

헬리콥터 자세안정 가변구조제어기 설계

Stabilizing Variable Structure Controller Design of Helicopter

°소일영, 임규만, 함운철

전북대학교 전자공학과(Tel:0652-70-2409; Fax:+82-0652-70-2400; E-mail:Woonchul@moak.conbuk.ac.kr)

Abstracts *In this paper, we derive dynamic equation of helicopter and design controller based on variable structure system. It is difficult to control helicopter because it has non-linear coupling between input and output of system and is MIMO system. The design of control law is considered here using variable structure methodology giving the robustness to parameter variations and invariance to some subsets of external disturbance. However we derive dynamic equations of helicopter and design stabilizing variable structure controller. Also, simulation results are given in this paper.*

Keywords Helicopter dynamic equations, Hovering, Variable Structure Controller

NOMENCLATURE

$\psi(t)$: roll angle
$\theta(t)$: pitch angle,
$\alpha_1(t)$: attack angle of main rotor
$\alpha_2(t)$: attack angle of tail rotor
${}^wR_b(t)$: rotational matrix of body attached coordinate system with respect to world coordinate system
${}^bR_{mr}(t)$: rotational matrix between main rotor coordinate system and body attached coordinate system
r_m	: radius of main rotor
r_t	: radius of tail rotor
J_b	: the moment of inertia
m_b	: mass of helicopter
$\omega(t)$: angular velocity of helicopter
$\tau(t)$: total torque of helicopter
$f(t)$: force
$p(t)$: position of helicopter's center of gravity

1. 서론

헬리콥터는 전진비행과 후진비행, 특히 정지비행과 수직 이착륙을 할 수 있다. 비행기와는 달리 헬리콥터는 큰 로우터를 스스로 회전시킴으로서 활주로 없이 양력을 얻어야 하기 때문에 많은 기술이 요구 되었으며, 또한 시스템의 입출력간에 비선형 연계성을 가지고 있으면서 다중입출력 시스템 이기 때문에 제어를 하기가 어렵다.

기존의 동역학 방정식에 관한 연구는 Airfoil 이론에 의한 공기력의 발생에 관한 연구와 Chopra가 회전익의 안정도를 분석하기 위해서 rigid blade와 flexible blade에 대해서 각각 Flap-lag-tortion 운동방정식을 유도하고 안정도를 분석하였다.[1] 그러나 이 모든 현상을 고려하여 헬리콥터의 자세안정 제어기를 설계하기는 동역학 방정식이 너무 복잡하며 어려웠던데 정확한 후류모델등은 아직도 미개척 분야인 상태이다. 따라서 본 논문에서는 Flap-lag-tortion 방정식을 고려하지 않고 정지 비행시의 경우로 가정하여 동역학 방정식을 유도하며 여기에 제어기를 설계하여 적용하고자 한다.

현재 헬리콥터의 제어기를 설계하려는 연구가 세계적으로 활발히 진행중에 있는데 그중에서도 특히 A. J. Fossard[2], C. M. Dorling과 A. S. I. Zinober[3][4][5] 등은 가변구조 제어에 근거한 제어기를 설계하였으며, P. Apkarian, C. Champetier, J. F. Magni, C. Sambalancat[6][7][8]등은 output feedback control law에 근거한 제어기를 설계하였다.

본 논문에서는 먼저 정지 상태에서 헬리콥터의 동역학 방정식을 유도하고 가변 구조 제어 이론을 이용하여 헬리콥터 자세안정 제어기를 설계하고자 한다.

본 논문의 전체적인 구성은 다음과 같다.

제 2장에서는 헬리콥터의 동역학 방정식을 유도하고 제 3장에서는 가변구조제어 이론을 이용한 자세안정 제어기를 설계하였으며, 제 4장에서 시뮬레이션을 통하여 타당성을 검증하였다. 마지막으로 제 5장에서는 결론을 맺었다.

2. 헬리콥터 동역학 방정식

2.1 서론

본 절에서는 서론에서 언급한바와 같이 정지상태에서의 동역학 방정식을 유도하기로 한다. 따라서 헬리콥터의 동역학 방정식을 유도하기 이전에 다음과 같이 가정을 하였다.

여기에서 ${}^bR_{mr}(t)$ 은 헬리콥터의 주회전의 좌표계와 기체축계 (x_b, y_b, z_b) 와 사이의 회전행렬이다.

