

견실한 비선형 Dynamic Inversion 방법을 이용한 오토파일럿 설계

Autopilot Design using Robust Nonlinear Dynamic Inversion Method

°김승환, 송찬호

국방과학연구소(Tel: 042-821-4413; Fax: 042-821-2224)

Abstract : In this paper, an approach to autopilot design based on the robust nonlinear dynamic inversion method is proposed. Both unknown parameters and uncertainty bounds are estimated and parameter estimates are used in the fast inversion. Furthermore, to get more robustness slow inversion is incorporated with MRAC(Model Reference Adaptive Control) and sliding mode control where the estimates of uncertainty bounds are used. The proposed method is applied to the pitch autopilot design of a missile system and excellent performance is shown via computer simulation.

Key Words: Nonlinear Dynamic Inversion, Adaptive control law, Sliding Mode Control, Autopilot

1. 서론

유도탄 시스템의 성능을 높이기 위해서는 상당히 넓은 범위의 비행조건에 대해 만족스러운 안정도와 성능, 견실성을 보장하는 오토파일럿을 설계해야 한다. 그러나 유도탄 시스템의 운동방정식은 이미 잘 알려진 바와 같이 비선형성이 심하고 시변시스템이다. 따라서 지금까지 가장 널리 사용되어 온 설계방법은 여러개의 설계점을 선정하고 각각의 설계점에서 선형화된 운동방정식을 유도한 후 선형화 모델을 이용하여 설계된 제어기 파라미터들을 적절한 매개변수에 의해 이득 스케줄링(Gain Scheduling) 하는 방법이었다. 그러나 이러한 이득 스케줄링 방법은 시간과 노력이 많이 소모되는 작업일 뿐만아니라 원하는 성능과 안정성이 보장되지 않을 수도 있다. 이러한 단점을 피하고 우수한 성능을 낼 수 있는 제어기 설계방법 중의 하나가 폐환 선형화(Feedback Linearization) 방법의 일종인 NDI(Nonlinear Dynamic Inversion) 방법이다. 그러나 NDI 방법은 시스템의 모델링이 정확해야 하며 모델링의 불확실성으로 인한 견실성 문제와 모든 상태변수들을 알아야 한다는 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 최근에는 μ -synthesis[1], 견실적응제어[2-3], SMC(Sliding Mode Control) 방법[4-6] 등을 이용한 연구가 활발히 진행되고 있다.

본 논문에서는 NDI 방법에서 문제가 되는 견실성 문제를 해결하기 위하여 Unknown 파라미터와 Uncertainty Bound의 크기를 추정하고, 그 추정치를 이용하여 기존의 NDI 제어기를 모델 기준적응제어와 Sliding Mode 제어방식으로 보완한 견실한 NDI 제어기 설계방법을 제시한다. 또한 제시된 방법을 유도탄 피치 제어기 설계에 적용하여 그 성능의 우수성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 유도탄 피치채널의 운동방정식을 기술하고, 3장에서는 불확실성을 포함한 피치채널 운동방정식을 4장에서는 공칭(Nominal) 플랜트에 대한 NDI 제어기 설계방법을 기술하고, 5장에서는 본 논문에서 제

시 하고자 하는 견실한 NDI 제어기 설계방법을 다룬다. 또한 6장에서는 제시한 알고리즘의 우수성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 알아보고, 7장에서는 결론 및 추후 연구과제를 다룬다.

2. 피치채널 비선형 운동방정식

본 연구에 사용된 피치채널 운동방정식은 참고문헌[6]에 주어진 바와 같다. 즉,

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \left(\frac{gQS}{mV}\right) \cos(\alpha) [\phi_2(\alpha) + B_2\delta] + q \\ \dot{q} &= \left(\frac{QSd}{I_{yy}}\right) [\phi_m(\alpha) + B_m\delta] \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서, α 는 받음각, q 는 피치 각속도, δ 는 제어 핀 변위각, m 은 유도탄 질량, V 는 유도탄 속도, I_{yy} 는 피치 방향의 관성 모멘트, Q 는 동압, S 는 기준면적, d 는 기준길이, g 는 중력 가속도를 나타낸다.

