

외란 적응 제어를 적용한 미사일 비선형 제어

Nonlinear Model Inversion Missile Control with Disturbance Accommodating Control

°조현식*, 김인중*, 김진호*

인하대학교 항공우주공학과*

Abstracts This paper combines the disturbance accommodating control(DAC) and nonlinear model inversion control for a skid-to-turn(STT) missile. The missile autopilot may be designed to be robust with respect to a variety of uncertainties. We proposes the two step control design method. Nonlinear model inversion control is used as the main design method. Due to the model uncertainties and external disturbances, the exact nonlinear model inversion can not be achieved. DAC is designed to detect, to identify and to compensate these uncertainties. DAC's disturbance observer is linear. Thus it is easy to implement. It does not cause the convergence problem due to coexistence between the modeling uncertainties and external disturbances. 6 DOF simulation results show that the proposed method may improve the missile tracking performance.

Keywords DAC, STT, Nonlinear Model Inversion Control, Missile Autopilot Control

1. 개요

미사일 자동 조종 장치는 모델 불확실성과 외란에도 불구하고 전 비행 영역에 걸쳐 안정도와 성능을 만족시켜야 한다. LQR, LQG, LTR 등과 같은 현대 제어 방법이 MIMO 시스템에 대해서 설계되었지만, 잡음이나 외란에 대한 민감도, 불확실성에 대한 견실성, 제어 시스템의 복잡성, 비최소 위상 등에 적절히 대처할 수 없다[4].

본 논문에서는 STT 미사일의 6자유도 비선형 동역학과 운동학에 대한 비선형 모델 역변환 제어기와 비례유도항법의 제어 시스템에 외란이 발생할 경우 외란 감쇠를 위한 외란 적응 제어기를 설계하였다.

1.1 동역학, 운동학 방정식

추력 소실 후 STT 미사일의 6자유도 비선형 동역학, 운동학 방정식은 다음과 같다[1].

$$m(\dot{u} + qw - rv) = F_x + G_x \quad (1)$$

$$m(\dot{v} + ru) = F_y + G_y \quad (2)$$

$$m(\dot{w} - qu) = F_z + G_z \quad (3)$$

$$I_{xx}\dot{p} = 0 \quad (4)$$

$$I_{yy}\dot{q} = M \quad (5)$$

$$I_{zz}\dot{r} = N \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = p + \dot{\psi} \sin \theta \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (8)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_I = C_B^I \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_B \quad (10)$$

$$C_B^I = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 u, v, w 는 미사일 속도, p, q, r 은 미사일 각속도, F_x, F_y, F_z 는 공기력, G_x, G_y, G_z 는 중력, ϕ, θ, ψ 는 오일러 자세각, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$, $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ 이다.

반음각 $\alpha = \frac{w}{u}$, 옆미끄럼각 $\beta = \frac{v}{w}$ 로 정의할 때, 피치가 속도, 요가속도는 다음과 같다.

$$\dot{A}_z = Z_\alpha \alpha + Z_{\delta_q} \delta_q \quad (12)$$

$$\dot{A}_y = Y_\beta \beta + Y_{\delta_r} \delta_r \quad (13)$$

$$\dot{A}_z = Z_\alpha \left\{ (1 + \alpha^2) q - \beta p - \alpha \beta r + \frac{A_z}{u} \right\} \quad (14)$$

$$\dot{A}_y = Y_\beta \left\{ -(1 + \beta^2) r + \alpha p + \alpha \beta q + \frac{A_y}{u} \right\} \quad (15)$$

1.2 비선형 모델 역변환 제어

Fast Dynamics의 상태 변수는 p, q, r 이고, Slow Dynamics의 상태 변수는 A_z, A_y, ϕ 이다.

