 않는 것으로 가정한다. 전향 기구학은 엔코더(encoder)에 의해 측정된 구륜속도로부터 이동로봇 본체의 속도를 구한다. 역기구학은 이동로봇이 주어진 기준체계를 추적하기 위한 구륜의 속도를 구한다. 이동로봇의 역기구학 해를 구하면 다음과 같다<sup>[7][11]</sup>.

$$\begin{bmatrix} A_1 \omega_{w_1x} \\ A_2 \omega_{w_2x} \end{bmatrix} = \frac{1}{R(l_b^2 + 1)} \begin{bmatrix} -l_a l_b & -l_b^2 - 1 & -l_a \\ l_a l_b & -l_b^2 - 1 & l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\omega$  는 구륜의 속도이며 R 은 구동구륜의 반지름이다. 전향기구학은 구륜의 속도로 부터 로봇의 속도를 구한다<sup>[11]</sup>. 이동로봇의 전향기구학 해는 다음과 같다<sup>[7][11]</sup>.

$$\begin{bmatrix} \bar{B} v_{Bx} \\ \bar{B} v_{By} \\ \bar{B} \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} -l_b & l_b \\ -l_a & -l_a \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w_1x} \\ A_1 \omega_{w_2x} \end{bmatrix} \quad (2)$$

## 3. 위치추정

일반적으로 이동로봇의 위치는 dead reckoning에 의해 추정된다<sup>[2][3][4]</sup>. 그러나 로봇이 장시간 주행시에는 모델링의 불확실성(uncertainty)과 측정잡음등으로 인하여 누적오차가 발생하며, 이러한 누적오차로 인하여 정확한 경로추적은 불가능하게 된다<sup>[1][2]</sup>. 따라서 위치추정의 정밀도를 향상시키기 위해 EKF를 이용한다.

### 3.1 Dead-reckoning

일반적으로 로봇의 위치 추정은 엔코더에 기초한 dead-reckoning에 의해 이루어진다. Dead-reckoning은 실시간에서 이동로봇의 위치를 결정하기 위하여 각각 샘플링 구간에서 위치의 증분을 전단계의 위치에 더하여 이루어진다. 각 샘플링 구간에서 속도는 일정하다고 가정한다. 시간  $t=(n-1)T$ 에서  $t=nT$ 까지의 샘플링 구간에서 이동로봇의 이동거리와 방향각의 증분은 각각  $\Delta D_k$  와  $\Delta \theta_k$ 이며 다음과 같이 표현한다.<sup>[2][4]</sup>

$$\Delta D_k = \frac{(R\Delta\omega_{1k} + R\Delta\omega_{2k})}{2} T \quad (3)$$

$$\Delta \theta_k = \frac{(R\Delta\omega_{1k} - R\Delta\omega_{2k})}{2 l_b} T \quad (4)$$

현재의 위치는 구륜의 속도 및 속도차를 이용하여 구해지며 기준좌표계에 대한 현재위치는 전단계에서의 샘플링 순간의 위치 증분과  $t=(n-1)T$ 에서의 이동로봇 위치의 합에 의해서 현재 샘플링 순간  $t=nT$ 에서의 이동로봇의 위치를 구한다.

$$x[k+1] = x[k] + \Delta D[k] \cos(\theta[k] + \Delta\theta[k]/2) \quad (5)$$

$$y[k+1] = y[k] + \Delta D[k] \sin(\theta[k] + \Delta\theta[k]/2) \quad (6)$$

$$\theta[k+1] = \theta[k] + \Delta\theta[k] \quad (7)$$

이러한 시스템은 다음과 같이 표현되어진다.

$$X[k+1] = F(X[k]) + \Gamma[k] \quad (8)$$

여기서  $\Gamma$ 는 구륜의 변형과 모델링 불확실성등으로 인한 공정잡음이며 0의 평균값과 Q의 공분산을 갖는다고 가정한다.

### 3.2 초음파 센서에 의한 거리측정

그림 3 과 같이 이동로봇은 벽면을 따라 이동하며 벽면으로부터의 거리는 양면에 설치된 2개의 초음파센서에 의해 측정된다. 이동로봇이 왼쪽벽면을 추적한다 가정하므로 로봇의 왼쪽 측면의 2개의 센서만 이용한다. 따라서 초음파 센서의 출력은  $z = [z_1, z_2]^T$  이며 여기서  $z_1$  과  $z_2$ 는 왼쪽 측면의 각 센서에 대한 출력이다. 이에 따른 출력 방정식은 다음과 같다.

$$z = H(X) + v \quad (9)$$

$$H(X) = \begin{bmatrix} \frac{x-x_r}{\cos\theta} - l_a - l_b \tan\theta \\ \frac{x-x_r}{\cos\theta} - l_a - l_b \tan\theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서  $v$  는 0의 평균값과 R의 공분산을 갖는 출력잡음이다.