한편,

$$\begin{aligned} B_2 &= -0.034, & B_m &= -0.206 \\ \phi_2(\alpha) &= 0.000103 \alpha^3 - 0.00945 \alpha |\alpha| - 0.170 \alpha \\ \phi_m(\alpha) &= 0.000215 \alpha^3 - 0.0195 \alpha |\alpha| + 0.051 \alpha \end{aligned} \quad (2.2)$$

식(2.1) 과 (2.2)에서 $x_1 = \alpha$, $x_2 = q$ 라 놓고 받음각을 출력으로 하여 식을 다시 정리하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + x_2 + g_1(x_1) \delta \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1) + g_2 \delta \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.3)$$

윗식에서,

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1) &= C_1 \cos(x_1) \phi_z(x_1) \\
 f_2(x_1) &= C_2 \phi_m(x_1) \\
 g_1(x_1) &= C_1 \cos(x_1) B_z \\
 g_2 &= C_2 B_m \\
 [C_1 &= (\frac{gQS}{mV}), \quad C_2 = (\frac{QSd}{I_{yy}})] \\
 h(x) &= x_1
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

3. 불확실성을 포함한 피치채널 비선형 운동방정식

앞서 보인 식(2.3)을 공칭(Nominal) 피치채널 운동방정식이라 할 때 공력학적 힘과 모멘트 항에 불확실성이 존재한다고 가정하면 불확실한 피치채널 비선형 운동방정식은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) + \Delta f_1(x_1) + [g_1(x_1) + \Delta g_1(x_1)] \delta \\
 \dot{x}_2 &= f_2(x_1) + \Delta f_2(x_1) + [g_2 + \Delta g_2] \delta
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

윗식에서 Δ 항들은 불확실성을 나타내며 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Delta f_1(x_1) &= \cos(x_1) [C_1 \Delta \phi_z(x_1) + \Delta C_1 \phi_z(x_1) + \Delta C_1 \Delta \phi_z(x_1)] \\
 \Delta f_2(x_1) &= [C_2 \Delta \phi_m(x_1) + \Delta C_2 \phi_m(x_1) + \Delta C_2 \Delta \phi_m(x_1)] \\
 \Delta g_1(x_1) &= \cos(x_1) [C_1 \Delta B_z + \Delta C_1 B_z + \Delta C_1 \Delta B_z] \\
 \Delta g_2 &= [C_2 \Delta B_m + \Delta C_2 B_m + \Delta C_2 \Delta B_m] \\
 \Delta C_1 &= (g \Delta Q \frac{S}{mV}), \quad \Delta C_2 = (\frac{\Delta QSd}{I_{yy}}) \\
 \Delta Q &= p_1 Q, \quad \Delta B_z = p_4 B_z, \quad \Delta B_m = p_5 B_m \\
 |\Delta \phi_z| &\leq p_2 |\phi_z|, \quad |\Delta \phi_m| \leq p_3 |\phi_m|
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

여기서 p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 는 불규칙 섭동상수(random constant perturbation)이다.

4. NDI 방법에 의한 제어기 설계방법

여기서는 앞장의 공칭 피치채널 운동방정식 (2.3)에 대해 NDI 방법을 이용한 제어기를 설계하는 방법을 간단히 기술한다.

우선 공칭 플랜트에서 빠른 상태변수와 느린 상태변수 사이에 time-scale separation 이 존재한다면 다음과 같이 두 단계로 나누어 NDI 제어기를 설계할 수 있다.

Fast Inversion

식(2.3)의 Inner Loop 상태변수 $x_2 (q)$ 에 대한 식에서 g_2 가 Invertible 하다면 제어입력 δ 를 다음과 같이 정한다.

$$\delta = \frac{-f_2(x_1) + \dot{x}_{2des}}{g_2} \tag{4.1}$$

식(4.1)에서 원하는 피치 각속도 \dot{x}_{2des} 는 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{x}_{2des} = \omega_q (x_{2cmd} - x_2) \tag{4.2}$$

여기서 ω_q 는 원하는 주파수 대역폭을 나타내고 x_{2cmd} 는 다음의 Slow Inversion에서 구해진다.

Slow Inversion

식(2.3)의 Outer Loop 상태변수 $x_1 (a)$ 에 대한 식에서 $x_{2cmd} (q)$ 를 다음과 같이 구한다.

$$x_{2cmd} = (\dot{x}_{1des} - f_1(x_1)) - g_1(x_1) \delta \tag{4.3}$$

윗식에서 원하는 받음각의 도함수 \dot{x}_{1des} 는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{x}_{1des} = \omega_a (x_{1cmd} - x_1) \tag{4.4}$$

여기서 ω_a 는 원하는 주파수 대역폭을, x_{1cmd} 는 원하는 받음각 명령이 된다.

