한국소음진동공학회 1996년도 추계학술대회논문집, pp. 71-76.

# 스트레인 게이지 브리지를 이용한 얇은 평판의 근접장 음향 인텐시티 측정 방법론

°김용조*, 김양한**

# Sound Intensity Measurement in Near Field of Thin Plate Using Strain Gauge Bridge

°Yong-Joe Kim*, Yang-Hann Kim**

## 1. 서론

음향계의 에너지 흐름인 음향 인텐시티(sound intensity)의 물리적인 의미와 그 응용등에 대하여 많은 관심이 있어왔으며 따라서 관련 연구 또한 비교적 체계적으로 진행 되어온 것은 잘 알려진 사실이다.[1] 유사한 이유로 인하여 진동계의 에너지 흐름인 구조 인텐시티(structural intensity)에 대한 연구 또한 활발히 진행되고 있다. 특히 연구의 대상으로 간단한 형태인 얇은 평판의 경우 D. U. Noiseux[2]와 G. Pavic[3]은 구조 인텐시티를 수식적으로 정립하였으며 그 측정 방법을 제시한 바 있다. 또한 J. C. Pascal[4]은 제어체적을 빠져나가는 단위 면적당 시간 평균 파워인 시간 평균 구조 인텐시티의 발산(divergence of structural intensity)에 대한 표현식을 유도하여 그 적용성을 검증하기도 하였다. E. G. William[5]는 유체 부하(fluid loading)가 있는 얇은 실린더에서 시간평균음향 인텐시티와 시간평균구조 인텐시티의 관계를 설명하였으나 이는 내부손실(internal loss)을 무시할 수 있는 경우로 제한된다.

스트레인 게이지를 이용하여 얇은 평판이나 보(beam)의 표면에서 측정된 스트레인은 진동변위의 공간상의 2 차미분된 물리량을 측정한다. 그러므로 변위의 공간상의 고차 미분을 포함하는 물리량을 적은수의 게이지배열을 이용하여 측정할 수 있다. G. Pavic[6]은 외력이 없는 지점에서 유체부하(fluid loading)와 구조감쇠를 무시할 수 있는 경우 스트레인 게이지(strain gauge)의 이러한 특성과 게이지 브리지(gauge bridge)를 이용하여 평판의 가속도를 측정하였다.

본고에서는 스트레인 게이지 브리지와 한개의 진동변위 탐촉자를 이용하여 얇은 평판에서 구조 인텐시티의 발산을 측정하고 평판내의 구조감쇠에 의한 에너지 손실을 보정하여 평판의 근접장에서 음향 인텐시티를 예측하는 방법을 설명한다. 이는 평판에 작용하는 외력에 의한 일, 평판의 진동 에너지, 내부손실 에너지, 음향방사에너지의 관계를 설명하는 에너지 방정식을 이용한다. 일반적으로 진동체의 근접장에서 음향 인텐시티를 정확히 측정하는 것은 어렵고 음향계의 유체가 평균 유동을

* ** 한국과학기술원(KAIST) 기계공학과 소음 및 진동 제어 연구 센터(NoViC)

가지거나 여러가지 다른 이유들로 인하여 음향 인텐시티 탐촉자를 위치시킬 수 없는 경우도 발생한다. 진동체의 진동변위를 측정한 후 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식을 이용하여 음장을 해석하는 방법은 진동체 전체의 진동변위를 필요로하며 음장계의 기하학적 형상과 경계조건에 따른 그린 함수(Greens function)를 필요로 한다. 본 방법은 진동체의 국부적인 진동변위만을 측정하여 음장계의 기하학적 형상, 경계조건, 그리고 유동조건에 상관없이 음향 인텐시티를 계산하므로 위와 같은 어려움을 극복할 수 있다.

본고의 2 절에서는 유체 부하가 있는 평판에서 에너지 물리량들의 관계를 설명하는 에너지 방정식을 유도하고 있으며 3 절에서는 에너지방정식을 이용한 음향 인텐시티의 예측방법에 대하여 설명하고 4 절에서는 스트레인 게이지를 이용한 측정방법에 대하여 설명한다. 5 절과 6 절은 각각 실험결과와 결론에 대한 절로 분류되있다.

