

# 타부탐색(Tabu Search)의 확장모델을 이용한 '외판원 문제(Traveling Salesman Problem)' 풀기

고일상

조선대학교 경상대학 경영학과

Tel. (062) 230-6973

isko@ic21a.chosun.ac.kr

## Abstract

In solving the Travel Salesman Problem(TSP), we easily reach local optimal solutions with the existing methods such as TWO-OPT, THREE-OPT, and Lin-Kernighen. Tabu search, as a meta heuristic, is a good mechanism to get an optimal or a near optimal solution escaping from the local optimal. By utilizing AI concepts, tabu search continues to search for improved solutions. In this study, we focus on developing a new neighborhood structure that maintains the feasibility of the tours created by exchange operations in TSP. Intelligent methods are discussed, which keeps feasible tour routes even after exchanging several edges continuously. An extended tabu search model, performing cycle detection and diversification with memory structure, is applied to TSP. The model uses effectively the information gathered during the search process. Finally, the results of tabu search and simulated annealing are compared based on the TSP problems in the prior literatures.

## 1. 서론

타부탐색(Tabu Search)은 1980년대 후반에 Glover를 비롯한 여러 학자들에 의하여 개발되었는데, 지금까지 여러 어려운 조합폭발형 최적화문제들을 푸는데 매우 효과적임을 보여주고 있다. 이미 잘 알려진 모의뜨임(Simulated Annealing)모형이 확률을 이용하여 부분 최적해로부터 탈출을 시도함에 비하여, 타부탐색은 최적해를 찾는 과정속에서 메모리를 이용하여 특정 실행가능지역에 대한 탐색강화(Intensification)와 새로운 실행가능지역에 대한 탐색다양화(Diversification)를 매우 효율적으로 수행하게 된다(Glover and

Laguna, 1993). 그러나, 타부탐색은 메모리를 타부시간, 타부리스트와 빈도(Frequency)등의 기억에만 사용함으로써, 의도하였던 탐색강화와 탐색다양화의 과정속에서 쉽게 싸이클에 빠지고 마는 결점을 가지고 있다. Glover는 이를 극복하기 위해서, 확률적 타부탐색을 제안하고 있지만, 순환만을 방지할 뿐이고 탐색강화와 탐색다양화에는 큰 도움을 주지 못하고 있다.

이 연구는 메모리(Memory)를 지능적으로 싸이클 감지(Cycle Detection)에 사용함과 동시에, 교환(Exchange), 추출사슬(Ejection Chain) 등을 활용하여 새로운 이웃구조(Neighborhood Structure)를 구성하여 외판원문제를 풀어 보고자 한다. 탐색과정 중에서 중요한 정보를 기억하고 활용하는 방법들을 타부탐색속에서 개발한다. 외판원문제를 푸는 과정에서는 부분최적해(Local Optimum)에 이르는 방법들인 TWO-OPT, THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT 등을 활용하여, 실행가능성을 유지하면서 개선이동들을 만들어 내는 새로운 이웃구조(Neighborhood Structure)에 대하여 연구한다. 부분최적해로부터 탈출하여 최적해에 이르러자 하는데 사용되는 모의뜨임 모형과 타부탐색 모형의 실험결과들을 비교한다.

## 2. 외판원문제

외판원문제는  $N$ 개의 도시( $c_1, c_2, \dots, c_n$ )가 주어지고 각 도시에서 다른 모든 도시에 이르는 거리가  $d(c_i, c_j)$ 로 주어졌을 때에 외판원이 각 도시를 한 번씩만 방문하여 출발도시에 다시 되돌아 오는 최소의 거리를 가져오는 여행 경로 즉 도시들의 순서를 구하는 문제이다. 이때에  $A$  도시에서  $B$  도시에 이르는 거리가  $B$  도시에서  $A$  도시까지의 거리와 같다고 가정하면 대칭외판원문제(Symmetric TSP)라고 한다. 외판원문제의 특징은 기존의 방법들을 이용하여 쉽게 부분최적해에 도달하나, 많은 시행후에도 해를 향상시키는 것은 쉽지 않다.