시스템의 모델링이 정확하다면 위와 같은 형태의 제어기는 우수한 성능을 낼 수 있다. 그러나 시스템에 불확실성이 존재할 경우 오차가 발생하여 페루우프 시스템의 성능과 안정도에 문제가 발생하게 되어 추가적인 제어입력이 필요하게 된다.

5. 건설한 NDI 방법에 의한 제어기 설계방법

여기서는 앞장의 건설성 문제를 해결하기 위한 방법으로 적응제어이론에 근거하여 파라미터를 추정하고 추정된 파라미터 값을 이용하여 건설한 NDI 제어기를 설계하는 방법을 제시한다.

불확실성이 포함된 피치채널 운동방정식 (3.1)에서 제어 편변위에 의해 생성되는 공력학적 힘은 다른항에 비해 무시할 만하다고 가정하면 식(3.1)은 다음과 같은 형태로 간단화 된다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \theta_1 \zeta_1(x_1) + \Delta_1(x_1, t) \\
 \dot{x}_2 &= g_2 \delta + \theta_2 \zeta_2(x_1) + \Delta_2(x_1, t)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

여기서, θ_1, θ_2 는 미지의 파라미터를 나타내며, $\zeta_1(x_1), \zeta_2(x_1)$ 는 알고 있는 smooth function 이고, $\Delta_1(x_1, t), \Delta_2(x_1, t)$ 는 미지의 smooth function을 나타낸다.

식(5.1)의 $\theta_1, \theta_2, \zeta_1(x_1), \zeta_2(x_1)$ 는 식(3.1)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \theta &= [\theta_1 \quad \theta_2]^T = [C_1 \quad C_2]^T \\ \zeta_1(x_1) &= [\phi_2(x_1)\cos(x_1) \quad 0]^T \\ \zeta_2(x_1) &= [0 \quad \phi_m(x_1)]^T \end{aligned} \quad (5.2)$$

또한, 식(5.1)에서의 Δ_i 는 다음과 같은 조건을 만족하는 미지의 smooth function 이라고 가정한다.

가정 1. (Triangular Bounds)

$$|\Delta_i(x, t)| \leq \Psi_i p_i(x) \quad (5.3)$$

여기서 $p_i(x)$ 는 아는 smooth function 이고 Ψ_i 는 미지의 파라미터로 식(5.3)을 만족하는 최소 상수값으로 정의한다.

한편, 식(5.1)에서의 $\Delta_1(x_1, t), \Delta_2(x_1, t)$ 는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Delta_1(x_1, t) &\leq (C_1 p_2 + |\Delta C_1| + |\Delta C_1| p_2) |\phi_2(x_1)\cos(x_1)| \\ \Delta_2(x_1, t) &\leq (C_2 p_3 + |\Delta C_2| + |\Delta C_2| p_3) |\phi_m(x_1)| \end{aligned} \quad (5.4)$$

또한 다음과 같이 주어지는 $\Psi_1, \Psi_2, p_1(x_1), p_2(x_1)$ 는 식(5.3)을 만족한다.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= (C_1 p_2 + |\Delta C_1| + |\Delta C_1| p_2) \\ p_1(x) &= |\phi_2(x_1)| \\ \Psi_2 &= (C_2 p_3 + |\Delta C_2| + |\Delta C_2| p_3) \\ p_2(x) &= |\phi_m(x_1)| \end{aligned} \quad (5.5)$$

시스템에 불확실성이 존재할 경우 NDI 제어기 형태를 식(4.1)-(4.4) 대신 다음과 같은 형태로 잡는다.

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{-\hat{f}_2(x_1) + v_i}{\hat{g}_2} \\ v_i &= \bar{v} + \hat{v} \end{aligned} \quad (5.6)$$

윗식에서 \hat{f}_2, \hat{g}_2 는 θ 에 대한 추정치를 이용하여 계산된 식이며 \bar{v} 와 \hat{v} 는 각각 MRAC에 근거하여 설계된 제어기와 Lyapunov 2nd 방법에 의해 설계된 Sliding Mode 제어기의 출력이다. \bar{v} 는 참고문헌[3]으로부터 다음식으로 주어진다..

$$\bar{v} = \omega_\sigma(y_m - y) + y_m \quad (5.7)$$

여기서 y_m 은 기준모델의 출력을 나타낸다.