• Slow Dynamics

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_z \\ \dot{A}_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{A_z}(\mathbf{x}) \\ F_{A_y}(\mathbf{x}) \\ F_\phi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + Q_1(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + Q_2(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_q \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

모델 역변환을 통해서 명령 각속도를 구한다.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}_{cmd} = Q_1^{-1}(\mathbf{x}) \left(\begin{bmatrix} \dot{A}_z \\ \dot{A}_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}_{des} - \begin{bmatrix} F_{A_z}(\mathbf{x}) \\ F_{A_y}(\mathbf{x}) \\ F_\phi(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \right)$$

$$+Q_1^{-1}(\mathbf{x})Q_2(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_q \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서 $\dot{A}_{z_{des}}, \dot{A}_{y_{des}}, \dot{\phi}_{des}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{A}_{z_{des}} = \omega_{A_z} (A_{z_{cmd}} - A_z) \quad (18)$$

$$\dot{A}_{y_{des}} = \omega_{A_y} (A_{y_{cmd}} - A_y) \quad (19)$$

$$\dot{\phi}_{des} = \omega_{\phi} (\phi_{cmd} - \phi) \quad (20)$$

• Fast Dynamics

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p(\mathbf{x}) \\ F_q(\mathbf{x}) \\ F_r(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + Q(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_q \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (21)$$

모델 역변환에 의해서 조종면 명령 변위각을 구한다.

$$\begin{bmatrix} \delta_p \\ \delta_q \\ \delta_r \end{bmatrix}_{cmd} = Q^{-1}(\mathbf{x}) \left(\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix}_{des} - \begin{bmatrix} F_p(\mathbf{x}) \\ F_q(\mathbf{x}) \\ F_r(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \right) \quad (22)$$

여기서 $\dot{p}_{des}, \dot{q}_{des}, \dot{r}_{des}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{p}_{des} = \omega_p (p_{cmd} - p) \quad (23)$$

$$\dot{q}_{des} = \omega_q (q_{cmd} - q) \quad (24)$$

$$\dot{r}_{des} = \omega_r (r_{cmd} - r) \quad (25)$$

1.3 유도 법칙

비례 항법 유도 법칙은 다음과 같다[1].

$$A_c = N' V_c \dot{\lambda} \quad (26)$$

중력의 영향을 고려하여 명령 가속도를 접근 속도(V_c), 도달 시간(t_{go}), 상대거리, 상대속도로 표현하면 식(27)와 같다.

$$A_c = \frac{N'}{t_{go}} \left(\dot{R}_{MT}^b + \frac{R_{MT}^b}{t_{go}} \right) - g_{bias} \quad (27)$$

여기서 $g_{y_{bias}}$ 와 $g_{z_{bias}}$ 는 식(28),(29)와 같다.

$$g_{y_{bias}} = (\cos \theta \sin \phi \cos \beta) g \quad (28)$$

$$g_{z_{bias}} = (\cos \theta \cos \phi \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha) g \quad (29)$$

2. 외란 적응 제어

미사일에 작용하는 외란에는 돌풍, 추력 오정렬, 무게 중심 오차, 비대칭 항력 등이 있다. 이러한 외란의 크기를 알고 있다면, DAC를 설계하여 외란을 감쇠시킬 수 있다. DAC는 신호 합성 개념의 적응 제어 기법으로서 외란 및 모델의 불확실성을 사전에 정한 기저 함수의 선형 결합으로 가정하여 이를 추정 및 제어한다. DAC에서 외란을 추정하기 위한 기저 함수는 시간에 대한 다항식이나 초월함수 등을 이용한다[2].

2.1 이론적 배경

외란(w)이 가해지는 선형시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu_c + Fw_d \quad (30)$$

$$y = Cx \quad (31)$$

이때 시스템에 대한 입력을 다음과 같이 분산화시킨다.

$$u_c = u_d + u_p \quad (32)$$

이는 각각 외란 제거(u_d), 원하는 궤적(u_p)을 위한 입력으로, u_p 는 1.2에서 제시한 비선형 모델 역변환 제어로 설계하고, u_d 는 외란을 기저 함수(f_{ij})의 선형결합으로 가정하여 설계한다.

$$w_{d(i)}(t) = c_{i1}f_{i1}(t) + c_{i2}f_{i2}(t) + \dots + c_{im}f_{im}(t) \quad (33)$$

여기서, c_{ij} 는 무작위 변화가 가능한 계수이다.