나. 토오크의 분석

기체축계에 대한 꼬리회전익의 토오크는 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) = g_{fl} l \Omega(t)^2 \alpha_2(t) \frac{\pi r_l^4}{2} \mathbf{a}_{bz} \quad (10)$$

주회전익의 토오크를 구하면 주회전익의 미소힘 $d\mathbf{f}_{mrb}(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있으며

$$d\mathbf{f}_{mrb}(t) = \begin{bmatrix} -\sin\theta \cos\phi \\ \sin\phi \\ -\cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} g_{fm} \Omega(t)^2 \alpha_1(t) r_m^3 dr d\phi \quad (11)$$

미소 토오크 $d\boldsymbol{\tau}_{mrb}(t)$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$d\boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) = \mathbf{p}_b \times d\mathbf{f}_{mrb}(t) \quad (12)$$

따라서 주회전익의 토오크는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) &\equiv \int d\boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) \\ &= \begin{bmatrix} -e \\ 0 \\ -d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\sin\theta \cos\phi \\ \sin\phi \\ -\cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} g_{fm} \Omega(t)^2 \alpha_1(t) \frac{\pi r_m^4}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

위의 주회전익과 꼬리회전익의 토오크를 사용함으로써 다음과 같은 기체축계에 대한 회전 동력학식을 유도할 수 있다.

$$J_b \dot{\boldsymbol{\omega}}_b(t) = \boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) + \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) \quad (14)$$

2.4 좌표계 사이의 관계

기준계와 기체축계에 대한 헬리콥터의 각속도를 $\boldsymbol{\omega}_w(t)$ 와 $\boldsymbol{\omega}_b(t)$ 라고 하자. 이때 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\boldsymbol{\omega}_w(t) = {}^wR_b(t) \boldsymbol{\omega}_b(t) \quad (15)$$

여기에서

$$\boldsymbol{\omega}_w(t) = \begin{bmatrix} \omega_x(t) \\ \omega_y(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_b(t) = \begin{bmatrix} \omega_{bx}(t) \\ \omega_{by}(t) \\ \omega_{bz}(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

또한 다음과 같은 관계로 부터

$${}^wR_b(t) {}^wR_b(t)^{-1} = I \quad (17)$$

다음의 방정식이 유도될 수 있다.

$${}^w\dot{R}_b(t) {}^wR_b(t)^{-1} + {}^wR_b(t) {}^w\dot{R}_b(t)^{-1} = 0 \quad (18)$$

만약 다음과 같은 행렬 $S(\boldsymbol{\omega}_w(t))$ 를 설정하면

$$S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

다음의 방정식이 성립한다.

$${}^w\dot{R}_b(t) = S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) {}^wR_b(t) \quad (20)$$

식 (14), (15), (18), (20)으로부터 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J_b [{}^wR_b(t)^{-1} \boldsymbol{\omega}_w(t)] &= J_b [{}^w\dot{R}_b(t) \boldsymbol{\omega}_w(t) + {}^wR_b^{-1}(t) \dot{\boldsymbol{\omega}}_w(t)] \\ &= J_b [-{}^wR_b^{-1}(t) S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) \boldsymbol{\omega}_w(t) + {}^wR_b^{-1}(t) \dot{\boldsymbol{\omega}}_w(t)] \\ &= \boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) + \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

따라서

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}}_w(t) - S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) \boldsymbol{\omega}_w(t) &= {}^wR_b(t) J_b^{-1} [\boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) + \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t)] \end{aligned} \quad (22)$$

2.5 헬리콥터 동력학 방정식의 정리

지금까지 헬리콥터의 동력학 방정식을 유도하였다. 지금까지의 내용을 정리하면 다음과 같다.

$$m \dot{\mathbf{p}}_w(t) = m \mathbf{g} + {}^wR_b(t) [{}^bR_{mr}(t) \mathbf{f}_{mr}(t) + \mathbf{f}_{lrb}(t)] \quad (23)$$

$${}^w\dot{R}_b(t) = S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) {}^wR_b(t) \quad (24)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_w(t) = {}^wR_b(t) J_b^{-1} [\boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) + \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t)] \quad (25)$$