부분최적해로 부터의 탈출이 최대의 관건이 된다. 이를 위하여 다양화를 이용하여 새로운 실행가능영역에서 탐색을 다시 시작하거나, 새로운 이웃구조(Neighborhood Structure)를 이용하여 탈출하는 방법이 있는데, 두 가지 방법의 결합은 필수적이다.

### 3. 타부탐색

타부탐색은 구조가 세개의 기본단계로 구성되는데, 첫째, 초기 실행 가능해의 구성, 둘째, 탐색강화 과정, 셋째, 탐색다양화 과정, 등으로 이루어 진다. 일정한 규칙에 의거하여 초기해가 구성되면, 탐색강화 과정에서는 단기메모리와 중기메모리가 이용된다. 이 과정속에서는 새로이 발생한 이동(Move)들을 단기간 동안 기억하며, 일정기간 동안에는 똑같은 이동들이 다시 발생하지 않도록 타부시간이나 타부 리스트를 만들어 탐색과정에 이용하게 된다. 중기메모리는 현재의 실행가능해들로부터 더 나은 가능해로의 이동들을 기억하여 이를 특정 실행가능 공간상에서 자주 발생할 수 있도록 하는데 사용한다. 장기메모리는 탐색다양화 과정속에서 지금까지 발생하였던 이동들의 수를 기록하고 이를 바탕으로 발생빈도가 낮은 이동들을 중심으로 새로운 해를 만들어 봄으로써, 지금껏 탐색과정 중에서 소홀히 방문하였던 지역을 다양하게 방문하여 보려는 데에 사용되어진다.

이처럼 타부탐색은 타부시간, 타부 리스트, 이동들의 빈도등의 메모리를 사용하여 최적해를 찾는데 매우 효과적이지만, 이미 방문하였던 실행가능해들을 다시 방문하는 순환(Cycle)을 쉽게 만들어 내는 단점이 있다. 이를 극복하기 위해서 확률과 차기 실행가능해들의 리스트를 만들어 이용하는 확률적 타부탐색을 사용할 수 있는데, 이 경우에도 순환은 방지할 수 있으나, 탐색의 강화와 다양화에는 별로 도움을 주지 못하고 있다.

이 연구에서는 위에서 설명한 확률에 의한 싸이클의 방지 및 다양화 전략보다는, 적극적으로 싸이클을 감지하고 추출사슬을 이용하여 새로운 이웃구조를 만들어 감으로써, 새로운 강화와 다양화 과정을 진행시킬 수 있는 모델을 개발하게 된다. 구체적으로, 싸이클의 감지를 위하여 이미 발생한 이동들이 기억되고 이들이 일정 주기를 가지고 발생하는 지를 패턴인식(Pattern Recognition)을 통하여 검사하게 된다. 싸이클이 감지되면 현재의 실행가능영역에서의 탐색을 중지하고, 장기메모리를 이용하여 새로운 실행가능영역에서 최적해를

발견하려는 다양화탐색을 계속하게 된다.

이 연구에서는 외판원문제에서 새로운 이웃구조를 개발하기 위하여 TWO-OPT, THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT가 집중적으로 연구되며, 실행가능성을 유지하면서 경로(Edge)들을 바꾸는 방법들을 개발한다. 더불어, 부분최적해로부터의 탈출을 돕는 다양화를 위한 지능적기법들이 연구된다. 개발될 확장된 타부탐색모형은 컴퓨터 프로그래밍을 거치고, 기존에 알려진 '외판원 문제'(Traveling Salesman Problem)들을 풀이하여 봄으로써 이 모형의 효율성을 증명하게 된다. 이의 과정속에서 기존의 타부탐색모형과 모의뜨임모형(Simulated Annealing Model)을 이용한 결과들과 비교되어 진다.

### 4. 과거의 연구들

외판원 문제(Traveling Salesman Problem)는 NP-Hard로 알려진 전형적인 조합폭발형 문제로 지금까지 최적해를 구하는 신속한 알고리즘은 개발되지 못하고 있다(Garey & Johnson 1979). 이 문제는 새로이 개발되는 탐색기법들이 자신들의 효율성을 측정해 보는 시험대로써, 근 20여년간 계속되어 풀이되고 있다. 타부탐색은 아직도 기법의 개발이 진행되고 있는 중이지만, 많은 조합폭발형 문제들의 최적해를 구하는 데에 사용되어지고 있다. 이들을 보면 일정계획수립, 수송문제, 할당문제, 외판원 문제, 배낭문제, 차량경로 문제등을 푸는 예제들이 90년대에 들어 학계에 계속 보고되고 있다(Glover & Laguna 1993).

