

## 다중루프 제어구조에의 모델예측제어의 적용

### The Application of Model Predictive Control for Multi-loop Control Structure

\*문혜진, 이광순

서강대학교 화학공학과 ( Tel: (02) 705-8477 Fax: (02) 3272-0319 E-mail: lks@ccs.sogang.ac.kr )

**Abstracts** In this study, we applied the model predictive control(MPC) to Multi-loop control structure. Since MPC has many advantage for MIMO process and constraints handling, it induces the better performance to apply MPC to multi-loop control. And we suggest the advanced method to reduce the calculation load using the wavelet transform. It shows the possibility to substitute the existing PID control based structure with MPC.

**Keywords** Multi-loop control, Model Predictive Control, Wavelet Transform, Blocking, Condensation

#### 1. 서론

단일 루프 제어계는 공정 제어의 기초가 되는 것이지만, 실제 공정의 제어에서는 외란에 대한 효과적인 대처, 공정의 안전, 최적화 등 다른 요구사항을 함께 만족시키기 위하여 다단 제어, 우선제어등 단일 루프제어가 복합된 다중루프제어, Feedforward 제어와 같은 복합 제어가 사용되는 예가 많다. 또한 단일루프 제어와 Feedforward 제어의 개념을 혼합하여 다중 입출력 제어계를 구성하는 예가 많다. 이 중 다중 제어루프는 제어 대상이 되는 공정 변수는 하나이지만 공정의 특성상 여러개의 피드백 루프가 복합적으로 사용되는 방법을 말한다. 그러나 기존의 PID 제어 기반의 다중 루프 제어구조는 설계가 복잡하여 이해하기 어려울 뿐 아니라 reset-windup 이나 연계제거와 같은 문제를 해결하기위한 방법이 쉽지않은 단점을 갖고 있다.

모델예측제어는 MIMO (Multi-Input Multi-Output) 공정에의 적용이 용이하며 입,출력 변수의 제한 조건을 다룰 수 있다는 장점을 가지고 있으므로 이와 같은 다중 루프 제어계에 적용할 경우 그 단점을 극복할 수 있으며 모든 경우에 대하여 최적화된 해를 찾으므로 그 성능이 향상될 수 있다. 그러나 최적해를 찾는 과정에서 계산량이 많아 최종 구동기에 작용하는 제어기로는 적합하지 못한 것으로 인식되어왔다.

따라서 본 연구에서는 다중 루프 제어계에 모델예측제어를 적용하여 제어 성능이 향상된 것을 보임과 동시에 계산량 감소를 위한 방법으로 Wavelet 을 이용한 Blocking and Condensation 을 수행하여 기존 제어구조를 모듈화된 모델예측제어기로 대체할 수 있는 가능성을 검증하였다.

#### 2. 다중루프 제어구조

##### 2.1. 다단제어 ( Cascade Control )

다단제어는 실제 공정에서 대단히 많이 채택되는 개념이다. 다단제어는 전체 공정이 두 개 혹은 여러개의 종속공정의 직렬 연결로 표현되고 각 종속공정의 출력변수가 측정가능할 때에 구성한다. 다단제어는 단일제어루프와 비교할 때 다음의 이

점을 갖는다.

- 종속제어루프 내에서 발생하는 외란의 영향을 종속제어루프 내에서 미리 제거한다.
- 종속제어루프가 해당 페루프의 동특성을 개선하여 주므로 주제어기의 제어대상이 되는 공정이 빠른 응답을 갖게 된다. 이것은 전체 제어계의 응답을 빠르게 개선시켜준다.
- 공정의 비선형성이 종속제어루프에 의해 상당히 완화되는 효과를 갖는다.

그러나 공정상의 제약으로 인하여 주제어기가 출력한 설정치를 종속제어기가 따라가 주지 못하면 주제어기에서 reset-windup 이 발생한다. 따라서 anti reset-windup 기능을 포함한 제어기를 설계하여야 한다. 이러한 기능을 포함한 제어구조는 매우 복잡하여 설계와 조율이 모두 쉽지 않다. 다단제어의 다중루프 제어구조의 블록선도를 그림 1에 보였다. 한편 기존 PID 기반의 단일 제어 루프로 다단제어를 구성할 경우 종속제어루프의 동특성이 주제어 루프에 비하여 충분히 빠르지 않으면 다단제어의 효과가 없다. 일반적으로 종속공정의 시정수가 주공정의 시정수에 비하여 최소한 1/3 이하가 되지 않으면 다단제어에 의해 동특성이 개선되는 것을 기대할 수 없다.