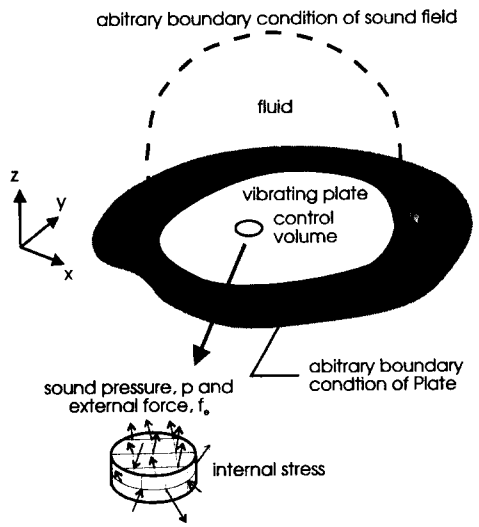


Fig. 1 fluid-loaded plate

## 2. 얇은 평판의 에너지 방정식

Fig. 1 은 임의의 음장 경계 조건과 임의의 지지 경계 조건을 가지며 유체로 둘러싸여 있는 얇은 평판을 나타낸다. 열역학 제 1 법칙으로부터 평판상의 임의의 제어체적에 대한 에너지 평형은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{dE}{dt} = \dot{W} \tag{1}$$

여기서, 좌변은 내부에너지의 시간에 대한 전미분(material derivative)을 나타내고 우변은 외력에 의한 일의 시간에 대한 변화율을 나타내며 열전달은 무시하였다. 내부에너지는 운동에너지, 위치에너지, 그리고 두 에너지의 형태를 제외한 모든 내부에너지 즉, 내부손실에너지(internal loss energy)로 구성된다. 우변은 대류항(convective term)을 무시하였을 때 전미분이 레이놀즈 변환 정리(Reynolds transport theorem)에 의하여 시간에 대한 편미분(patial derivative)으로 표현되고 평판의 두께가 $h$ 로 일정하다면 두께방향에 대하여 적분을 수행하여 평판의 임의의 면적에 대한 적분식으로 표현된다. 좌변은 평판의 위쪽과 아랫쪽 유체경계면에 작용하는 음압과 외력에 의한 일과 제어체적의 측면에서 작용하는 평판의 내부응력에 의한 일로 표현된다. 응력에 의한 일을 표현하는 항은 가우스의 정리(Gauss theorem)에 의하여 면적적분이 체적적분으로 변환되고 두께방향에 대하여 적분을 수행하여 평판의 임의의 면적에 대한 적분식으로 표현된다. 양변이 평판의 임의의 면적에 대한 적분식으로 표현되므로 다음과 같은 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(e_k + e_p + e_d) = -\nabla \cdot \vec{P} - p\frac{\partial u}{\partial t} + f_e \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2}$$

여기서, 우변은 각각 평판의 단위면적당 운동에너지, 위치에너지, 내부손실에너지를 나타낸다. 좌변의 첫번째항은 응력에 의한 일을 나타내는 항으로 구조 인텐시티의 발산(divergence of structural intensity)으로 표현된다. 두번째항은 음압에 의한 일을 나타내는 항으로 진동체표면에서 음향 인텐시티이고 마지막 항은 외력에 의한 일을 나타낸다. 정지상태에서 잔류응력이 없는 얇은 평판의 경우 각 방향 성분의 순간 구조 인텐시티(intantaneous structural intensity)는 다음과 같이 표현된다.[2, 3]

$$P_x = -D\left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}+(1-\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial t} -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\frac{\partial u}{\partial t}\right]$$

$$P_y = -D\left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial t}+(1-\nu)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\frac{\partial u}{\partial t}\right] \quad (3)$$

순간 구조 인텐시티에 발산(divergence)를 취하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\nabla\cdot\vec{P} = D\nabla^2\nabla^2 u\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial e_p}{\partial t} \quad (4)$$

