

## $H_{\infty}$ 2 자유도 제어를 이용한 CNC 시스템의 가공 정밀도 향상에 관한 연구

### A study on the improvement of cutting precision of CNC system using $H_{\infty}$ 2-degree-of-freedom controller

최성규\*, 최병욱\*\*, 현용탁\*, 강성귀\*, 권옥현\*

\*서울대학교 제어계측신기술연구센터(Tel: 873-9690; Fax: 888-4182; E-mail: csg@asri.snu.ac.kr)

\*\*생산기술연구원(Tel: 8509-159; Fax: 8509-244; E-mail: bwchoi@intech.kaitech.re.kr)

**Abstracts** The accuracy of the servo control in CNC system has a great influence on the quality of machine product. Tracking performance of the servo control is deteriorated mainly by the time delay of the servo system and the inertia of the work table or bed. Contouring errors occur in every interpolation steps by the effect of the tracking performance. In this paper,  $H_{\infty}$  two-degree-of-freedom(TDF) controller is designed for improvement to improve the tracking performance. The designed controller is applied 3-axis machining center model and the cutting accuracy is simulated in case of corner cutting, circular and involute interpolation. Simulation results show that  $H_{\infty}$  TDF controller designed in this paper has a good effect to improve tracking performance in CNC system.

**Keywords** CNC 시스템,  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기, 보간, 서보시스템

#### 1. 서론

컴퓨터 수치 제어(Computer Numerical Control, CNC) 공작기계는 다양한 공작 도구를 이용하여 여러 형태의 가공을 자동으로 수행할 수 있는 복합 공작기계이다. 이 CNC 공작기계는 전기적인 에너지를 기계적인 회전 에너지로 변환하고 회전량을 제어하는 모터 및 서보시스템 부분과 이 회전 에너지를 변환하여 물체의 이동 및 절삭 등을 할 수 있는 기계시스템 부분으로 나뉜다. 모터 및 서보시스템의 회전량은 직접 기계의 이동량에 영향을 미치므로 서보시스템의 정밀 제어기 설계는 필수적인 요소이다. CNC 시스템에서 서보제어를 설계하는데 중요한 평가요소는 추종오차와 윤곽오차이다. 추종오차는 기준 입력궤적과 출력궤적사이의 오차를 나타내며 윤곽오차는 기준입력궤적과 출력궤적사이의 공간적인 거리오차를 의미한다. 이 중에서 윤곽오차는 CNC 시스템의 가공정밀도를 직접 말해주며 따라서 중요한 요소이다. CNC의 서보 모터 제어기의 설계 방식으로는 일반적으로 비례 제어(P control)이나 비례-적분제어(PI control) 방법을 많이 사용한다. 하지만 가공 기술에서는 더욱더 가공 오차를 줄일 수 있는 시스템을 요구하고 있으며 이러한 요구는 기계 시스템에서는 열변형이나 피치 오차 등의 보정으로 서보 시스템에서는 정밀한 위치제어를 할 수 있는 제어기를 설계하는 방향으로 관심을 갖게 만들었다.

본 논문에서는 서보 시스템의 위치 제어기에 안정도-강인성에서 우수한 특성을 지니며 기준 모델에 잘 추종하는  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기[1]를 설계하여 이 제어기로 설계한 서보 시스템이 비례-적분 제어기를 단 시스템보다 직선이나 원호, 인볼루트 등의 가공에서 윤곽오차가 줄어들음을 보인다. 그리고 가공시 필연적인 모의 부하를 투입하여 여기에서 설계한 시스템의 윤곽오차가 부하 토크가 없을때와 거의 유사함을 보인다.

#### 2. CNC 서보시스템 모델

본 논문에서 사용한 모의실험 모델의 속도루프제어기는 YASAKAWA사의 CACR-SR10BB 서보팩을, 모터로는 YASAKAWA USAMED-09MA2를, XY 이송 테이블은 통일중공업 TNV-40 수직형 머시닝 센터에 부착된 것을 사용하였다[2]. 위치제어기를 부착하지 않고 속도 루프에 비례제어기를 사용한다면, 머시닝센터의 한 축에 해당하는 전형적인 서보시스템은 그림 1과 같이 간략하게 나타낼 수 있다. 그림 1에서 페루프는 속도 되먹임 루프를 나타내며  $R(s)$ ,  $C(s)$ ,  $T_L$ 은 각각 시스템의 입력, 출력 그리고 부하토크를 나타낸다. 모의실험에 사용된 수직형 머시닝센터로 부터 얻어진 매개변수들을 표1에 나타낸다.

