

여유 자유도 로봇의 국부 최적 경로 계획

Locally Optimal Trajectory Planning for Redundant Robot Manipulators
-Approach by Manipulability

이지홍*, 이한규*, 유준**

*충남대학교 메카트로닉스공학과(Tel:821-6873; Fax:825-9225; E-mail:jhlee@meca.chungnam.ac.kr)

**충남대학교 전자공학과(Tel: 825-3991)

Abstracts :For on-line trajectory planning such as teleoperation it is desirable to keep good manipulability of the robot manipulators since the motion command is not given in advance. To keep good manipulability means the capability of moving any arbitrary directions of task space. An optimization process with different manipulability measures are performed and compared for a redundant robot system moving in 2-dimensional task space, and gives results that the conventional manipulability ellipsoid based on the Jacobian matrix is not good choice as far as the optimal direction of motion is concerned.

Keywords : Manipulability, Redundant robot manipulator, Manipulability ellipsoid, Polytope, Impact, Optimal trajectory planning

1. 서론

매니퓰러빌리티란 관절 각속도 공간과 작업공간에서의 속도를 연결하는 지수로 자코비안 매트릭스의 singlar 값들과 매니퓰러빌리티 타원이란 개념으로 기하학적인 해석이 가능하다.[4] 원점에서 이 매니퓰러빌리티 타원 상의 어떤 점까지의 거리는 작업공간에서 그 방향으로의 관절속도공간에서 작업공간 속도로의 전달 비를 결정하며 이 타원의 부피가 매니퓰러빌리티 값과 비례하게된다.

주어진 작업공간에서 임의의 위치와 자세를 갖기 위해 필요한 자유도 보다 많은 자유도를 갖는 로봇을 여유 자유도 로봇이라 하는데 이러한 여유 자유도 로봇은 작업기의 위치를 고정하고도 나머지 팔의 자세를 달리 취할 수 있으므로 다양한 최적화 문제의 대상이 되어왔다.[7]

특히 원격조작등과 같이 사전에 로봇이 움직여야 할 경로가 미리 결정되지 않은 경우에는 매 순간 최대의 매니퓰러빌리티를 확보하여 앞으로 주어질 명령에 대비하는 것이 바람직하다[10]. 본 연구에서는 이러한 경우를 가정하여 매니퓰러빌리티를 나타내는 몇 가지 지수를 이용하여 최적 경로 계획 문제의 해를 구한 뒤 그 결과를 비교한다. 사용되는 지수로는 자코비안 매트릭스에 의한 속도 타원, 각관절의 서로 다른 허용 조건을 포함한 가중치 자코비안 매트릭스에 의한 가중치 속도 타원, 슈도 인버스에 의한 속도 변환과 수직 해석적인 방법에 의한 다각형 방법, 그리고 폴리토프 방법 등이다. 이러한 지수에 의한 예제로 각관절의 조건이 다를 경우에는 자코비안 매트릭스를 이용하면 최적 방향이 잘못되게 구해질 수도 있음을 보인다.

또한 이러한 개념을 동력학이 포함된 다이내믹 매니퓰러빌리티에도 적용하여 가중치 타원의 정확도를 검증하여 보았다.

최적화 지수로는 컨디션 지수라는 임의의 방향으로의 이동

성을 나타내는 지수와 매니퓰러빌리티 값을 이용하여 2차원 작업공간의 예제에 적용하여 보았다.

2. 매니퓰러빌리티 타원

여기에서 고려되고 있는 여유자유도 로봇은 평면 3링크 매니퓰레이터[3]이다. Pool의 알고리즘[3]을 사용한 평면 3링크 매니퓰레이터에 대한 자코비안은 아래의 수식(1)과 같이 나타내며 여기서 L_i 는 i 번째 링크의 길이이고 S_i, C_i 는 i 번째 관절 각의 \sin, \cos 값이다.

$$J = \begin{bmatrix} L_3 S_3 + L_2 S_{23} & L_2 S_3 & 0 \\ L_3 + L_2 C_1 + L_1 C_{23} & L_3 + L_2 C_3 & L_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