여기에서

$$\mathbf{f}_{mr}(t) = -g_{fm} \Omega(t)^2 \alpha_1(t) \frac{\pi r_m^4}{2} \mathbf{a}_{mrz} \quad (26)$$

$$\mathbf{f}_{lrb}(t) = -g_{fl} \Omega(t)^2 \alpha_2(t) \frac{\pi r_l^4}{2} \mathbf{a}_{lby} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{lrb}(t) = -g_{fl} l \Omega(t)^2 \alpha_2(t) \frac{\pi r_l^4}{2} \mathbf{a}_{l bz} \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) = \begin{bmatrix} d \sin\phi \\ -e \cos\theta \cos\phi + d \sin\theta \cos\phi \\ -e \sin\phi \end{bmatrix} g_{fm} \Omega(t) \alpha_1(t) \frac{2\pi r_m^4}{4} \quad (29)$$

3. 제어기 설계

헬리콥터가 공중에서 자세를 고정시키면서 제자리 비행을 하려면 식 (23), (24), (25)를 모두 고려한 제어를 해야한다. 그러나 본 논문에서는 식 (24)와 식 (25)만을 고려하여 헬리콥터의 자세를 유지하도록 하는 제어기를 설계하겠다.

본 논문에서 고려할 동력학 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$${}^w\dot{R}_b(t) = S(\boldsymbol{\omega}_w(t)) {}^wR_b(t) \quad (30)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_w(t) = {}^wR_b(t) J_b^{-1} \boldsymbol{\tau}(t) \quad (31)$$

여기에서 $\boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{\tau}_{mrb}(t) + \boldsymbol{\tau}_{lrb}(t)$ 이다.

시간이 흐름에 따라서 ${}^wR_b(t)$ 가 I 가 되도록 하면 된다.

즉,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} {}^wR_b(t) = I \quad (32)$$

여기에서 ${}^wR_b(t)$ 가 I 가 된다는 것은 헬리콥터가 자세를 바로 세우고 있다는 것이다. 따라서 우리는 항상 ${}^wR_b(t)$ 를 I 가 되도록 제어를 하면 된다. 제어기를 설계하기 위한 방법은 다음과 같이 2단계로 나누었다.

STEP 1. $\boldsymbol{\omega}_w(t)$ 를 찾는다.

첫번째로 ${}^wR_b(t) = I$ 로 만드는 $\boldsymbol{\omega}_w(t)$ 를 찾기 위하여 다음과 같은 평가함수 J 를 설정한다.

$$J = \text{tr} [({}^wR_b(t) - I)({}^wR_b(t) - I)^T] \quad (33)$$

J 를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같은 식을 얻으며

$$\frac{d}{dt} J = \frac{d}{dt} \text{tr} [({}^wR_b(t) - I)({}^wR_b(t) - I)^T]$$

$$\begin{aligned}
&= \text{tr} \left[\frac{d}{dt} \left[({}^w R_b(t) - I) ({}^w R_b(t) - I)^T \right] \right] \\
&= \text{tr} \left[S(\omega_w(t)) - S(\omega_w(t)) {}^w R_b(t) \right. \\
&\quad \left. + S(\omega_w(t)) - {}^w R_b(t)^T S(\omega_w(t))^T \right] \\
&= \text{tr} \left[-2S(\omega_w(t)) {}^w R_b(t) \right] \quad (34)
\end{aligned}$$

따라서 $\text{tr}[-2S(\omega_w(t)) {}^w R_b(t)]$ 가 음이 되도록 $\omega_w(t)$ 를 설정하면 된다.

$$\begin{aligned}
&\text{tr} \left[S(\omega_w(t)) {}^w R_b(t) \right] \\
&= \text{tr} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} R_{11}(t) & R_{12}(t) & R_{13}(t) \\ R_{21}(t) & R_{22}(t) & R_{23}(t) \\ R_{31}(t) & R_{32}(t) & R_{33}(t) \end{bmatrix} \\
&= \omega_z(t) (R_{12}(t) - R_{21}(t)) \\
&\quad + \omega_y(t) (R_{31}(t) - R_{13}(t)) \\
&\quad + \omega_x(t) (R_{23}(t) - R_{32}(t)) \quad (35)
\end{aligned}$$

따라서 식 (35)가 항상 양이 되도록 하는 $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$, $\omega_z(t)$ 를 다음과 같이 설정한다. 여기에서 k_x , k_y , k_z 는 양수이다.

$$\omega_x(t) = k_x (R_{23}(t) - R_{32}(t)) \quad (36a)$$

$$\omega_y(t) = k_y (R_{31}(t) - R_{13}(t)) \quad (36b)$$

$$\omega_z(t) = k_z (R_{12}(t) - R_{21}(t)) \quad (36c)$$

STEP 2. $\tau(t)$ 를 찾는다.