이와 더불어, 타부탐색을 이론적으로 보강하려는 연구도 Glover를 중심으로 계속되고 있는데, 그 중의 하나가 확률적 타부탐색(Probabilistic Tabu Search)이며, 이외에도 추출사슬(Ejection Chain)을 이용하는 이웃구조(Neighborhood Structure)에 대한 연구도 계속 진행중에 있다(Glover 1992). 타부탐색의 장점과 모의 뜨임 접근법을 결합하여 보다 좋은 탐색기법을 개발하려는 연구(Laguna & Kelly 1991)와 더불어, 이들 기법들과 유전인자 알고리즘(Genetic Algorithm)을 이용하여 최적화 문제를 풀어보려는 시도들이 국내외적으로 계속되고 있다(Johnson 1990).

Kanellakis와 Papadimitriou(1980)는 Lin-Kernighan의 방법으로부터 Sequential Primary Change와 Quad Change를 제안하고 이들을 이용하여 비대칭 외판원문제를 푼 실험결과들을 보여주고 있다. Johnson(1990)은 외판원문제를 푸는데 있어서, 실행가능해를 구성하는 방법들로 Nearest Neighbor, Greedy

Algorithm, Nearest Insertion, Farthest Insertion, Double Minimum Spanning Tree, Christofides, Strip, Spacefilling Curve, Karp's Partitioning Algorithm, Litke's Recursive Clustering Algorithm 등의 실험결과를 비교하였다. 부분최적해를 구하는 방법으로 TWO-OPT, THREE-OPT, Lin-Kernighan를 비교하고 이들을 Simulated Annealing과 Genetic Algorithms 통하여 지원하는 방법에 대하여 연구하였다. Knox(1994)는 외판원 문제를 푸는데 있어서 타부탐색과 TWO-OPT, THREE-OPT의 결과를 비교하여 타부탐색의 우수성을 증명하였으나, 타부탐색은 TWO-OPT와 THREE-OPT로 부터의 탈출을 도우는 메타휴리스틱임에 유의하여야 한다.

## 5. 타부탐색과 모의뜨임 모형의 개발

타부탐색은 타부리스트와 다양화를 통하여 부분최적해로부터 과감한 탈출을 시도하여 최적해에 이르거나 하나, 이론상으로 최적해에 이르는 것을 보장하지는 않는다. 메모리를 이용하여 정보를 효과적으로 사용함으로써 탐색의 효율을 높일 수 있다. 확률적 타부탐색 모형에서는 지원대상이동(candidate move)들의 수와 타부시간의 길이를 결정하는 문제가 제기된다. 반면에 모의뜨임 모형에서는 부분최적해로부터 확률적으로 탈출을 시도하며, 이론상으로 최적해에 이르는 것을 보장한다. 그러나, 일반적으로 계산시간이 많이 걸리고, 최적해에 도달하기까지 무한대의 시간을 소비할 수도 있다.

이 연구에서는 결정적 타부탐색(Deterministic Tabu Search) 모형과 확률적 타부탐색(Probabilistic Tabu Search) 모형, 그리고 모의뜨임(Simulated Annealing) 모형(Prototype)이 개발되었다. 탐색경로 중에서 이웃구조를 만들어내기 위한 TWO-OPT, THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT 등이 연구되었다. 그 결과로, TWO-OPT를 이용한 이웃구조(Neighborhood Structure)는 하나의 새로운 이동을 만들어 내고, THREE-OPT를 이용한 이웃구조는 네 개의 새로운 이동을 만들어 내며, FOUR-OPT는 스물 다섯 개의 새로운 이동을 만들어 낼 수 있었다. FOUR-OPT를 이용한 이웃구조는 앞으로 프로그램화가 될 것이며, 이미 개발된 확률적 타부탐색모형과 모의뜨임모형의 내용은 다음과 같다.

### 1) 결정적 타부탐색을 이용한 외판원문제 풀기

단계 1. 타부시간과 지원대상 이동들의 수를 결정한다. 초기 실행가능 해를 구성한다. 최단거리 이

웃방법(The Nearest Neighbor Method)를 이용하여 초기 실행가능해를 구한다.