매니퓰러빌리티 속도 타원의 개념은 특정한 작업공간 내에서의 매니퓰레이터의 능력을 측정하기 위해서 1983년 Yosikawa에 의해서 제안되었다[4,5]. 매니퓰레이터의 특정한 자세에서 속도와 힘의 전달 비는 속도 타원이라는 기하학적인 모형으로 나타내어지는데 다음과 같이 유도된다. 관절 좌표가 $q_i, i=1, 2, \dots, n$, 작업공간 좌표가 $x_j, j=1, 2, \dots, m, m \leq n$ 로 나타내어지는 매니퓰레이터의 관절 공간에서 작업공간으로의 변환은 다음과 같이 나타내어진다고 하자.

$$X = F(q) \quad (2)$$

여기서 나타내어진 관절과 작업공간 좌표 벡터는 각각 $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T, X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ 과 같다. 그리고 위의 수식을 시간에 대해 미분하면,

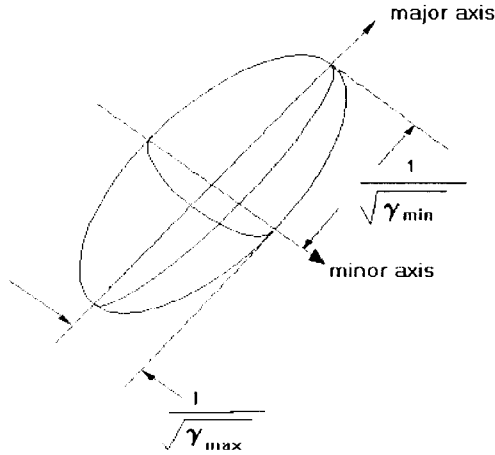


그림 1. 매니퓰러빌리티 타원
Fig. 1. Manipulability ellipsoid

$$\dot{X} = J(q)\dot{q} \quad (3)$$

가 되는데 J는 각각의 원소가 $J_{i,j} = \partial x_i / \partial q_j$ 로 나타내어지는 자코비안 매트릭스이다. 여기서

$$\|\dot{q}\| = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dots + \dot{q}_n^2 \leq 1 \quad (4)$$

라는 제약 조건을 가하면 식 (3)으로 부터

$$\dot{X}^T (JJ^T)^{-1} \dot{X} \leq 1 \quad (5)$$

와 같은 작업공간에서의 타원의 방정식으로 전개된다. 이를 속도 타원 또는 매니퓰러빌리티 타원이라 한다(그림 1).

그리고 기구학적 여유자유도는 이 타원의 부피를 최대화시키는데 이용되기도 한다. 이 타원의 부피가 0인 경우 매니퓰레이터가 특이점을 가질 때이다. 속도 타원의 각 주축(Principle Axis)은 $(JJ^T)^{-1}$ 의 eigenvector와 일치하는데 각 주축의 길이는 eigenvalue(γ_i)의 square root의 역수이며 이때 상축의 길이는 $1/\sqrt{\gamma_{\min}}$, 단축의 길이는 $1/\sqrt{\gamma_{\max}}$ 로 나타내어진다. 그리고 타원의 각 축은 그 방향의 속도 성능을 나타내게 되며 그 전체 부피가 매니퓰러빌리티의 절대 값을 결정한다[6]. 그리고 어떤 자세에서의 효과적인 속도를 위한 최대속도 방향은 전달비가 최대인 타원의 상축이 된다. 그러나 이러한 타원의 개념은 실제 현장에서 쓰이는 매니퓰레이터의 각 관절별로 서로 다른 관성 각속도 범위를 고려하지 않았다. 따라서 기하학적으로 나타내어진 매니퓰레이터의 최대 전달 방향인 상축의 방향과 타원의 부피로 나타내어지는 매니퓰러빌리티의 절대 값이 실제 값하고는 틀리다는 것이다. 이러한 문제점은 아래의 방법으로 해결해 나갈 수 있다.