식 (36)이 만족되면 ${}^w R_b(t)$ 는 I 로 수렴한다. 따라서 식 (36)을 만족시키는 $\tau(t)$ 를 VSS 방식을 이용하여 찾도록 한다.

먼저 다음과 같은 슬라이딩 평면 $s(t)$ 를 설정한다.

$$s(t) = \begin{bmatrix} s_x(t) \\ s_y(t) \\ s_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x(t) - k_x (R_{2,3} - R_{3,2}) \\ \omega_y(t) - k_y (R_{3,1} - R_{1,3}) \\ \omega_z(t) - k_z (R_{1,2} - R_{2,1}) \end{bmatrix} \quad (37)$$

제어의 목적은 상태가 유한시간내에 슬라이딩 평면에 도달하도록 $\tau(t)$ 를 설계하는 것이다. 즉, 다음과 같은 식들이 만족하도록 $\tau(t)$ 를 설정한다.

$$s_x(t) \dot{s}_x(t) < -|\eta| s_x(t) \quad (38a)$$

$$s_y(t) \dot{s}_y(t) < -|\eta| s_y(t) \quad (38b)$$

$$s_z(t) \dot{s}_z(t) < -|\eta| s_z(t) \quad (38c)$$

새로운 슬라이딩 평면을 다음과 같이 설정한다.

$$\sigma(t) = \begin{bmatrix} \sigma_x(t) \\ \sigma_y(t) \\ \sigma_z(t) \end{bmatrix} = J_b {}^w R_b^T(t) \begin{bmatrix} s_x(t) \\ s_y(t) \\ s_z(t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

상태가 유한시간내에 식 (41)의 슬라이딩 평면에 도달한다면 상태가 유한시간내에 식 (40)의 슬라이딩 평면에도 도달한다고 할 수 있다. 새로운 슬라이딩 평면에 대하여 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\sigma}_x(t) \\ \dot{\sigma}_y(t) \\ \dot{\sigma}_z(t) \end{bmatrix} &= J_b {}^w \dot{R}_b(t)^T \begin{bmatrix} s_x(t) \\ s_y(t) \\ s_z(t) \end{bmatrix} \\
&\quad + J_b {}^w R_b(t)^T \begin{bmatrix} \dot{s}_x(t) \\ \dot{s}_y(t) \\ \dot{s}_z(t) \end{bmatrix} \\
&= J_b {}^w R_b(t)^T S(\omega(t))^T \begin{bmatrix} s_x(t) \\ s_y(t) \\ s_z(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$+ J_b {}^w R_b^T(t) \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x(t) - k_x (\dot{R}_{2,3} - \dot{R}_{3,2}) \\ \dot{\omega}_y(t) - k_y (\dot{R}_{3,1} - \dot{R}_{1,3}) \\ \dot{\omega}_z(t) - k_z (\dot{R}_{1,2} - \dot{R}_{2,1}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$\sigma^T \dot{\sigma}$ 를 항상 0보다 작도록 만들기 위해서 입력 $\tau(t)$ 를 다음과 같이 설계하였다. 여기에서 k_1 , k_2 , k_3 는 모두 양수이다.

$$\begin{aligned}
\tau(t) &= J_b {}^w R_b^T(t) \begin{bmatrix} k_x (\dot{R}_{2,3} - \dot{R}_{3,2}) \\ k_y (\dot{R}_{3,1} - \dot{R}_{1,3}) \\ k_z (\dot{R}_{1,2} - \dot{R}_{2,1}) \end{bmatrix} \\
&\quad - \begin{bmatrix} J_b {}^w \dot{R}_b^T(t) S(\omega(t))^T s \\ - \begin{bmatrix} k_1 \text{Sign}|\sigma_x| \\ k_2 \text{Sign}|\sigma_y| \\ k_3 \text{Sign}|\sigma_z| \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (41)
\end{aligned}$$