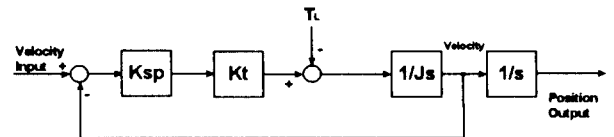


그림 1. CNC 서보시스템의 블록다이어그램

표 1. 시스템의 매개변수

매개변수	의미	값
$K_{sp}$	속도루프 비례이득	1.3
$K_t$	토크상수	1.2054(Nm/A)
$J_x$	X-축모터 및 이송테이블의 관성질량	2.29*0.00376(kgm <sup>2</sup> )
$J_y$	Y-축모터 및 이송테이블의 관성질량	3.04*0.00376(kgm <sup>2</sup> )

그림 1에서 입출력사이의 페루프 전달함수를 구해보면

$$G(s) = \frac{K_y K_t - T_L}{Js^2 + (K_y K_t - T_L)s}$$

이때 무부하 상태를 가정하여  $T_L = 0$  으로 하여 제어를 설계한다. 이러한 2차 서보시스템 모델을 X, Y 양축에 사용하여 전체시스템을 구성한다.

### 3. 보간식 및 가공 오차

보간이란 수학적으로 정의된 곡선을 디지털 기법으로 고정된 축을 따라 단위계단으로 바꾸는 과정을 의미한다. CNC 시스템에서 보간을 하는것은 필연적으로 계단화에 의한 오차와 모터나 기계의 관성에 의한 추종오차나 윤곽오차를 필연적으로 수반하게 된다. 따라서 오차의 발생을 최소화하려면 서보시스템의 정밀제어가 필요하다. 몇가지 보간의 종류와 이에따른 오차들은 다음과 같다.

#### 3.1 직선보간

직선보간이란 공구물을 선형절삭할때 사용한다. 양의 X축 방향과  $\theta$ 의 각을 이루는 다음과 같은 기준 직선을 생각해 보자. 이때의 직선의 방정식은

$$y(t) = \tan \theta \cdot x(t)$$

이며, 이송속도를  $F$ 라고 할 때 각 축의 시스템 입력은

$$x_i(t) = F(\cos \theta)t = F_x t$$

$$y_i(t) = F(\sin \theta)t = F_y t$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

이다(이때의 윤곽오차는 [2]를 참고할 것).

#### 3.2 원호보간

원호보간이란 공구를 현재 위치에서 지정한 위치까지 원호모양으로 절삭이송시키는 보간 방법으로 각축의 입력은 정현파이다. 원호보간에는 반경감소나 확대 오차와 테이블의 관성질량이 다름으로 해서 생기는 타원화 오차가 있다. 다음은 원호보간시의 입력지령과 오차에 대해 나타낸다.

입력지령 반경을  $R$ , 각속도를  $\omega$  라 하면 X축의 입력과 초기 조건은

$$x_i(t) = R \cos(\omega t), \quad y_i(t) = R \sin(\omega t)$$

$$x_i(0) = R, \quad \dot{x}_i(0) = 0, \quad y_i(0) = 0, \quad \dot{y}_i(0) = R\omega$$

와 같다. 이와 같은 각 축의 입력에 대해 정상상태출력을 각각

$$x(t) = R_x \cos(\omega t - \psi_x), \quad y(t) = R_y \sin(\omega t - \psi_y)$$

과 같이 정의하여 정리하면 궤적은

$$R_x^2 x^2 + R_y^2 y^2 - 2R_x R_y \sin(\psi_x - \psi_y) xy = R_x^2 R_y^2 \cos^2(\psi_x - \psi_y)$$

와 같은 타원의 방정식이 된다. 이와같은 타원의 방정식을 일반적인 타원의 방정식으로 정리하면

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{여기서 } a, b = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + 2R_x R_y \cos(\psi_x - \psi_y)} \right. \\ \left. \pm \sqrt{R_x^2 + R_y^2 - 2R_x R_y \cos(\psi_x - \psi_y)} \right\}$$

가 된다. 일반적으로 X, Y축의 시정수가 다르면 이와 같은 타원가공형상을 볼 수 있다. 서보시스템을 일차의 전달함수로 모델링하면 반경감소량은  $\Delta R \approx \frac{F^2 T^2}{2R}$  식으로 나타난다[2]. 여기서  $F = R\omega$ 는 이송속도,  $T$ 는 시정수이다. 시스템을 일차의 전달함수로 모델링하였을때는 반경이 증가할 수도 있음을 식으로 확인할 수 있다[2].