실제로 각 관절별로 각각 낼 수 있는 속도 한계 값을 각 관절에 가중치를 적용한 것은 아래와 같다.

$$\widehat{\dot{q}} = R^{-1} \dot{q} \quad (6)$$

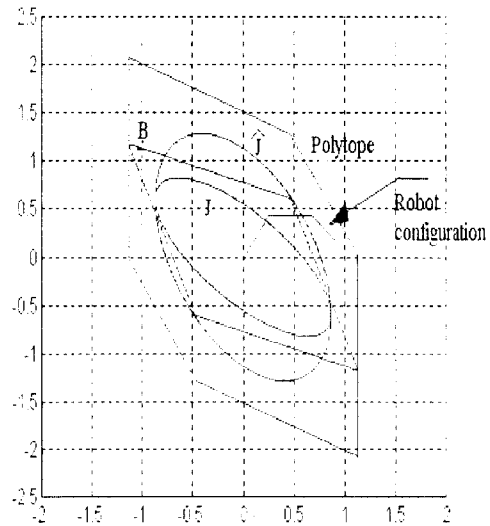


그림 2. 일정한 자세에서 4가지 방법을 이용한 비교
Fig. 2. A comparative figure of variable method

이때 R은 다음과 같은 대각요달한 행렬이다.

$$R = \text{diag}(\dot{q}_{1,\max}, \dot{q}_{2,\max}, \dots, \dot{q}_{n,\max}) \quad (7)$$

그리고 식 (3)은

$$\dot{X} = J\widehat{\dot{q}} = JR\widehat{\dot{q}} = \widehat{J}\widehat{\dot{q}} \quad (8)$$

로 정리된다. 이렇게 해서 구하여진 기하학적 타원, 즉 가중치 타원은 그림 2에서 \widehat{J} 로 표시된 타원이다. 하지만 이러한 가중치 타원 접근 방법도 자코비안 매트릭스만을 이용한 일반적인 속도 타원보다 매니퓰레이터의 최대 속도 전달방향에 근접하기는 하지만 정확한 방향은 제시하지 못한다. 좀더 정확한 방향을 제시하기 위해 폴리토프(polytope)라는 개념을 도입하게 된다[1,2].

폴리토프란 각 입력 범위 내에서 실제 출력을 보여주므로서 실제 값에 가까운 최적 방향을 제시하는 하는데 식 (3)을 다시 정리하면,

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [J_1 \ J_2 \ \dots \ J_m][\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dots \ \dot{q}_m]^T \\ &= \dot{q}_1 J_1 + \dot{q}_2 J_2 + \dots + \dot{q}_m J_m \end{aligned} \quad (9)$$

와같이 \dot{X} 가 제한된 값을 갖는 계수와 자코비안의 열 벡터의 선형 조합으로 해석된다. 이렇게 각 입력 범위 내에서 실제 출력을 보여주므로서 실제 값에 가까운 최적 방향을 제시한다. 즉, 기존의 속도 타원보다는 가중치 타원이 더 정확한 정보를 제공하고 이보다는 폴리토프가 향상된 정보를 제공하는 것이다. 이렇듯 지금까지 매니퓰레이터의 최대 속도 전달 방향을 3가지(자코비안 매트릭스만을 이용한 속도 타원(J), 각 관절별 각속도 한계치를 가중시킨 가중치 타원(\widehat{J}), 폴리토프를 이용한 방법)을 이용하였다. 이 3가지 방법을 이용, 평면 3링크 여유자유도 로봇의 일정한 위치에 대해 각각의 기하학적 정보를 비교하여 보았다(그림 2).

그리고 매니퓰러빌리티의 기하학적 접근 방식의 다른 방법으로 수치 해석적인 접근방식이 있다. 아래의 수식처럼

$$a_n = J^+ u \quad (10)$$

a_n 를 구한다. J^+ 는 J 의 슈도 인버스이고, u 는 작업공간에서의 임의의 단위 벡터이다. 그리고

$$\gamma = \max(|a_i/a_{i, \max}|), \quad 1 \leq i \leq m \quad (11)$$

로부터 다음과 같이 작업공간의 단위 벡터 u 를 따라 최대 허용속도를 구할 수 있다.

$$\dot{X} = \gamma^{-1} u \quad (12)$$

만일 모든 가능한 u 에서 위의 바운드를 계산할 수 있다면 각 관절 속도의 한계 안에서 허용 가능한 작업공간을 정의할 수 있다. 위의 결과는 그림 2에서 B로 표시하였다.