한편, \hat{v} 가 구해지는 과정은 다음과 같다. 우선, 행렬

A_i, B_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

여기서 $A_i \in R^{\rho_i} \times R^{\rho_i}$, $B_i \in R^{\rho_i}$ 이고 ρ_i 는 i th 출력의 상대차수를 나타낸다. 또한 K_i 는 다음식이 Hurwitz가 되도록 결정한다.

$$\overline{A}_i = A_i + B_i K_i \quad (5.9)$$

그러면 다음의 Lyapunov 방정식을 만족하는 유일한 Positive definite symmetric matrix P_i 가 존재한다.

$$\overline{A}_i^T P_i + P_i \overline{A}_i + I = 0 \quad (5.10)$$

그러면 다음과 같은 형태의 제어기 \hat{v} 가 구해진다.

$$\hat{v} = D_i(x, t) \operatorname{sgn}(B_i^T P_i z_i) \quad (5.11)$$

여기서 $z_i = (e_i, e_i^{(1)}, \dots, e_i^{(\rho_i-1)})$ 이며, e_i 는 $(y - y_d)$ 를 나타낸다.

식(5.11)에서의 $D_i(x, t)$ 를 Uncertainty Bound라 할때 앞의 가정 1을 이용하면 다음식이 성립한다.

$$D_i(x, t) = \widehat{\Psi}_i p_i(x) \quad (5.12)$$

여기서, $p_i(x)$ 는 식(5.5)에 정의되어 있고, $\widehat{\Psi}_i$ 는 식(5.5)에 주어진 Ψ_i 의 추정값이다.

한편, chattering 현상을 피하기 위해서는 식(5.11)의 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 함수 대신 다음과 같은 sat function을 사용하는 것이 더 일반적인 방법이다.

$$\operatorname{sat}(x) = \begin{cases} x & |x| < 1 \\ \operatorname{sgn}(x) & |x| \geq 1 \end{cases} \quad (5.13)$$

여기서 제시한 알고리즘의 입출력 안정도는 불확실성의 Bound 크기를 알 경우 참고문헌[4]에 의해 보장된다. 한편, [2]에서는 본 논문에서 제시한 scheme과 유사하게 미지의 파라미터와 불확실성의 한계치를 추정하고 적응제어와 SMC를 복합한 scheme을 구성한 후 제어대상이 1차 시스템인 경우에 대해 Boundedness를 증명하였다. 이러한 연구결과가 본 논문에서 제시한 방법에 대한 Boundedness 증명으로 확장될 수 있는지는 앞으로 연구가 더 필요하다.

6. 시뮬레이션 결과

본 장에서는 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 5장에서 제시한 견실한 NDI 제어기의 성능을 알아본다.

시뮬레이션에 사용된 유도탄 모델[6]의 파라미터 값들은 다음과 같다.

$$m = 450 \text{ lbs}, \quad V = 3109.3 \text{ ft/sec}, \quad I_{yy} = 182.5 \text{ slug ft}^2$$

$$Q = 6132.8 \text{ lb/ft}^2, \quad S = 0.44 \text{ ft}^2, \quad d = 0.75 \text{ ft}$$

또한 기준모델은 $\zeta = 0.7$, $w_n = 3 \text{ Hz}$ 인 2차시스템으로 가정한다.

그림 1은 플랜트의 모든 파라미터에 각각 20%, 50%의 불확실성이 존재할 경우 NDI 제어기를 적용시켰을 경우의 받음각 응답특성을 나타낸 그림이고, 그림 2는 그림 1의 경우와 동일한 불확실성이 존재할 경우 본 논문에서 제시한 견실한 NDI 제어기를 적용시켰을 때의 받음각 응답특성을 그린 그림이다. 그림에 의하면 불확실성이 존재할 경우에도 우수한 응답특성을 나타내고 있다.

7. 결론 및 추후 연구과제

본 논문에서는 NDI 제어기의 견실성 문제를 해결하기 위하여 Unknown 파라미터와 Uncertainty의 Bound 크기를 추정하고, 그 값을 이용하여 NDI 제어기를 견실화 하였다. 또한 제시된 방법을 적용하여 유도탄 피치 제어기를 설계하고 그 성능이 우수함을 확인하였다.

