

인공위성의 자세결정에 관한 연구

A Study on Spacecraft Attitude Determination

°심 규 성*, 송 용 규**

*한국항공대학교 대학원 항공공학과

**한국항공대학교 항공기계공학과(Tel; 02-300-0115; Fax; 02-3158-2191; E-mail; yksong@hanul.hangkong.ac.kr)

Abstracts In this work, attitude determination with Inertial Reference Unit as attitude sensor is considered. Usually, the attitude error from IRU increases because of gyro rate bias and noise. Therefore, other attitude sensors(sun sensor, horizon sensor, star tracker) are needed to compensate for error from IRU. In this paper, we use the extended Kalman filter for attitude estimation of spacecraft with IRU and star tracker.

Keywords Attitude Dermination, Spacecraft, Extended Kalman Filter

1. 서론

인공위성의 자세제어를 위해서는 현재 상태에 대한 자세 정보가 필요하다. 인공위성이 발사되어 궤도에 진입하게 되면 위성의 현재 자세를 시각적으로 확인할 수 없게 된다. 이 때 지상에서는 위성의 상태를 위성에 탑재되어 있는 센서를 이용하여 알 수 있다. 그러나, 인공위성의 모든 자세를 한정된 갯수의 센서로부터 구한다는 것은 불가능 하므로 측정되는 일부의 신호로부터 원하는 다른 정보를 추정하는 기법을 고려해 볼 수 있다.

인공위성의 자세결정 시스템으로는 보통 관성 항법 장치(Inertial Reference Unit)가 사용 된다. 관성 항법 장치의 자이로는 자세 변화율의 직접적인 측정값을 제공한다. 그러나, 자이로의 표류와 잡음으로 인하여 자세 추정오차는 시간에 따라 점차로 증가하게 된다. 또한, 별추적기나 태양센서와 같은 자세 센서들로 부터의 관측값 또한 잡음에 의해 부정확한 값을 갖게 된다.

이와같이 잡음을 포함한 불확실한 모델과 부정확한 관측치로부터 실제 상황에 보다 근접한 정보를 얻기위해서 흔히 최적 추정 이론에 의한 칼만 필터가 사용된다.

본 연구에서는 자이로와 두개의 별추적기를 탑재하고 확장 칼만 필터 알고리즘을 적용한 자세결정 시스템을 연구하였다.

2. 인공위성 자세의 표현

인공위성의 자세를 표현하는 파라메타로는 보통 자세행렬(Direction Cosine Matrix), 오일러 축/각 과 쿼터니언(Quaternion)이 사용된다.[1]

2.1 자세행렬(Direction Cosine Matrix)

자세행렬 A 는 다음과 같은 3×3 행렬로 정의된다.

$$A \equiv \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\hat{u} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3], \hat{v} = [v_1 \quad v_2 \quad v_3], \hat{w} = [w_1 \quad w_2 \quad w_3] \text{ 은}$$

인공위성에 고정된 좌표계로 사용되는 단위벡터로 그 각각의 성분은 기준좌표계에 대한 방향 코사인이다.

기준 좌표계에 대한 성분으로 나타나는 벡터 a 는 자세행렬에 의해 변환하면 다음과 같다.

$$Aa = b \quad (2)$$

b 는 인공위성의 고정 좌표계에서의 성분을 갖는 벡터가 된다. 이 변환은 후에 모델의 관측 방정식에 이용된다.

2.2 오일러 축/각

하나의 고정점을 가지는 강체의 변위는 한 축에 대한 회전으로 나타낼 수 있다. 이 때 회전축을 단위벡터로 기준좌표계의 성분으로 표시하여 오일러 축이라하며 \hat{e} 로 나타낸다. 또,

그 때의 회전각을 오일러 각이라하며 Φ 로 표시한다.