외란은 상태변수 z 을 이용하여 식(34),(35)과 같이 표현할 수 있다.

$$w_d(t) = H(t)z \quad (34)$$

$$\dot{z} = D(t)z + \sigma(t) \quad (35)$$

이때, 식(36)의 조건을 만족하는 $\Gamma_d(t)$ 가 존재하면, 식(37)과 같이 제어입력을 구성할 수 있다.

$$F(t)H(t) \equiv B(t)\Gamma_d(t) \quad (36)$$

$$u_d = -\Gamma_d(t)\hat{z}(t) \quad (37)$$

여기서, z 의 추정자인 \hat{z} 는 선형 관측기로 실시간 관측가능하다.

식(37)와 같은 제어기를 구성하기 위한 조건이 B 행렬의 Rank가 시스템 상태 벡터의 차원과 같아야 한다는 것은 실제 시스템에서 매우 무리한 조건이다. 외란이 모든 상태 변수에 직접 입력되고, 불확실성이 시스템 행렬의 모든 변수에서 발생할 경우, 제어기의 수는 상태 벡터 차원만큼 필요하게 된다. 그러나, 실제로 외란이나 불확실성은 모든 변수에서 발생하지 않고 몇몇의 상태 변수만 직접 영향을 주므로 이 조건은 완화된다.

2.2 외란 모델

본 논문에서는 외란을 계단입력으로 가정하여 미사일 속도 성분 v, w 에 짧은 시간동안 적용하였다.

기저 함수를 시간의 다항식으로 가정하여 외란을 다음과 같이 구성한다.

$$w_{d(i)}(t) = c_{i1} + c_{i2}t + c_{i3}t^2, \quad i = 1, 2 \quad (38)$$

식(34),(35)에 의해서 $H(t), D(t)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$z_i = [z_{i1} \quad z_{i2} \quad z_{i3}]^T \quad (39)$$

$$H_i = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (40)$$

$$D_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

2.3 관측기 설계

식(30),(31)에서 가정한 외란의 영향을 추정하기 위하여 각 식(42),(43)과 같은 상태 공간 모델로 재구성한다.

$$\dot{x} = f(x, p, q, r) + Gu + Fw \quad (42)$$

$$y = Cx \quad (43)$$

식(35)에서 z 를 추정하는 관측기를 다음과 같이 구성한다.

$$\dot{\hat{z}} = D\hat{z} - k_0(z - \hat{z}) \quad (44)$$

식(44)에서 k_0 는 관측기가 충분히 빠른 속도로 외란을 추정하도록 선택되는 이득이다. 그러나, z 는 관측되지 않는 상태이므로, 위 식을 그대로 관측기로 사용하기에는 부적당하다. 식(45)과 같이 새로운 상태 변수 Q 를 정의하고, 식(46)와 같이 이득 k_0 를 선택하면 식(44)은 식(47)와 같이 변형된다.

$$Q \equiv \hat{z} - k_1 y \quad (45)$$

$$k_0 = -k_1 F H \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= (D + k_0)\hat{z} - k_1\{f(x, p, q, r) + Gu\} \\ &= (D + k_0)Q + \{(D + k_0)k_1 y \\ &\quad - k_0 f(x, p, q, r) - k_0 Gu\} \end{aligned} \quad (47)$$

따라서, 추정된 외란은 식(48)과 같고, 제어 입력 u_d 는 식(49)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{w} &= H\hat{z} \\ &= H(Q + k_1 y) \end{aligned} \quad (48)$$

$$u_d = -\dot{w} \quad (49)$$

3. 시뮬레이션 결과

그림 1.은 미사일과 표적의 동역학 및 운동학에 대한 제어 시스템을 위한 시뮬레이션 블록이다. 시뮬레이션 초기값은 초기 속도를 600m/sec. 초기 고도의 차이를 500m, 초기 x 방향의 차이를 1000m로 설정했다. 외란은 시뮬레이션 시작 후 1.5 ~ 3초 동안 y, z 축에 계단 입력 형태로 발생한다.