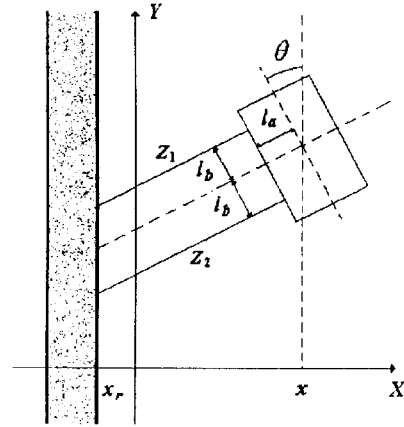


그림 3. 이동로봇의 경로 추적  
Fig. 3. Path tracking of WMRs

### 3.3 Extended Kalman Filter (EKF)

다음과 같은 discrete EKF 의 방정식을 고려한다.<sup>[6][9]</sup>

$$X[k+1] = F(X[k]) + \Gamma[k] \quad (11)$$

$$z[k] = H(X[k]) + v[k] \quad (12)$$

여기서  $\Gamma$  는 공정잡음이며,  $v$  는 출력잡음을 의미한다.

$$\Gamma = N(0, R), \quad v = N(0, Q)$$

추정치 값을 구하기 위하여 전단계의 추정치  $\hat{X}[k/k]$  을 이용한다.

$$\hat{X}[k+1/k] = F(\hat{X}[k/k]) \quad (13)$$

$$P[k+1/k] = A[k]P[k/k]A[k]^T + Q \quad (14)$$

$$K = P[k+1/k]C^T[k] (C[k]P[k+1/k]C^T[k] + R)^{-1} \quad (15)$$

편미분을 사용하여 A 와 C 를 정의한다.

$$A[k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta D[k] \sin(\theta[k] + \Delta\theta[k]/2) \\ 0 & 1 & \Delta D[k] \cos(\theta[k] + \Delta\theta[k]/2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

at  $X = \hat{X}[k/k]$

(16)

$$C[k] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{x \sin \theta - l_a}{\cos^2 \theta} & \frac{1}{\cos \theta} \\ 0 & \frac{x \sin \theta + l_a}{\cos^2 \theta} & \frac{1}{\cos \theta} \end{bmatrix}$$

at  $X = \hat{X}[k+1/k]$

(17)

$K$  는 칼만 이득값을 나타내며 추정되어지는 이동로봇의 위치와 공분산은 다음과 같다.

$$\hat{X}[k+1/k+1] = \hat{X}[k+1/k] + K(z[k] - H(\hat{X}[k+1/k]))$$

(18)

$$P[k+1/k+1] = (I - KC[k]) P[k+1/k]$$

(19)

#### 4. 제어기 설계

이동로봇이 설정되어진 목적궤적을 이탈없이 경로 오차를 최소화하여 기준궤적을 신속히 추적하는 것이 제어기의 목적이다. 제어시스템의 블록선도는 다음과 같다.

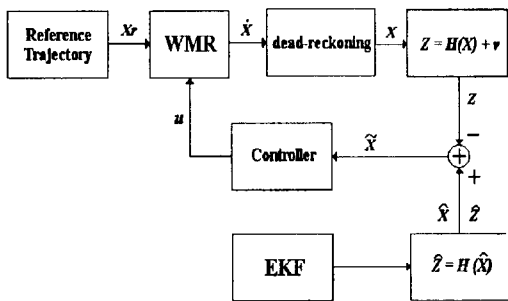


그림 4. 제어기의 블록선도  
Fig. 4. Block diagram of controller

현재 위치추정을 위한 알고리즘으로 odometry와 초음파 센서가 사용되어지며 기준궤적과 위치추정 오차로부터 입력신호  $u$ 는 다음과 같이 표현된다<sup>[10][11]</sup>.

$$\dot{\tilde{X}} = \dot{\hat{X}} - \dot{X},$$

(20)

$$u = -M\tilde{X}$$

(21)

여기서  $M$ 은 상수 이득행렬값이다<sup>[10][11]</sup>.

#### 5. 모의실험 및 고찰

모델링의 유효성과 알고리즘의 효율성을 증명하기 위하여 모의 실험을 수행한다. 이동로봇은 초기에 ( 2.5, 0, 90° )에 있다고 가정하고 이동로봇이 추적해야 할 목적궤적은 벽면에 평행

하며 종점은 ( 1, 10, 90° )이다. 모의 실험에 이용된 구륜 이동로봇의 제원과 사용된 매개변수는 표1에 나타내었다.