단계 2. 현재의 기준도시를 하나씩 이동하여 다양화를 이룬다. TWO-OPT (THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT) 방법을 이용하여 개선가능 이동을 찾는다. 새로 연결된 도시들을 타부리스트에 넣는다. 이동을 이동리스트에 넣는다. 가끔씩 싸이클이 발생하는지 검사한다. 지원대상 이동들이 없으면, 아무것도 행하지 않는다. 시행횟수를 1만큼 증가시킨다. 시행횟수가 처음에 지정한 숫자가 되면 멈춘다.

단계 3. 변수들의 빈도나 무작위 추출을 이용하여 초기 실행가능해를 구성하고 단계 2로 되돌아간다.

장점 : 이 접근법은 작은 수의 시행 횟수안에서 상당히 좋은 해를 얻게 해 준다. 적합한 타부시간은 부분 최적해로부터 탈출을 가능하게 한다. 탐색의 효율을 높일 수 있다.

단점 : 이 접근법은 최적해에 이르는 것을 보장하지는 않으며, 적합한 타부시간을 찾는 것은 어렵다. 쉽게 부분최적해에 이른다.

### 2) 확률적 타부탐색을 이용한 외판원문제 풀기

단계 1. 타부시간과 지원대상 이동들의 수를 결정한다. 초기 실행가능 해를 구성한다. 최단거리 이웃방법(The Nearest Neighbor Method)를 이용하여 초기 실행가능해를 구한다.

단계 2. 현재의 기준도시를 하나씩 이동하여 다양화를 이룬다. TWO-OPT (THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT) 방법을 이용하여 가능한 이동들을 찾는다. 가능한 이동들 중에서 우위이동과 열위이동 5개를 뽑는다. 열위이동들 중에 최상의 해와 멀리 떨어져 있지 않은 해는 다음 지원대상 이동들에 포함시킨다. 이 5개의 이동들은 타부 리스트에 있지 않은 이동들이다. 열위이동들은 시행 횟수에 따라 다른 범위를 가지고 지원대상 이동에 포함시킨다. 5개의 지원대상 이동들 중에서 하나의 이동을 선택하여 실행하고, 새로 연결된 도시들을 타부리스트에 넣는다. 그 결과 최종거리가 발견된 가장 짧은 거리 보다 작으면, 새로운 최종거리를 최선해에 기록한다. 지원대상 이동들이 없으면, 아무것도 행하지 않는다. 시행횟수를 1만큼 증가시킨다. 시행횟수가 처음에 지정한 숫자가 되면 멈춘다.

단계 3. 변수들의 빈도나 무작위 추출을 이용하여 초기 실행가능해를 구성하고 단계 2로 되돌아간다.

장점 : 이 접근법은 작은 수의 시행 횟수안에서 상당히 좋은 해를 얻게 해 준다. 적합한 타부시간과 적합한 지원대상 이동들의 수는 부분 최적해로부터 탈출을 가능하게 한다.

단점 : 이 접근법은 최적해에 이르는 것을 보장하지는 않는다. 적합한 타부시간과 지원대상 이동들의 적합한 수를 찾는 것은 어렵다.

### 3) 모의뜨임(Simulated Annealing) 접근법을 이용한 외판원문제 풀기

단계 1. 온도와 운동량(Momentum)을 (5, 0.0001) 정도로 설정한다. 최단거리 이웃방 법을 통하여 초기 실행 가능해를 구한다.

단계 2. 현재의 여행 경로를 1단위 이동한다. (기준 도시를 다음 도시로 이동한다.) 현재의 여행 경로 중 마지막 도시가 기준도시가 된다. TWO-OPT (THREE-OPT, FOUR-OPT, FIVE-OPT) 방법을 통하여 첫 번째의 개선가능 이동을 선택 실행하거나 개선가능 이동이 없으면  $\{Exp(\Delta(obj)) / Temperature(\text{기온})\}$  확률을 이용하여 열위이동을 선택 실행한다. 결과로 얻어진 최중거리가 발견된 최선거리보다 짧으면, 최선해를 수정한다. 열위이동이 실행되면, 현재의 기온을 운동량(0.0001)만큼 감소시킨다. 개선가능 이동들이 발견되지 않고, 열위이동도 선택되지 않으면 아무것도 하지 않는다. 시행횟수를 1단위 증가시킨다. 시행 횟수가 사전에 설정한 숫자가 될 때 까지 단계 2를 반복한다.