지금까지 헬리콥터의 자세를 유지하도록 만드는 입력 $\tau(t)$ 를 찾았다. 그러나 실제 입력은 $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\Omega(t)$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 이므로 다음의 관계식에서 실제 입력 $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\Omega(t)$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 와 $\tau(t)$ 와의 관계식을 찾도록 한다.

$$\tau(t) = F(\theta(t), \phi(t), \Omega(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t)) \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(t) \\ \phi(t) \\ \Omega(t) \\ \alpha_1(t) \\ \alpha_2(t) \end{bmatrix} = F^{-1} \begin{bmatrix} \tau_x(t) \\ \tau_y(t) \\ \tau_z(t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

식 (42)와 같이 토크를 실제 입력 $\theta(t)$, $\phi(t)$, $\Omega(t)$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 의 함수 $F(\cdot)$ 라고 하면 실제 입력은 식 (43)과 같이 F^{-1} 를 구함으로써 찾을 수 있다.

다음 그림 3에서 본 논문에서 설계할 제어시스템의 구성을 블록다이어그램으로 나타내었다.

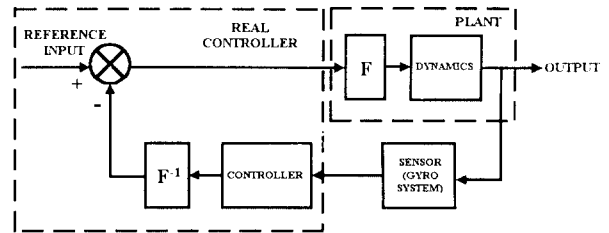


그림 3 제어기 시스템 구성도

4. 시뮬레이션

시뮬레이션을 하기위한 모델의 변수값을 표 1과 같이 설정하였으며 그에대한 시뮬레이션 결과를 그림 4, 5, 6, 7에 나타내었다.

변 수	값	변 수	값
g_m	0.01 (kg/m ³)	e	0.01 (m)
g_n	0.005 (kg/m ³)	d	0.22 (m)
r_m	0.78 (m)	l	0.96 (m)
r_r	0.135 (m)	Ω	2400 (rpm)

표 1. 헬리콥터의 매개변수 값

그림 4에서 헬리콥터의 회전행렬을 보여주고 있다. 처음에는 헬리콥터를 x축으로 10°, y축으로 15°, z축으로 20° 회전시

켜놓았다. 그러나 시간이 지나면서 회전행렬 ${}^wR_{b,1,1}$, ${}^wR_{b,2,2}$, ${}^wR_{b,3,3}$ 의 값이 모두 1로 수렴함을 알 수 있다. 즉 헬리콥터가 자세를 바로 세우고 있는 것을 알 수가 있다.

그림 5는 슬라이딩 평면의 과형을 나타내고 있으며, 그림 6. 7에서는 각각 실제 입력 $\theta(t)$, $\psi(t)$, $\Omega(t)\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 의 과형을 나타내고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 헬리콥터의 속도를 무시하고, 즉 정지비행시의 헬리콥터에 대해서 동력학 방정식을 유도하고 가변 구조 제어 이론을 이용하여 자세안정화 제어를 설계하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 본 논문에서 유도한 헬리콥터 동력학 방정식의 총 변수는 모두 12개이지만 제어기는 각도와 각속도만을 고려한 제어를 설계하였다. 제어기의 설계는 가변구조 제어 이론을 이용하여 설계 하였으며 본 논문에서 제안한 알고리즘으로 시뮬레이션을 수행한 결과 빠른 시간내에 헬리콥터의 자세가 안정화 되었음을 쉽게 확인할 수가 있었다. 그러나 그림에서 알 수 있듯이 채터링의 발생으로 인하여 실제 구현상에는 문제점이 있으리라 생각된다. 따라서 앞으로 채터링을 줄이기 위한 연구가 좀더 진행되어야 할 것이다. 아울러 위치와 속도를 같이 고려한 제어기의 설계에 대해서도 앞으로 연구할 계획이다.