#### 3.3 인블루트보간

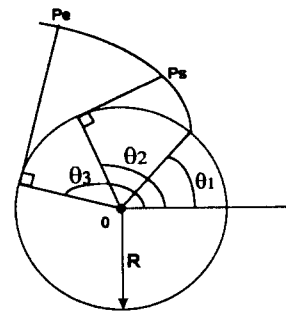


그림 2 인블루트보간

인블루트보간은 기어를 비롯하여 스크를 압축기, 원심 펌프의 안내 깃 등 기계부품의 형상곡선에 많이 사용되고 있다.

다음은 인블루트보간시의 입력지령 대해 나타낸다. 그림 2와 같이  $P_1$ 에서  $P_2$ 점까지의 인블루트 보간은 원호 반경을  $R$  이라하고 각각의  $\theta$ 들을 그림과 같이 정의하면 입력식은

$$X = R(\cos(\theta + \theta_1) + \theta \sin(\theta + \theta_1)) + X_0$$

$$Y = R(\sin(\theta + \theta_1) - \theta \cos(\theta + \theta_1)) + Y_0$$

이다. 여기서  $X_0, Y_0$ 는 X축, Y축 각각의 초기 좌표이다. 이때의 시간에 따른 이송거리 조건은

$$\theta = \sqrt{\frac{2\pi}{R}} t$$

이다.

이와같은 인블루트보간은 직선과 원호의 결합형태로서 모의실험을 해보면 원호에서 시정수에 따른 반경감소등의 오차가 나타난다. 하지만 수식이 복잡하여 아직 반경 감소량이 정확히 규명되지 않았다.

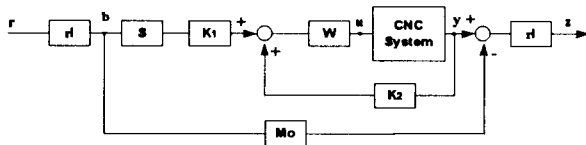
## 4. 서보시스템에 $H_\infty$ 2 자유도 제어기 설계

### 4.1 서보시스템의 제어를 위한 $H_\infty$ 2 자유도 제어기 설정

$H_{\infty}$  2 자유도 제어를 서보시스템에 적용한 가장 주된 이유는  $H_{\infty}$  2 자유도 제어는 앞먹임제어기(feedforward controller)와 되먹임제어기(feedback controller)가 함께 설계된다는 것이다. 서보시스템에서는 모터나 이송테이블의 관성때문에 발생한 지연 오차를 주로 앞먹임제어기를 사용하여 해결한다.  $H_{\infty}$  2 자유도 제어에서 되먹임제어기는 시스템의 안정도를 높여주고 앞먹임제어기는 시스템 성능향상에 기여한다. 이밖에  $H_{\infty}$  2 자유도 제어를 선정한 이유는 다음과 같다.

- ① 설계한 제어기는 부하토크 등의 외란에 강인해야 한다. 왜냐하면 CNC 시스템은 여러 종류의 소재가 다른 공작물을 가공함으로써 각각의 부하토크가 다르기 때문이다.
- ② 이 기법은 모델 추종(reference following) 기법을 이용함으로써 시스템의 추종 성능을 향상시킨다.
- ③ 이 기법은 표준  $H_{\infty}$  제어기 보다 간단한 연산을 필요로 한다. 왜냐하면 정규화된 소인수 분해(normalized coprime factorization)기법[3]을 사용하기 때문이다.