그림에 나타난바와 같이 3가지 방법(J , \hat{J} , polytope)이 제시하는 각각의 매니퓰레이터의 최대 속도 전달 방향이 서로 다르게 나타남을 확인할 수 있다. 따라서 지금까지 정의되어온 자코비안 매트릭스만을 이용한 매니퓰러빌리티 타원 접근방식은 매니퓰레이터를 기하학적으로 해석하는데 있어서 서로 가리키는 최적방향에 오류가 발생하고 있음을 알 수 있다. 이 논문에서 시뮬레이션한 모든 결과들은 이들 각각의 방법들을 모두 적용시켜 보았고 각 방법들이 제시하는 결과치를 비교함으로써 어떠한 차이를 보이고 있고 문제점이 무엇인지를 제시한다.

3. 국부 최적 경로계획

여유자유도 로봇은 작업기를 고정하고도 다른 여유 관절을 이용한 작업기 이외의 부분, 즉, 팔을 여러 자세로 취할 수가 있다. 이러한 점을 이용하여 원격 조작 로봇의 온라인 경로계획에서와 같이 조작자의 명령이 순간적이면서 방향을 전혀 예측할 수 없는 경우에 주어질 조작자의 명령에 대해 미리 준비할 필요가 있다. 방향을 예측할 수 없기 때문에 같은 작업기의 위치이면서도 여유자유도를 이용, 어느 방향으로나 움직임이 좋으면 이상적이다. 이러한 개념을 매니퓰러빌리티 타원과 같은 기하학적인 도구로 응용될 수 있다. 매니퓰러빌리티 타원에서의 각 축의 크기가 1.0 방향으로의 속도 성능을 나타내므로 어느방향으로나 속도 성능을 최대화가 된다는 것은 이 타원이 원의 모양에 접근할수록 최대화된다고 할 수 있다. 즉,

$$\frac{\gamma_{\max}}{\gamma_{\min}} = 1 \quad (13)$$

에 가까워지면 된다. 여기서 γ_{\max} , γ_{\min} 는 각각 속도 타원의 가장 긴축과 가장 짧은 축을 나타낸다. 이를 이 논문에서는 상황지수(condition number)라 명한다. 하지만 이 상황지수만을 고려하다 보면 타원의 부피가 줄어드는[8] 즉, 매니퓰러빌리티의 절대 값이 오히려 감소하는 경우가 발생할 수 있으므로 이 상황지수와 속도 타원의 부피 즉, 매니퓰러빌리티의 절대 값을 함께 고려하여 접근하였다. 이를 수식으로 나타내면 아래와 같다.

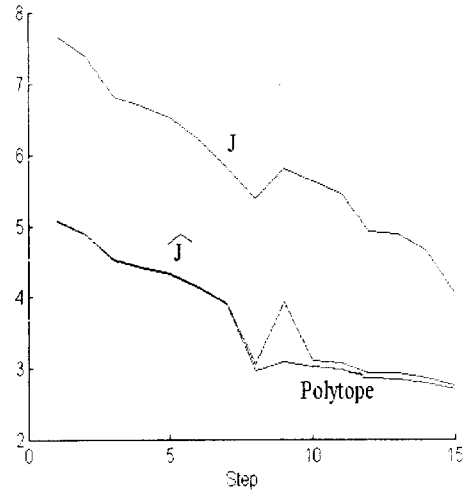


그림 3. 기구학적 경로계획에서 각각의 경우의 비교
Fig. 3. A comparative graph of kinematic trajectory planning

$$f = w_1 \left(\frac{\gamma_{\max}}{\gamma_{\min}} - 1 \right)^2 + \frac{w_2}{M} \quad (14)$$