본 논문에서 제시한 scheme의 Boundedness에 대한 증명은 추후 연구과제로 남겨둔다.

참고문헌

- [1] J. Reiner, G.J. Balas, and W.L. Garrad, "Robust Dynamic Inversion for control of Highly Maneuverable Aircraft," J. of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 18, No.1, pp. 18-24, 1995.
- [2] M.M. Polycarpou and P.A. Ioannou, "A Robust Adaptive Nonlinear Control Design," Automatica, Vol. 32, No.3, pp. 423-427, 1996.
- [3] S.S. Sastry and A. Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems," IEEE Trans. on AC-34, No. 11, pp. 1123-1131, 1989.
- [4] J. Huang, C.F. Lin, and C.D'Souza, "Robust Feedback Linearization Approach to Autopilot Design," Proc., IEEE Conf. Control Applications, pp. 220-225, 1992.
- [5] D.A. Schumacher, "Rapid Response Missile Pitch to Trim Flight Control using Sliding Modes," Proc., IEEE CDC, pp. 3854-3859, 1994.
- [6] R.A. Hull and Z. Qu, "Design and Evaluation of Robust Nonlinear Missile Autopilots from a Performance Perspective." Proc., ACC, pp. 189-193, 1995.

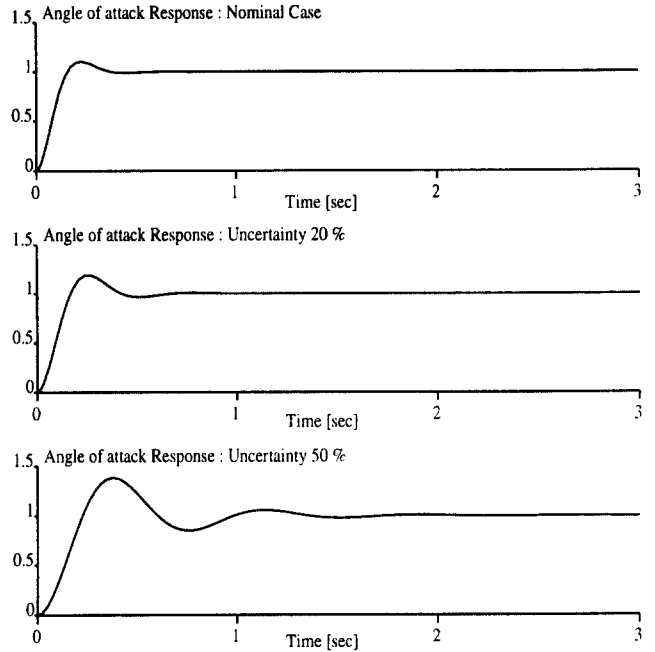


그림 1. NDI 제어기에 의한 받음각 응답특성
Fig. 1. Angle of attack Response via NDI Controller

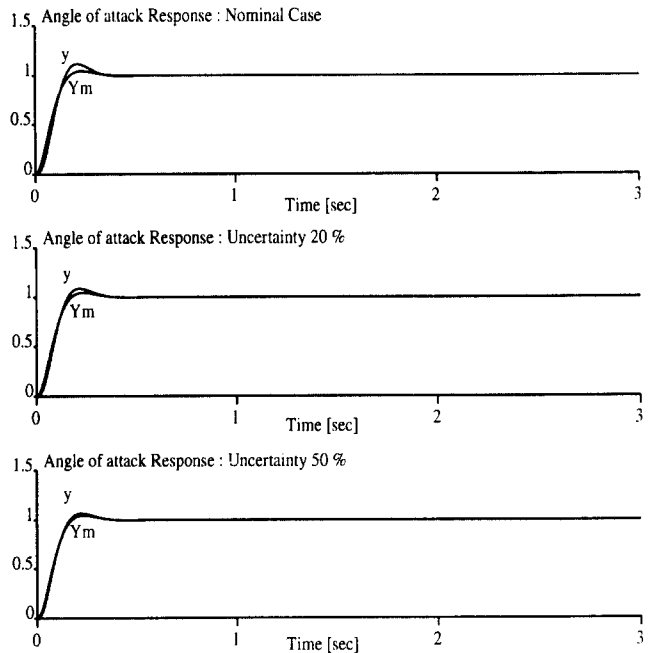


그림 2. 견실한 NDI 제어기에 의한 받음각 응답특성
Fig. 2. Angle of attack Response via Robust NDI Controller