참고문헌

- [1] Brahamananda Panda, Inderjit chopra, "Flap-lag-tortion Stability in Forward Flight", J. of AHS, Oct. 1985
- [2] A. J. Fossad, "Helicopter Control Law Based on Sliding Mode with Model Following", Int. J. Control. Vol. 48, No. 5, 1221 ~ 1235.
- [3] C. M. Dorling and A. S. Zinober, "Robust Hyperplane Design in Multivariable Variable Structure Control Systems", Int. J. Control, Vol. 48, No. 5, 2043 ~ 2054.
- [4] Dorling, C. M. "The Design of Variable Structure Control Systems: a manual for VASSYD package", 1985, Available from A. S. I. Zinober, University of Sheffield.
- [5] P. Apkarian, C. Champertier and J. F. Magni, "Design of a Helicopter Output Feedback Control Law Using Modal and Structured-Robustness Techniques", Int. J. Control, Vol. 50, No. 4, 1195 ~ 1215, 1989
- [6] C. Champertier, J. F. Magni, and P. Apkarian, "Algebraic Loop Transfer Recovery: an application to the Design of a Helicopter Output Feedback Control Law", America Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1277~1282, 1989.
- [7] "Structure Stability Robustness Improvement by Eigenspace Techniques: a Hybrid Methodology", America Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Vol. 12, No. 2, 162~168, 1987.
- [8] P. Apkarian, C. Samblancat, L. Le Letty, and R. Patton, "A Two-Feedback-Loop Robust Helicopter Controller Based on Eigenspace Techniques and H_∞ Synthesis", Proc. CDC., 3337 ~ 3339, 1990.
- [9] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*.

[10] U. Itkis, *Control Systems of Variable Structure*.

[11] Jean-Jacques and E. Slotine, "Sliding Controller Design for Non-linear Systems", Int. J. Control, Vol. 40, No. 2, 421~434, 1983.

[12] Mark W. Spong, M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*.

[13] Woonchul Ham, "Adaptive Control Based on Explicit Model of Robot Manipulator", IEEE. TRANS. on Automatic Control, Vol. 38, No. 4, April, 1993.

[14] Woonchul Ham, Ju-Jang Lee, "Adaptive Nonlinear Control of One-Link Flexible Arm", IEE/RSJ, 3~7, July 26~30, 1993.

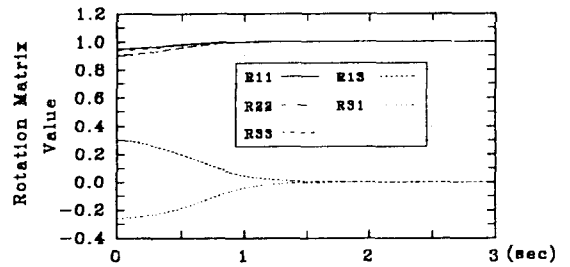


그림 4. 회전행렬

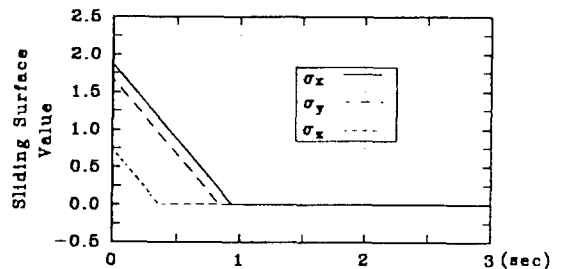


그림 5. 슬라이딩 평면

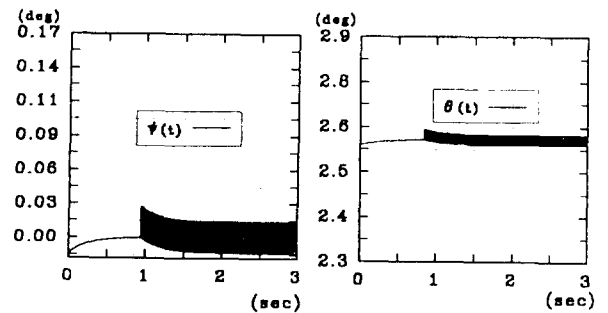


그림 6. 제어입력

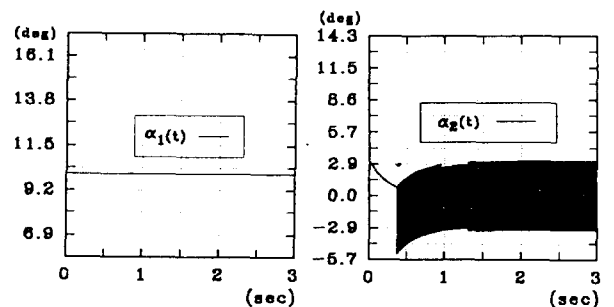


그림 7. 제어입력