온라인 국부 최적화 경로계획에 있어서 위의 f 를 최소화시켜 가는 방법으로 접근하였다. 이때 w_1, w_2 는 가중치 상수로서 이 논문에서 쓰인 모든 예제에서는 각각 1인 값을 가진다. 그리고 로봇 몸체의 기구학적인 특성과 관절각도의 함수로 주어지는 매니퓰러빌리티 M 은 다음과 같이 정의되어 있는데[7,8]

$$M(q) = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (15)$$

만약 J 가 정방 행렬이면

$$M(q) = |\det(J)| \quad (16)$$

이 된다. 그러나 위의 수식은 폴리토프 개념을 이용한 방법에는 쓰이지 않는다. 폴리토프를 이용한 경로계획에서는 속도 타원에서와 마찬가지로 폴리토프상의 원점에서 가장 멀리 떨어진 점까지의 거리를 γ_{\max} , 가장 짧은 점까지의 거리를 γ_{\min} 이라 정의한다. 위의 결과는 타원을 원형에 가깝게 하면서 매니퓰러빌리티를 고려하면서 경로계획을 최적화 시킨 것이다. 이렇게 구하여진 결과를 비교한 것이 그림 3이다. 결과에 나타나 있듯이 매니퓰레이터의 주어진 자세에 대한 기하학적인 해석이 실제 값에 가까울수록 효과적인 경로계획이 이루어지고 있다. 즉, f 의 값이 작을수록 타원의 상황지수가 1에 가까운 것이고 타원이나 폴리토프의 부피 즉, 매니퓰러빌리티가 최대화되어 시고 있다. 이렇듯 경로 계획에 있어서 더욱 정확한 매니퓰레이터의 해석이 필요함을 알 수 있다. 위에서 언급된 경로계획은 매니퓰러빌리티와 모든 방향으로의 속도를 고려함으로써 기구학적인 요소만을 고려한 경로 계획이었다.

그러나 원격 조작의 온라인 경로계획은 시간 지연이 있고 경우에 따라서는 어느 시점에서든 어느 방향으로 충돌

4. 결론

본 논문에서는 실시간 국부 경로계획에 속도타원과 임팩트 타원, 그리고 더 나아가 각 관절 각속도를 고려한 가중치 타원과, 폴리토프를 포함시키는 방법을 비교하였다. 구체적으로는 지금까지의 일반적인 속도 타원 또는 임팩트 타원에서 더 나아가 각 관절 각속도의 제한을 고려한 가중치 타원을 제시하였고 또 폴리토프라는 개념을 인용하였다. 이들이 제공하는 매니플레이터에 대한 정보가 실제 값과의 오차 정도가 얼마나 최적화 경로계획에 영향을 미치는지 알 수 있었다. 온라인 경로계획에 있어서 현재 주어진 로봇이 정보가 실제 값에 가까울수록 이를 최적화하는데 더 효과적임을 알 수 있었다. 지금까지 이 연구에서 제시한 경로계획은 온라인 경로계획에 한정되어 있었다. 앞으로 본 연구를 오프라인 경로와 같이 미리 주어진 정보를 최적화 시키는 연구와 지금까지의 2차원 작업공간에서 3차원 공간으로의 확장 연구가 계속되어야 하겠다.

참고 문헌

- [1] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciavicco, and B. Siciliano, "Global Task Space Manipulability Ellipsoids for Multiple Armed Systems", *IEEE Trans. on Robotics and Automat.*, vol. 7, no. 3, pp. 678-685, 1991.
- [2] C. Melchiorri, "Comment on 'Global Task Space Manipulability Ellipsoids for Multiple Armed Systems' and further considerations," *IEEE Trans. on Robotics and Automat.*, vol. 9, no. 2, pp. 232-235, 1993.
- [3] P. Mekerrow *Introduction to Robotics* pp. 281-286, 1993.
- [4] T. Yoshikawa, "Analysis and control of robot manipulators with redundancy," *Robotics Research: the First International Symposium*, M. Brady and R. P. Paul, Eds. Cambridge, MA: MIT Press, pp. 735-747, 1984.
- [5] —, "Manipulability of robotics mechanisms," *Int. J. Robotic Res.*, vol. 4, no. 2, pp. 3-9, 1985.
- [6] S. L. Chin "Task Compatibility of Manipulator Postures" *The International Journal of Robotics Research*, vol. 7, no. 5, October, 1988.
- [7] Y. Nakamura, *Advanced Robotics Redundancy and optimization*, pp. 48-54, 1991.
- [8] K. Jin-Oh and P. K. Khosla "Dexterity Measures for Design and Control of Manipulators", *IEEE/R SJ International Workshop on Intelligent Robot and System IROS*, Nov 3-5, pp. 758-763, 1991.
- [9] Z. Li and S. Sastry, "Task-oriented Optimal Grasping by Multifigured Robotic Hands," *IEEE J. of Robotics and Automat.*, vol. 4, no. 1, pp. 32-44, 1987.
- [10] W. Robert L. "Local performance optimization for a class of Redundant Eight-Degree of-Freedom Manipulators", NASA Langley Research Center, pp. 992-997, 1993.