장점 : 이 접근법은 최소한 이론적으로 최적해에 이르는 것을 보장한다.

단점 : 이 접근법은 대개 많은 시간의 계산을 요구한다. 적합한 온도와 운동량을 찾는 것은 매우 어렵다. 이 접근법은 아주 작은 확률로 또는 운 좋게 최적해를 방문 한다.

## 6. 연구기대결과 및 결론

이 연구는 싸이클 감지(Cycle Detection)와 새로운 이웃구조를 타부탐색(Tabu Search)모형에 추가함으로써 외관원문제를 푸는데 보다 효율적으로 최적해를 찾아 낼 수 있었다. 이러한 싸이클 감지와 이웃구조에 대한 연구결과는 기존의 다른 탐색기법들에도 유익하게 이용되어질 수 있을 것이다. 특히 새로운 이웃구조(Neighborhood Structure)를 생성할 수 있는 방법들에 대하여 앞으로 많은 연구가 계속되어야 할 것이다. 이 연구에서 개발된 확장된 타부탐색모형(An Extended Tabu Search Model)은 네트워크의 최적화를 비롯한 많은 조합폭발형 문제에 아주 효율적으로 사용되어질 것으로 기대된다.

## 참고문헌

고일상, "타부탐색, 메모리, 싸이클 탐지를 이용한 배낭문제 풀기," 대한산업공학회/한국경영과학회, '96 춘계공동학술대회 논문집, 1996, pp 514-517.

Crowder, H. and M.W. Padberg, "Solving Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems to Optimality," Management Science, Vol. 26, No. 5, May 1980, pp. 495 - 509.

Fisher, M.L., "Worst-case Analysis of Heuristic Algorithms," Management Science, Vol. 26, No. 1, January 1980, pp. 1-17.

Garey, M.R., and D.S. Johnson, Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, W.H. Freeman, San Francisco, 1979.

Glover, F., "Artificial Intelligence, Heuristic Frameworks and Tabu Search," Managerial and Decision Economics, Vol. 11, 1990, pp.365-375.

Glover, F., "Ejection Chains, Reference Structures and Alternating Path Methods for Traveling Salesman Problems," A Working Paper, University of Colorado, April, 1992.

Glover, F., "Tabu Search - Part I," ORSA Journal on Computing, No. 1., 1989, pp. 190-206.

Glover, F., and M. Laguna, "Bandwidth Packing: A Tabu Search Approach," Management Science, April 1994.

Glover, F., and M. Laguna, "Tabu Search," in Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, 1993.

Johson, D.S., "Local Optimization and the Traveling Salesman Problem," Proceedings of 17th Colloquium on Automata, Language, Programming, Springer-Verlag, 1990, pp.446-461.

Kanellakis, P., and C.H. Papadimitriou, "Local Search for the Asymmetric Traveling Salesman Problem," Operations Research, Vol. 28, No. 5, September-October 1980. pp.1086-1099.

Knox, J., "Tabu Search Performance on the Symmetric Traveling Salesman Problem," Computers Ops Res. Vol. 21, No. 8, pp. 867-876, 1994.

Ko, I., "Using AI Techniques and Learning to Solve Multi-level Knapsack Problems," A Doctoral Dissertation, University of Colorado, 1993.

Laguna, M. and J.P. Kelly, "A simulated Annealing Method with Tabu Search Memory Functions," a Working Paper, University of Colorado, 1991.

Laguna, M., J.P.Kelly, J.L. Gonzales-Velarde, and F. Glover, "Tabu Search for the Multilevel Generalized Assignment Problem," a Working Paper, University of Colorado, 1991.

Nemhauser, G.L., and L.A. Wolsey, Integer and Combinatorial Optimization, Wiley Interscience Series 1988.

Skorin-kapov, J., "Tabu Search Applied to the Quadratic Assignment Problem," ORSA Journal on Computing, Vol. 2, No. 1, Winter 1990, pp. 33-44