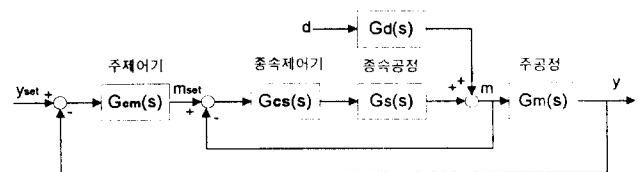


그림 1. 다단제어의 블록선도

fig 1. Block Diagram of Cascade Control

##### 2.2 우선제어 ( Override Control )

우선제어는 특히 공정의 안전과 관련되어 많이 이용되는 제어개념이다. 이 방법은 하나의 조작 변수에 대하여 여러 피제어변수가 있어서 공정의 요구 상황에 따라 조작변수가 이 중 어느 한 피제어변수를 선택하여 제어하는 개념이다. 일반적으로 피제어변수중 하나는 정상조업을 위한 공정변수이며, 나머지는 안전조업을 위해 감시되는 공정변수이다.

그러나 우선제어를 설계할 때는 두 제어 변수가 각각의 설

정치 값을 가질 때 제어기의 출력신호가 항상 같은 값을 가져 제어신호의 교체(switching)가 원활히 이루어지도록 하여야 한다. 그렇지 않으면 두 제어신호 사이의 충돌(Bumping) 이나 wind-up의 문제가 발생된다. 그러나 이 조건은 만족되기 어려운 문제점을 가지고 있다.

### 2.3 선택제어 ( Selective Control )

선택제어는 하나의 제어기가 여러개의 공정변수 중 하나를 택하여 피제어변수로 사용하는 제어 방법이다. 즉, 여러개의 공정변수가 있을 때 공정을 최적으로 운전하도록 하는 변수를 선택하여 제어하는 방법이다. 선택제어 개념이 응용된 제어 방법으로 밸브 위치 제어와 가변구조 제어 등이 있다.

## 3. 모델예측제어의 적용

### 3.1. 모델예측제어

모델예측제어는 공정의 모델을 이용하여 미래의 공정변화 예측치를 구하고, 이를 이용하여 제어출력을 계산하는 제어방법이다.

미래의 제어출력  $U_k(\text{≡}[\Delta u_{k+1:k}, \dots, \Delta u_{k+p-1:k}]^T)$  는 sample time  $t=k$  에서 다음과 같은 제약조건을 갖는 quadratic 목적함수를 최소화하는 해이다.

$$\min \sum_{i=1}^p \|y_{k+i|k} - y_{ref}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{m-1} \|\Delta u_{k+i|k}\|_R^2$$

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq u_{k+i|k} \leq u_{\max} & , i=0, 1, \dots, m-1 \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u_{k+i|k} \leq \Delta u_{\max} & , i=0, 1, \dots, m-1 \\ y_{\min} &\leq y_{k+i|k} \leq y_{\max} & , i=0, 1, \dots, p-1 \end{aligned}$$

여기서  $y_{k+i|k}$  는 모델에 근거한 공정출력 예측치이며  $y_{ref}$  는 설정치,  $P$  와  $Q$  는 각각 공정출력과 입력의 가중치,  $p$  와  $m$  은 각각 예측구간과 제어구간의 크기이다.

구해진 미래의 제어출력 중에서 첫 번째 항  $U_k(\Delta u_{k:k})$  만이 적용된다. 즉,

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_{k|k}$$

그리고 다음 sample time  $t=k+1$  에서 위의 최적화 과정이 반복된다. 따라서 feedback 제어의 형태를 갖게 되며, receding horizon 제어라고도 한다.

모델예측제어기가 갖는 가장 큰 장점은 다중입출력 공정에의 적용이 용이하다는 것이다. 여러개의 입,출력 사이의 연관성이 공정 모델에 포함되므로 모델예측제어기는 자동적으로 연계제어 제어의 기능을 내포하고 있기 때문이다. 또한 입,출력 변수의 제약조건을 다루어 제약조건 내에서 입력변수의 해를 찾아내므로 anti reset-windup 의 기능도 자동적으로 수행하게 된다. 시간 지연이 있는 공정에 대하여도 제어가 가능하다.