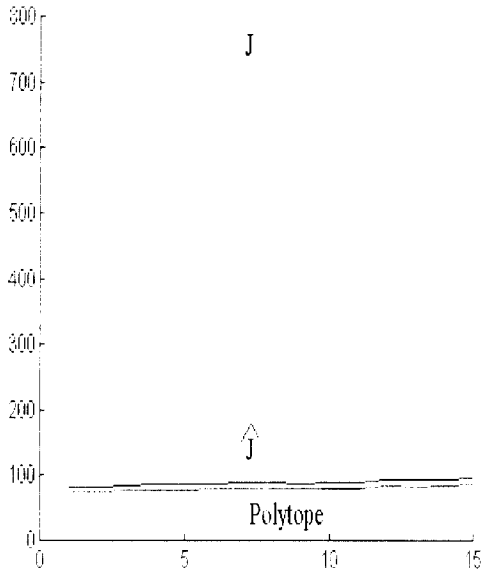


그림 4. 임팩트 문제를 고려한 최적화 경로계획
Fig.4. Trajectory planning with impact problem

을 일으킬지 예측하기 어렵다. 이러한 불확실한 환경에서의 임팩트를 최소화할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 기구학적인 요소만을 고려한 경로계획 뿐만 아니라 임팩트를 고려한 경로계획까지 확장시켜 보았다. 각 관절의 각속도 변화량이 제한되어 있는 매니플레이터인 경우에 임팩트 타원과 역시 각 관절의 각속도를 가중시킨 가중치 타원, 그리고 폴리토프를 적용 각각 임팩트를 최소화시키면서 매니플러빌리티를 고려하여 경로 계획을 하였다.

동력학 임팩트 측정은 다음과 같은 스칼라 양으로 정의된다[9].

$$M_{\dot{a}} = \sqrt{(\text{det}(J\dot{J}^{-1}))^T (J\dot{J}^{-1})^+} \quad (17)$$

여기서 $(J\dot{J}^{-1})^+$ 는 $J\dot{J}^{-1}$ 의 슈도 인버스이고 $[J]$ 이너서 매트릭스이다. 이 동력학 임팩트 측정은 순간 각속도의 변화에 대하여 로봇의 작업기에서 임의의 방향으로의 발생하는 임팩트 힘의 평균적인 크기를 표현한다. 이 임팩트 측정에 해당하는 임팩트 타원은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{F}^T J\dot{J}^{-1} J^T \hat{F} \leq 1 \quad (18)$$

이 임팩트 타원의 장축의 방향은 순간 각속도의 변화에 대하여 가장 큰 임팩트 힘을 갖는 방향을 나타내고 단축 방향은 가장 작은 임팩트 힘을 갖는 방향을 나타낸다. 그리고 여기에 각 관절 각속도 변화량을 가중시킨 가중치 임팩트는 다음과 같다.

$$\hat{M}_{\dot{a}} = \sqrt{(\text{det}(R(J\dot{J}^{-1})^+))^T R(J\dot{J}^{-1})^+} \quad (19)$$

그림 4는 임팩트를 최소화 시키면서 매니플러빌리티를 고려한 최적화 경로계획이다. 여기에서 보여지는 바와 같이 기구학적 요소만을 고려할 경우와 마찬가지로 매니플레이터에 대한 정보가 정확할수록 최적화 경로계획에서 더 우수한 경로계획을 구할 수 있음을 알 수 있다.