#### 4.2 $H_{\infty}$ 2 자유도 제어기 설계



$K_1, K_2$  :  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기

$W$  : 보상기(Pre-Compensator)

$M_o$  : 기준 모델(Model Reference)

$S$  : 재 스케일링 행렬(Rescaling Matrix)

$u$  : 제어입력,  $y$  : 출력,  $r$  : 입력

그림 3. CNC서보시스템에 대한  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기

CNC 서보의 위치제어시스템은 명령추종 및 모델을 간략화한데 따른 모델링 오차 그리고 부하토크등의 외란에 대한 견실성을 갖추어야 한다. 4.1절에서 설명하였듯이 위와 같은 설계 목적을 이루기 위해 가중함수를 이용해서 루우프형성을 하고 정규화된 소인수분해에 의한 모델 섭동을 고려한  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기법을 설정하였다. CNC 서보시스템에 적용한 전체적인  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기는 그림 3과 같다. 이러한  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기 설계 과정은 다음과 같다[1].

단계 1 : 폐루프 시스템에 대해 간단한 단위계단응답모형을 선택한다. 이상적인 모델의 응답속도는 낮은 강인-안정도 특성을 피하고 제어 에너지가 과도하게 소비되지 않도록 설계되어야 한다. 본 연구에서 사용된 CNC서보시스템에 설정한 지연요소는 일차의 지연요소이다. 왜냐하면 CNC시스템의 위치 제어는 오버슈트가 0이어야 하기

때문이다. 우리는 지연 계수를 500으로 설정하였는데 이는 가능한 한 빠른 응답과 오버슈트가 0임을 맞추기 위해 여러 번의 시도 끝에 얻은 계수이다. 그래서 기준 모델 행렬은

$$M_0 = \frac{500}{s+500}$$

이다.

단계 2 : 개루프 시스템에 대해 루프 형성값을 설정하여야 한다. 이는 전통적인 루프 형성 절차에 기초하여 페루프 성능사양을 만족하도록 이루어진다[4]. 우리가 설정한 루프형성값은

$$W = 10^6 \left( \frac{1}{s+10^{-3}} \right)$$

이고 이는 시영역에서의 빠른 응답과 부하토크 변동에 의한 외란등의 영향을 최소화하도록 여러번의 시도로 얻어진 값이다.

단계 3 : 표준화된  $H_{\infty}$  모델로 구조를 변경하고, Glover-Doyle 알고리즘에 의하여  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기를 구성한다[1].

### 5. 모의실험

TNV-40 수직형 머시닝센터와 결합된 서보시스템 모델에 위치제어기를 설계하여 여러가지 가공 모의실험을 진행하였다.

먼저 그림 4는 머시닝 센터 서보 시스템 한축(X축)에 PI제어기와  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기를 설계하여 단위계단 응답을 보인것이다.  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기가 단위계단응답에서 빠른 추종성능을 보임을 알수 있다.

그림 5는 시스템에 부하토크에 의한 외란을 투입하고 단위계단응답성능을 확인하였다. PI제어기는 오버슈트등의 성능 저하가 뚜렷하고  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기는 외란에도 견실함을 알 수 있다.

그림 6은 보간속도 5mm/sec로 (0, 0)위치에서 (35.3553, 35.3553)로 직선이송시킨후 다시 (70.7107, 0)으로 직선이송시켜 모서리에서의 윤곽오차를 나타낸것이다. 그림 6에 나타낸 것은 전체의 보간중 모서리 부분만을 확대하여 나타낸 그림이다. 그림의 점선이 입력이고 실선들이 각각  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기와 PI제어기를 단 후의 출력들이다. 그림 7은 반경 10mm의 원을 선속도 50 mm/sec로 이송시킨 결과를 나타낸다. PI제어기를 사용한 시스템은 원호의 반경 감소나 타원화 현상이 확인함을 알 수 있고  $H_{\infty}$  2 자유도 제어기는 앞먹임 제어기에 의해 오차 보정이 이루어져 윤곽오차가 매우 줄어들었음을 알 수 있다. 그림 8은 이 시스템의 인블루트 보간한 결과의 일부를 확대하여 보여주고 있다. 모의실험 조건

은 보간속도는 50mm/sec, R=50mm이다.

## 6. 결론

본 논문에서는 서보 시스템에  $H_\infty$  2 자유도 위치제어기를 설계하였다. 설계한 2 자유도 제어기를 몇 가지 CNC가공에서 성능실험을 하였다. 모의실험한 가공은 일반적으로 오차가 많이 나서 성능 평가의 기준으로 삼고 있는 모서리가공오차를 확인할 수 있는 직선보간, 반경감소나 원호 찌그림 오차를 수반하는 원호보간이나 인블루트 가공이다.  $H_\infty$  2 자유도 제어기는 앞먹임제어기와 뒤먹임제어기로 구성되어 있으며 시스템 안정도-강인성-추종성능을 만족 시키기 위한 제어기이며 이 제어기를 단 CNC시스템이 기존의 제어기보다 가공오차를 줄이는데 좋은 성능을 지니고 있음을 확인하였다.