2.3 쿼터니언(quaternion)

네개의 성분을 갖는 쿼터니언 q 는 위에서 정의한 오일러 축 $\hat{e} = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ 와 오일러 각 Φ 를 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$q_1 \equiv e_1 \sin \frac{\Phi}{2} \quad (3)$$

$$q_2 \equiv e_2 \sin \frac{\Phi}{2} \quad (4)$$

$$q_3 \equiv e_3 \sin \frac{\Phi}{2} \quad (5)$$

$$q_4 \equiv \cos \frac{\Phi}{2} \quad (6)$$

이 쿼터니언은 실제 인공위성의 자세추정시 사용되는 파라 메타이다.

3. 확장 칼만 필터(Extended Kalman Filter)

상태방정식이 다음과 같은 비선형 방정식으로 주어진 경우 를 생각해보자.

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t), t) + g(x(t), t)w(t) \quad (7)$$

여기서 $x(t)$ 는 상태벡터이고, $w(t)$ 는 다음과 같은 성질을 갖는 가우시안 백색 잡음이다.

$$E[w(t)] = 0 \quad (8)$$

$$E[w(t)w^T(t')] = Q(t)\delta(t-t') \quad (9)$$

3.1 Prediction

상태벡터의 기대치는 다음과 같은 미분방정식을 만족한다.

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = E[x(t)] \equiv \hat{f}(x(t), t) \quad (10)$$

식(10)은 근사적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = f(\hat{x}(t), t) \quad (11)$$

식(11)을 적분하여 다음과 같은 해를 갖는다고 하자.

$$\hat{x}(t) = \phi(t, \hat{x}(t_0), t_0) \quad (12)$$

상태 오차 벡터와 공분산 행렬은 다음과 같이 정의 된다.

$$\Delta x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (13)$$

$$P(t) = E[\Delta x(t)\Delta x^T(t)] \quad (14)$$

2 차 이상의 고차항을 무시한 상태 오차 벡터는 다음의 미분방

정식을 만족한다.

$$\frac{d}{dt}\Delta x(t) = F(t)\Delta x(t) + G(t)w(t) \quad (15)$$

여기서

$$F(t) \equiv \left. \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)} \quad (16)$$

$$G(t) \equiv g(\hat{x}(t), t) \quad (17)$$

식(15)를 적분하면 다음과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$\Delta x(t) = \Phi(t, t_0)\Delta x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, t_0)G(t')w(t')dt' \quad (18)$$

여기서 $\Phi(t, t_0)$ 는 상태 천이 행렬이다.

예측되는 공분산 행렬은 다음의 리카티 방정식을 만족한다.

$$\frac{d}{dt}P(t) = F(t)P(t) + P(t)F(t) + G(t)Q(t)G^T(t) \quad (19)$$

3.2 Filtering

시간 t_k 에서 관측 방정식은 다음과 같다.

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (20)$$

여기서 v_k 는 관측 잡음으로 다음과 같은 성질을 갖는 이산화 된 가우시안 백색 잡음이다.

$$E[v_k] = 0 \quad (21)$$

$$E[v_k v_k^T] = R_k \delta_{kk} \quad (22)$$

이 때 x_k 의 최적의 추정값 \hat{x}_k 은

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k \{z_k - h(\hat{x}_k(-))\} \quad (23)$$

여기서 칼만 게인 행렬은 다음과 같이 계산 된다.

$$K_k = P_k(-)H_k^T [H_k P_k(-)H_k^T + R_k]^{-1} \quad (24)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k(-)} \quad (25)$$

$$P_k(+) = (I - K_k H_k)P_k(-) \quad (26)$$

$$= (I - K_k H_k)P_k(-)(I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (27)$$

4. 인공위성 자세 운동방정식

인공위성 자세 운동방정식은 다음과 같이 쿼터니언의미분방 정식으로 표현된다.

$$\frac{d}{dt}q = \frac{1}{2}\Omega(\omega)q \quad (28)$$

여기서

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & -\omega_y & \omega_z \\ -\omega_x & 0 & \omega_z & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ -\omega_z & -\omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

ω 는 인공위성의 각속도로 인공위성에 탑재된 자이로에 의해 측정된다.