모델예측제어의 이러한 특성은 모델예측제어방법이 다변수 공정, 제약조건이 있는 공정, 우선제어나 선택제어와 같이 제어 출력간의 교체나 제어 목적이 변하는 경우 적합한 방법임을 시사한다.

특히 다중 루프 제어구조에 모델예측제어를 적용하는 경우는 기존 PID 제어방법에 비하여 조율변수가 크게 줄고 설계가 간단하여지는 잇점을 얻을 수 있다.

### 3.2. 모델예측제어의 적용

**3.2.1. 다단제어** 다단제어의 종속제어루프는 외란의 영향을 미리 제거하는데 가장 큰 중요성이 있으므로 종속제어루프 내의 공정 모델을 외란에 대한 모델로 간주하여 모델예측제어를 적용하면 다단제어와 동일한 의미를 갖게 되며 그 성능은 향상된다. 성능 확인을 위한 모사를 예제 1과 그림 2에 보았다.

예제 1

$$G_m(s) = \frac{0.8}{4s^2 + 5s + 1}$$

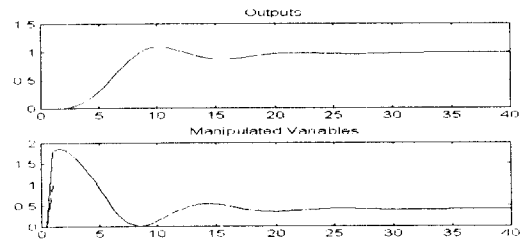
$$G_s(s) = \frac{3}{0.6s^3 + 3.8s^2 + 4.2s + 1}$$

$$G_d(s) = \frac{1}{s+1}$$

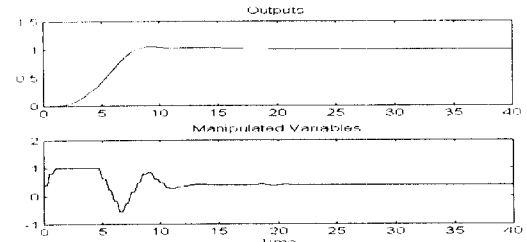
$$u_{\min} = -1, \quad u_{\max} = 1, \quad \Delta u_{\max} = 0.4$$

$$y_{ref} = 1$$

모델예측제어기는 30% 오차를 가진 모델에 대하여 제어를 수행하였으며 입력가중치와 출력가중치는 각각 0.001과 1이다.



(a) Anti reset-windup 기능을 포함한 PID 제어기



(b) 모델예측제어기

그림 2. 다단제어에 대한 모사결과

fig 2. Simulation Result of Cascade Control

한편 종속제어루프의 동특성이 주제어루프보다 빨라야 한다는 설계상의 조건이 만족되지 못하는 경우에도 모델예측제어는 적용될 수 있다.

**3.2.2 우선제어** 우선제어의 경우 안전을 위한 공정 출력이 그 한계값을 넘지 않도록 하는 것이 목적이므로 모델예측제어의 제약조건에 그 한계값을 포함시키고 안전조업을 위한 공정 출

력( $y_2$ )에 대한 가중치를 0으로 하여 한계를 넘지 않는 범위에서 공정 입력에의 영향을 최소화한다. 이와같이 우선제어에 모델예측제어를 적용할 경우 복잡한 설계없이 Bumping 과 Wind up의 문제가 해결되며 성능이 향상된다.

우선제어에 모델예측제어를 적용한 목적함수와 제약조건은 다음과 같다.

$$\min \sum_{i=1}^n \|y_{k+i|k} - y_{ref}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{m-1} \|\Delta u_{k+i|k}\|_R^2$$

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq u_{k+i|k} \leq u_{\max}, & i=0, 1, \dots, m-1 \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u_{k+i|k} \leq \Delta u_{\max}, & i=0, 1, \dots, m-1 \\ y_{2\min} &\leq y_{2k+i|k} \leq y_{2\max}, & i=0, 1, \dots, p-1 \end{aligned}$$

$$Q = \text{diag} [q_1 \ 0] \quad , \quad R = [r]$$

성능 확인을 위한 모사결과를 예제 2와 그림 3에 보였다.