향후 모의실험이 아닌 실제 TNV-40 머시닝센터와 결합된 서보시스템에 위치 제어기를 구성하여 성능시험을 하여야 한다.

## 참고문헌

- [1] D. J. Hoyle, R. A. Hyde, and D. J. N. Limebeer, "An  $H_\infty$  Approach to Two Degree of Freedom Design", *Proc. IEEE CDC*, pp.1581-1585, 1991.
- [2] I. J. Na, C. H. Choi and T. J. Jang, "Contour Error Analysis and Gain Tuning for CNC Machining Center", *Int. Workshop on AMC*, Vol. 1 pp.197-202, 1996
- [3] K. Glover and D. McFarlane, "Robust Stabilization of Normalized Coprime Factor Plant Descriptions with Bounded Uncertainty", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp.821-830, 1989.
- [4] D. McFarlane and K. Glover, "A Loop Shaping Design Procedure Using Synthesis", *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 37, No. 6, pp.759-769, 1992.

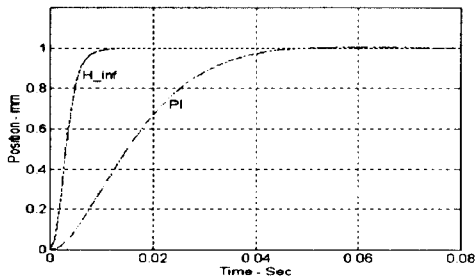


그림 4.  $H_\infty$  2 자유도 제어기와 PI 제어기를 단 시스템의 단위 계단 응답

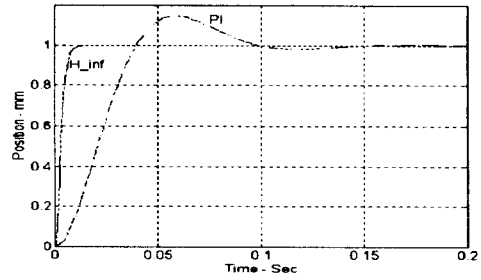


그림 5. 부하토크 입력시  $H_\infty$  2 자유도 제어기와 PI 제어기를 단 시스템의 단위 계단 응답

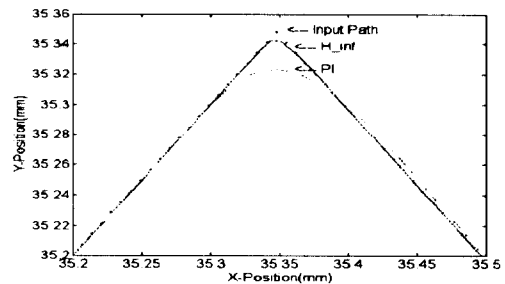


그림 6. 모서리 가공시 가공오차

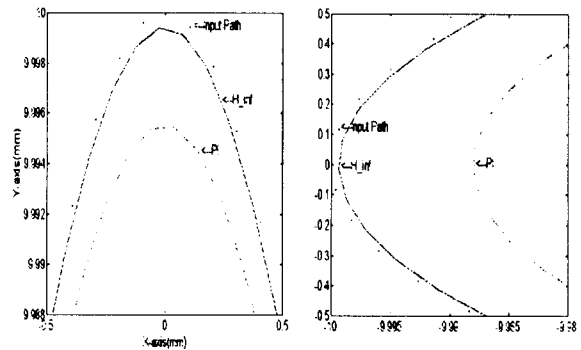


그림 7. 원호가공시 가공오차

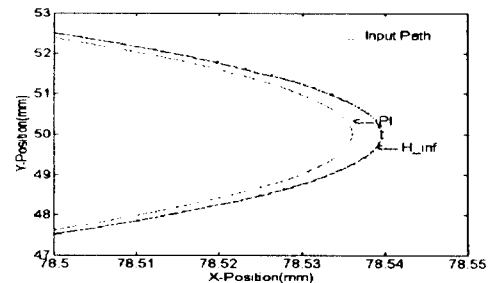


그림 8. 인블루트 가공시 가공오차