표 1. 구륜 이동로봇의 제원 및 매개변수  
Table 1. Standard and parameters of WMRs

기호	수치값	단위	내용
$l_a$	0.2667	m	본체 폭/2
$l_b$	0.2667	m	본체 길이/2
$l_c$	0.2667	m	보조구륜의 y-변위
$l_d$	0.1524	m	구동구륜의 z-변위
$l_e$	0.2667	m	보조구륜의 x-변위
$l_f$	0.1524	m	보조구륜의 z-변위
$R$	0.05	m	구동구륜의 반경
$r$	0.025	m	보조구륜의 반경

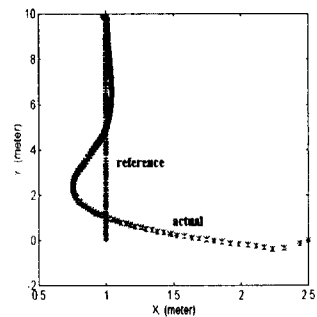


그림 5. 경로 추적  
Fig. 5 Path-tracking

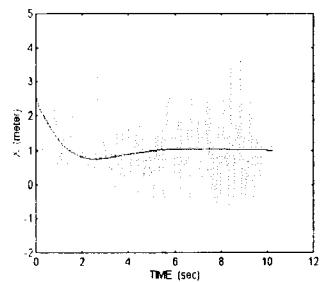


그림 6. x의 추정치  
Fig. 6. Estimation value of x

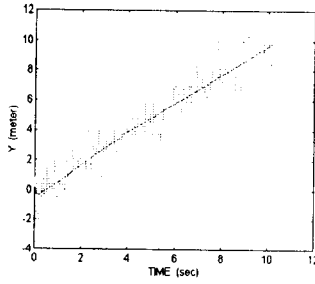


그림 7. y의 추정치

Fig. 7. Estimation value of y

그림 5. 에서 이동로봇이 급격한 추적의 변화 없이 목적궤적을 추적하고 있음을 보여주고 있다. 그림 6, 7로 부터 y의 추정치는 1로, x의 추정치는 10으로 수렴하며 이러한 점은 이동로봇이 구륜의 미끄러짐이 없음을 나타낸다. 따라서 x, y의 추정치는 이동로봇 동작시 정교함의 향상을 보여주고 있다.

## 6. 결론

본 논문에서는 4륜 2자유도 구륜 이동로봇의 모델링과 위치추정에 대해 다루었다. 위치추정으로는 엔코더(encoder)를 이용한 odometry와 초음파 센서를 이용하여 추정의 정밀도를 높이므로써 이동로봇이 긴 시간의 경로를 추적할 때 발생하는 오차를 보상할 수 있다. 센서의 융합(fusion)으로 EKF를 사용하여 모델링의 불확실성에 기인한 누적오차를 감소하기 위한 제어를 설계하였다. 모의실험을 통하여 본 논문에서 제시된 모델링의 정교성과 제어 알고리즘의 효율성을 입증하였다.

## 참고문헌

- [1] T. Nishizawa, A. Ohya, S. Yuta, "An Implementation of On-board Position Estimation for a Mobile Robot," *IEEE Inter. Conf. on Robotics and Auto.*, pp. 395-400, 1995.
- [2] J. Borenstein, L. Feng, "Correction of Systematic Odometry Errors in Mobile Robots," *IEEE Inter. Conf. on Intell. Robots and Sys.*, pp. 569-574, 1995.
- [3] L. Kleeman, "Optimal Estimation of Position and Heading for Mobile Robots Using Ultrasonic Beacons and Dead-reckoning," *IEEE Inter. Conf. on Robotics and Auto.*, pp. 2582-2587, 1992.
- [4] F. Chenavier, J. L. Crowley, "Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry," *IEEE Inter. Conf. Robotics and Auto.*, pp. 2588-2593, 1992.
- [5] B. Barshan, H. F. Durrant-Whyte, "Inertial Navigation Systems for Mobile Robots," *IEEE Trans. on Robotics*

and Auto., vol. 11, pp. 328-342, 1995.

- [6] E. A. Misawa, J. K. Hedrick, "Nonlinear Observers-A State-of-the-Art Survey," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, vol. 111, pp. 344-352, 1989.
- [7] G. Campion, G. Bastin, B. D'Andrea-Novell, "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots," *IEEE Trans. on Robotics and Auto.*, vol. 12, pp. 47-62, 1996.
- [8] I. Kolmanovsky, N. H. McClamroch, "Developments in Nonholonomic Control Problems," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 15, pp. 20-36, 1995.
- [9] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, *Kalman Filtering Theory and Practice*, Prentice-Hall, 1993.
- [10] William L. Brogan, *Modern Control Theory*, Prentice-Hall, 1991.
- [11] 문중우, 박종국, "제한된 구동 토크를 갖는 4륜 2자유도 구륜 이동로봇의 모델링과 경로추적," *전자공학회 논문지*, 제33권 pp. 631-640, 1996.