### 예제 2

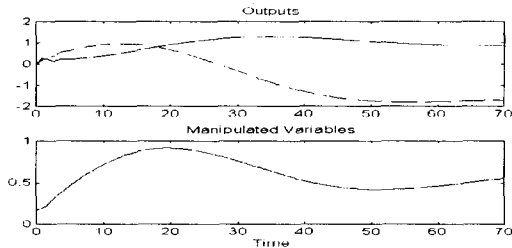
$$G_1(s) = \frac{1.5}{60s^3 + 56s^2 + 15s + 1}$$

$$G_s(s) = \frac{100s - 5}{150s^2 + 53s + 1}$$

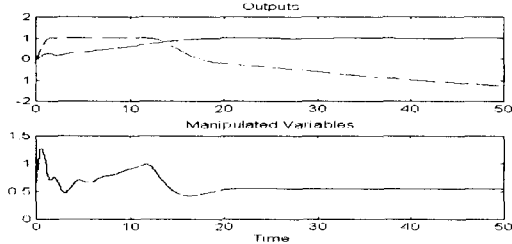
$$G_d(s) = \frac{6}{6s^2 + 6s + 1}$$

$$u_{\min} = 0, \quad u_{\max} = 2, \quad \Delta u_{\max} = 1$$

$$y_{1ref} = 1, \quad -2 \leq y_2 \leq 2$$



(a) Anti reset-windup 을 포함한 PID 제어기



(b) 모델예측제어기

그림 3. 우선제어에 대한 모사결과

fig 3. Simulation Result of Override Control

**3.2.3 선택제어** 선택제어의 예로 밸브위치제어에 대하여 모사를 행하였다. 이 경우 밸브의 위치를 최대한 열도록 압축기의 압력을 줄이는 것이므로 밸브의 위치는 입력변수일 뿐 아니라 출력변수로도 간주되어야 한다. 밸브위치제어에 모델예측제어

를 적용한 블록선도를 그림 5에 보였다. 한편 목적함수와 제약 조건은 다음과 같다.

$$\min \sum_{i=1}^n \left\| \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \\ u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}_{k+i|k} - \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \\ u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}_{ref} \right\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{m-1} \left\| \begin{bmatrix} \Delta u_{k+i|k} \\ \Delta P_{k+i|k} \end{bmatrix} \right\|_R^2$$

$$\begin{aligned} u_{\min} &\leq u_{k+i|k} \leq u_{\max}, & i=0, 1, \dots, m-1 \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u_{k+i|k} \leq \Delta u_{\max}, & i=0, 1, \dots, m-1 \\ \Delta P_{\min} &\leq \Delta P_{k+i|k} \leq \Delta P_{\max}, & i=0, 1, \dots, m-1 \end{aligned}$$

$$Q = \text{diag} [q_1 \ q_2] \quad , \quad R = \text{diag} [r_1 \ r_2]$$

여기서 제어의 주목적은 출력 유량의 요구량을 만족시키는 것이므로  $q_1 \gg q_2$  이어야 한다.

모사결과를 예제3과 그림 4에 보였다.

### 예제 3

$$G_v(s) = \frac{2}{3s+1}$$

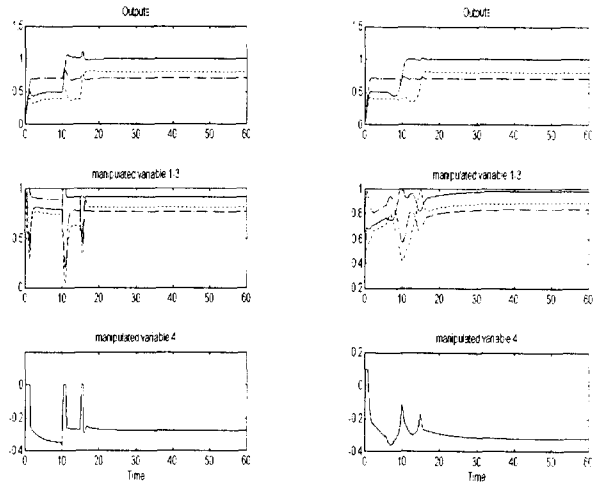
$$G_p(s) = \frac{3}{2s+1}$$

$$u_{\min} = -1, \quad u_{\max} = 1, \quad \Delta u_{\max} = 1$$

$$y_{ref} = [0.5 \ 0.7 \ 0.4] \Rightarrow [1.0 \ 0.7 \ 0.8]$$

$$u_{ref} = 0.9$$

모델예측제어기는 20% 오차를 가진 모델에 대하여 제어를 수행하였으며 출력, 입력가중치는 각각 [1 0.05] 과 0.1 이다.