그림 2.는 외란이 없는 경우의 명령 가속도(-)와 출력 가속도(-)로, 이때 거리 오차(Miss Distance)는 1.4m이다. 그림 3.은 DAC 작동없이 외란이 작용할 때의 명령 가속도(-)와 출력 가속도(-)이다. 초기의 명령 가속도에 대한 출력 가속도의 반응에 비최소위상이 존재한다. 외란 작용 후에 명령 가속도의 변화가 발생하고, 출력 가속도가 명령 가속도를 따르지 못하며, 이때 거리 오차는 35.05m이다. 그림 4.는 DAC에 의해서 외란이 감쇠될 때의 명령 가속도(-)와 출력 가속도(-)로, 이때 거리 오차는 0.45m이다. 그림 5.와 그림 6.은 DAC 적용시의 조종면 변위각과 각속도를 나타낸 것이고, 그림 7.은 미사일과 표적의 기동이다.

4. 결론

본 논문에서는 추력 소실 후 비행하는 STT 미사일의 자동 조종 장치 제어를 비선형 모델 역변환 제어 기법으로 구성하였으며 외란의 영향을 감쇠하기 위해서 DAC을 이용하여 관측기를 구성하였다.

후 기

본 연구는 1996년도 자동화특화센터 연구비에 의해서 수행되었습니다.

참고 문헌

- [1] J.H.Blakelock, *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, U.S.A.
- [2] C.D.Johnson, *A New Approach to Adaptive Control*, Academic Press, 1983.
- [3] J.Kim, "Disturbance Accommodating Sliding Mode Control", *Proc. of American Control Conference*, 1992. p.888 - p.890
- [4] "Missile Autopilot Control", NSWIC Internal Report.
- [5] J.Kim and J.Jang, "Nonlinear Model Inversion Control for Bank-To-Turn Missile", *Proc. of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 1995. p.1308 - p.1315

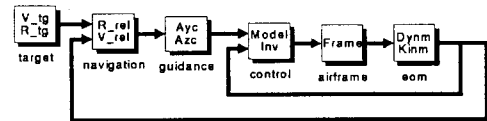


그림 1. 미사일 시뮬레이션 블록
Fig. 1. Missile Integrated Simulation Block

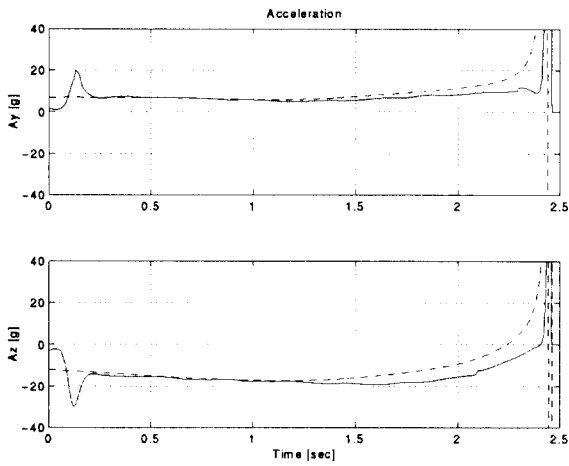


그림 2. 명령 가속도와 출력 가속도 (외란 없음)
 Fig. 2. Commanded and Achieved Acceleration (Without Disturbance)

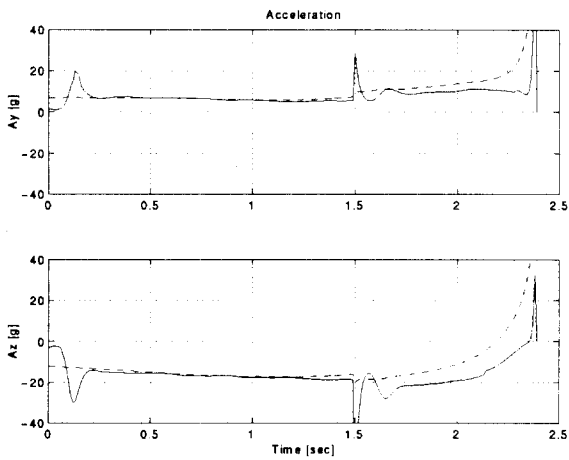


그림 3. 명령 가속도와 출력 가속도 (DAC 없음)
 Fig. 3. Commanded and Achieved Acceleration (Without DAC)