만일 ω 가 어떤 시간 영역에 대해 일정한 값을 갖게되거나 다음과 같이 정의된 회전 벡터가 작은 값을 갖는다면,

$$\Delta\theta = \int_t^{t+\Delta t} \omega(t') dt' \quad (30)$$

식(28)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$q(t + \Delta t) = M(\Delta\theta)q(t) \quad (31)$$

여기서

$$M(\Delta\theta) = \cos(|\Delta\theta|/2)I_{4 \times 4} + \frac{\sin(|\Delta\theta|/2)}{|\Delta\theta|} \Omega(\Delta\theta) \quad (32)$$

5. 상태방정식

인공위성 자세 추정을 위한 상태방정식은 식(28)와 자이로 모델식을 결합하여 만들 수 있다. 자이로 모델은 다음과 같다.

$$\omega = u - b - \eta_1 \quad (33)$$

$$\frac{d}{dt}b = \eta_2 \quad (34)$$

여기서

ω ; 실제 인공위성의 각속도

u ; 자이로 측정값

b ; 자이로 랜덤 워크 오차

η_1 ; 자이로 유동 토크 잡음(백색잡음)

η_2 ; 자이로 유동 토크 파생잡음(백색잡음)

이제 식(29)과 식(34)에 의해 다음과 같은 미분방정식이 성립하게 된다.

$$\frac{d}{dt}q(t) = \frac{1}{2}\Omega(u(t) - b(t) - \eta_1(t))q(t) \quad (35)$$

식(35)는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{d}{dt}q(t) = \frac{1}{2}\Omega(u(t) - b(t))q(t) - \frac{1}{2}\Xi(q(t))\eta_1(t) \quad (36)$$

여기서

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix} \quad (37)$$

식(34)와 식(36)은 본 시스템의 상태방정식을 이루며 그 형태가 식(7)과 동일하다. 그러므로 이 시스템의 prediction 과 필터링은 3절에서 다룬 내용에 의해 이루어지게 된다.

6. 관측 방정식

인공위성의 자세센서에 의한 관측 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$z_k = A(q_k)y_k + v_k \quad (39)$$

여기서 $A(q_k)$ 는 자세행렬이며 y_k 는 기준좌표계에서의 좌표 값으로 별추적기인 경우 이 값은 일정한 값으로 간주할 수 있다. v_k 는 측정잡음이 된다. 본 연구에서는 두개의 별추적기를 사용하므로 z_k 는 2개의 벡터가 된다.

7. 시뮬레이션

시뮬레이션을 위한 파라메타 값은 다음과 같다.[3,4]

- 인공위성의 각속도 $\omega = [0 \ 0 \ 0.00106]rad/sec$

- 자이로 데이터 처리 시간 간격 : 0.5sec

- 공정 잡음(표준편차)

자이로 유동토크 잡음: $0.006arc\ sec/sec^{0.5}$

자이로 유동 토크 파생 잡음: $0.000023arc\ sec/sec^{0.5}$

- 별추적기의 측정 잡음(표준 편차): $5.33arc\ sec$

- 별추적기의 측정 시간 간격: 30sec

시뮬레이션 결과로서 그림 1 과 2 는 쿼터니언의 직접적인 추정 오차를 나타내며 그림 3 과 4 는 이것을 피치(pitch),롤(roll),요(yaw) 각으로 변환하여 나타낸 것이다.

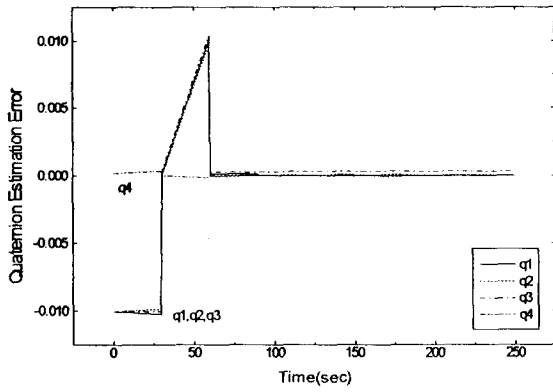


그림 1. 쿼터니언 추정 오차(0~250 초)