(a)

(b)

그림 4. 밸브위치제어에 대한 모사결과

(a) PID 제어기 (b) 모델예측제어기

fig 4. Simulation Result of Valve Position Control

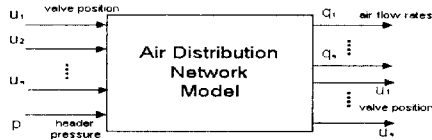


그림 5. 밸브위치제어의 블록선도

fig 5. Block Diagram of Valve Position Control

#### 4. Wavelet 을 응용한 계산량의 감소

Wavelet은 다음과 같이 표현되는 Mother wavelet 을 basis 로 한다.

$$\psi^{(a,b)}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, (a \neq 0)$$

여기서 a는 dilation parameter로서 신호의 해상도를 조절하며 b는 translation parameter로서 신호의 시간축의 이동을 나타낸다. 이와같이 a,b로 표현되는 wavelet 변환은 어떤 신호의 frequency 특성과 시간축상의 특성을 동시에 보여준다. 따라서 wavelet 영역에서 Blocking과 Condensing을 행할 경우 frequency와 시간의 특성을 모두 고려하여 행할 수 있다.

그림 6(b)는 예제 1의 경우에 대하여 wavelet domain에서 blocking과 condensing을 수행한 결과이다.

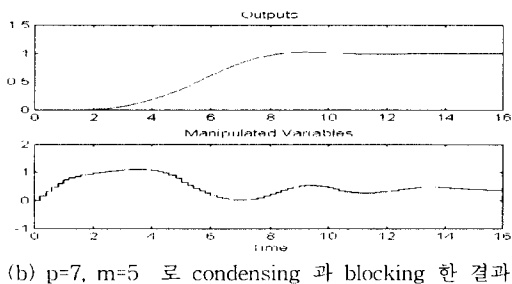
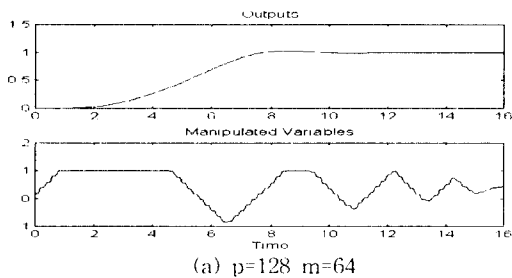


그림 6. Blocking 과 Condensation 모사결과

fig 6. Simulation Result of Blocking and Condensation

결과에서 보이듯이 계산량이 1/100 이상 감소되었을 뿐 아니라 blocking에 의하여 입력의 변화가 억제되어 Robustness도 증가한다. 그러나 Performance에는 큰 차이가 없다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 다중루프 구조의 제어계에 모델예측제어를 적용하여 제어 성능이 향상되었음을 보였으며 wavelet 변환을 통하여 계산량 감소에 좀 더 합리적인 방법을 적용하여 보았다. 그 결과 계산량은 줄어드나 성능에는 큰 영향을 주지 않음을 보여 모델예측제어가 기존의 PID 기반의 제어구조에 대신할 수 있는 가능성을 검증하였다.

#### 참고문헌

- [1] C. A. smith and A. B. Corripio, " Principles and Practice of Automatic Process Control " , John Wiley & Sons Inc. 1985
- [2] C. E. Garcia and A. m. Morshedi, " Quadratic Programing Solution of Dynamic Matrix Control (QDMC) " , Chem. Eng. Commun. vol.46, pp.78-87, 1986
- [3] C. E. Garcia, D. M. Prett and M. Morari, " Model Predictive Control: Theory and Praactice - a survey", Automatica, vol.25, pp.335-348, 1989
- [4] J. H. Lee and Z. H. Yu, " Tuning of Kodel Predictive Controllers for Robust Performance", Computers Chem. Eng., vol.18 No.1, pp.15, 1994
- [5] J. H. Lee, Y. Chikkula and Z. H. Yu, "Improving Computational Efficiency of a Model Predictive Control Algorithm for Multi-Time-Scale Plants Using Wavelet Transformation", submitted for publication in Int. J. Control, 1992
- [6] S. Palavajhala, R. L. Mostard and Babu Joseph, " Blocking and Condensing Design for Quadratic Dynamic Matrix Control Using Wavelet", Ind. Eng. Chem. Res. vol.33, pp.1159-1173, 1994