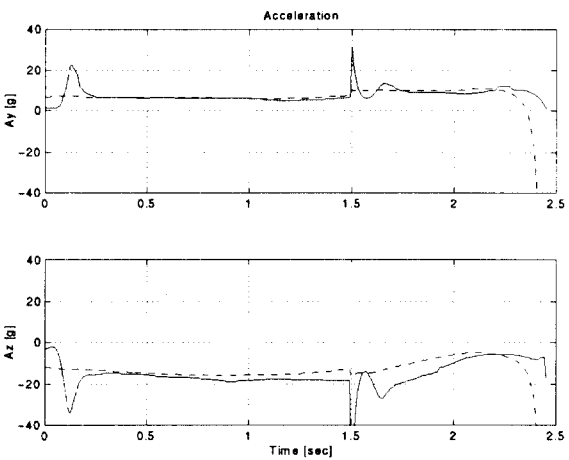


그림 4. 명령 가속도와 출력 가속도 (DAC 적용)
 Fig. 4. Commanded and Achieved Acceleration (With DAC)

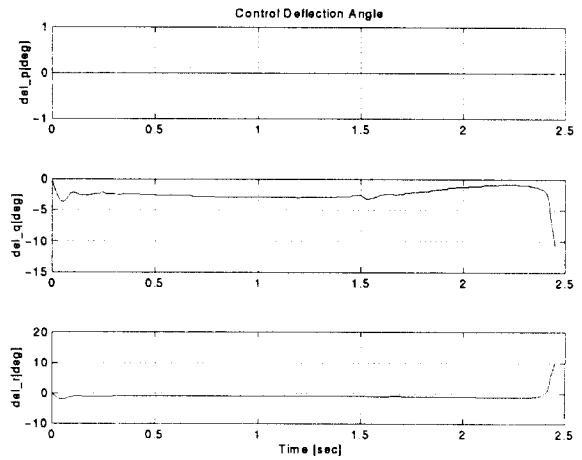


그림 5. 조종면 변위각 (DAC 적용)
 Fig. 5. Control Deflection Angle (With DAC)

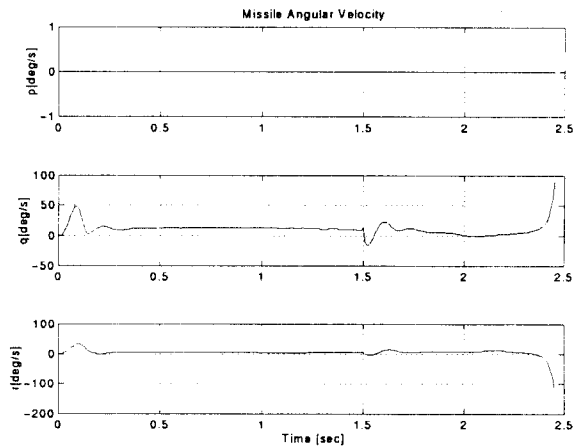


그림 6. 미사일 각속도 (DAC 적용)
 Fig. 6. Missile Angular Velocity (With DAC)

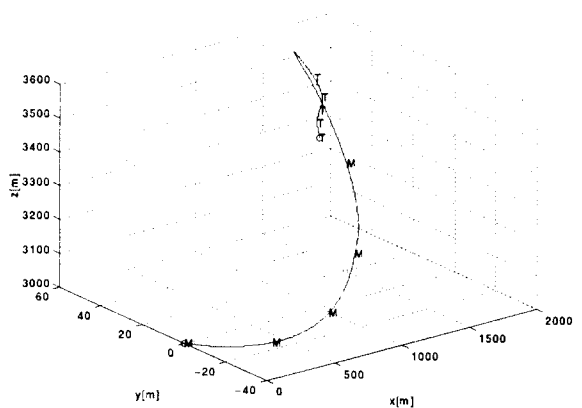


그림 7. 미사일과 표적의 이동 궤적 (DAC 적용)
 Fig. 7. Loci of Missile and Target (With DAC)