Fig.1. Quaternion estimation error(0~250sec)

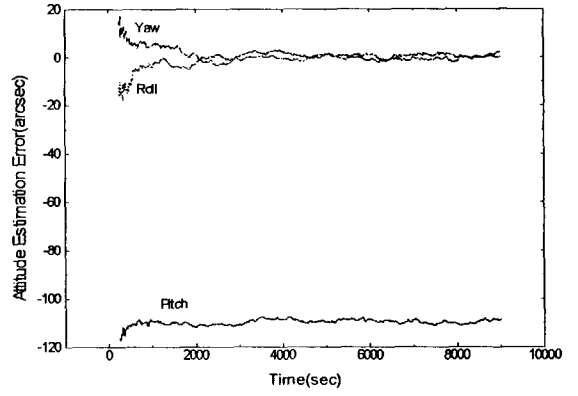


그림 4. 자세추정 오차(250~9000 초)

Fig.4. Attitude Estimation Error(250~9000sec)

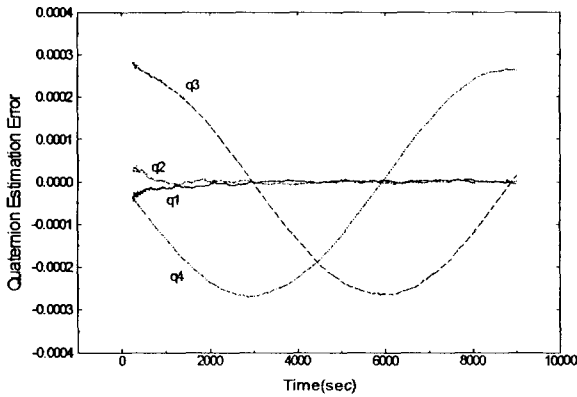


그림 2. 쿼터니언 추정 오차(250~9000 초)

Fig.2. Quaternion estimation error(250~9000sec)

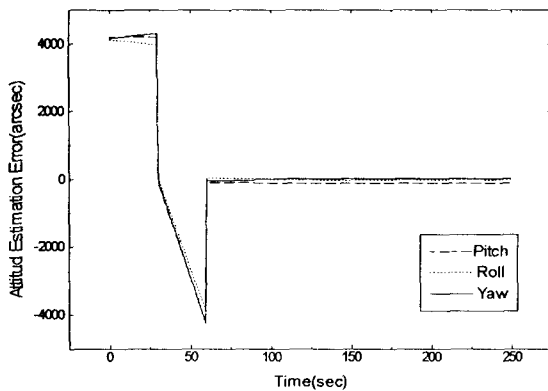


그림 3. 자세추정 오차(0~250 초)

Fig.3. Attitude Estimation Error(0~250sec)

8. 결론

지금까지, 쿼터니언(quaternion)을 자세 파라메타로 하는 인공 위성의 자세결정에 관하여 살펴보았다. 자세 센서로서 관성 항법 장치와 두개의 별추적기를 사용하는 인공위성의 자세결정 알고리즘으로 확장 칼만 필터를 적용하여 그 추정이 시뮬레이션을 통하여 비교적 정확함을 알았다.

참고문헌

- [1] J.R.Wertz et al., "Attitude Determination and Control", D,Reidel Publishing Company, 1986.
- [2] E.J.Lefferts, F.L.Markley, M.D.Shuster, "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", J.of Guidance and control, Sep.-Oct. 1982.
- [3] Andy Wu, "Precisin Attitude Determination for LEO Spacecraft", AIAA Guidance Navigation and Control Conference July 29-31,1996
- [4] X. Li, J.B. Boka, A. J. Throckmorton, "Stability Analysis on Earth Observing System AM-1 Attitude Determination", AIAA Guidance Navigation and Control Conference July 29-31,1996
- [5] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrew, "Kalman Filtering - Theory and Practice", Prentice Hall, 1993.