우변은 첫번째항은 전단력에 의한 파워흐름을 나타내는 항으로 시간평균에너지 흐름을 가지는 능동성분(active part)과 반동성분(reactive part)을 가지며 두번째항은 반동성분만을 가지는 항으로 시간평균 에너지 흐름이 없는 항이다. 즉, 평판에서 구조 인텐시티 중 전단력에 의한 파워흐름만이 시간평균에너지 흐름에 기여함을 알 수 있다. 식(4)를 식(2)에 대입하여 얇은 평판에서의 시간영역 에너지 방정식을 얻을 수 있다. 주파수영역에서 내부손실에너지 항을 구조감쇠(structural damping)로 모델링하고 운동에너지나 위치에너지를 나타내는 항은 시간평균에너지 흐름이 없는 반동성분(reactive part)이므로 얇은 평판의 시간평균 에너지방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D\omega\eta}{2}\mathrm{Re}[(\nabla^2\nabla^2\bar{u})\bar{u}^*] = \frac{D\omega}{2}\mathrm{Im}[(\nabla^2\nabla^2\bar{u})\bar{u}^*] +\frac{\omega}{2}\mathrm{Im}[\bar{p}\bar{u}^*]-\frac{\omega}{2}\mathrm{Im}[\bar{f}_e\bar{u}^*] \quad (5)$$

우변은 단위 면적당 미소 제어체적에 유입되거나 방출되는 시간평균파워로 각각 구조 인텐시티의 발산, 능동 음향 인텐시티(active sound intensity), 그리고 외력에 의한 시간평균파워이다. 좌변은 단위 면적당 미소 제어체적내에서 구조감쇠에 의해 발생하는 시간평균 손실파워이다.

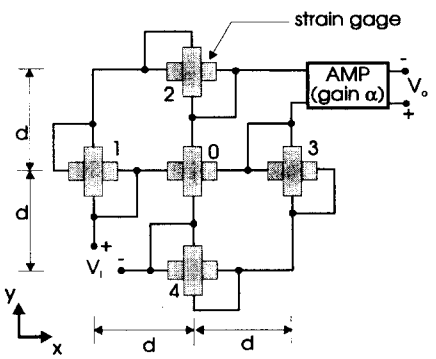


Fig. 2 strain gauge arrangement and wiring

## 3. 스트레인 게이지 브리지(strain gauge bridge)와 한개의 진동변위 탐촉자를 이용한 음향 인텐시티 측정방법

식(6)은 외력이 없는 지점에서 평판의 변위를 측정하여 음향 인텐시티를 예측하는 방법을 제공한다. 즉, 평판의 변위를 측정하여 구조 인텐시티의 발산(divergence)과 구조감쇠에 의한 내부손실을 계산하면 식(6)에 의하여 평판의 근접장에서 음향 인텐시티를 예측할 수 있게 된다. 일반적으로 내부손실에너지 항을 정확히 예측하는 것이 불가능하고 구조감쇠로 내부손실에너지 항을 잘 설명할 수 있는 경우에도 구조감쇠계수를 정확히 측정하는 것이 어려우므로 외력이 없는 지점에서 다음과 같은 계수를 정의하여 내부손실파워의 정도를 예측한다.

$$\lambda = \left| \frac{\mathrm{Re}[(\nabla^2\nabla^2\bar{u})\bar{u}^*]}{\mathrm{Im}[(\nabla^2\nabla^2\bar{u})\bar{u}^*]} \right| \qquad (7)$$

이 계수는 방사소음파워에 대한 내부손실파워의 비를 근사적으로 나타낸다. 외력이 없는 지점에서 이 계수가 근사적인 구조감쇠계수의 역수에 비하여 매우 작을 때 내부손실파워를 무시할 수 있게 되므로 시간평균 음향 인텐시티가 시간평균 구조 인텐시티의 발산(divergence)과 같게 되어 시간평균 구조 인텐시티의 발산(divergence)이 능동 음향 인텐시티 같게된다.

식(6)의 단위 면적당 미소 제어체적내에서 구조감쇠에 의해 발생하는 시간평균 손실파워나 구조 인텐시티의 발산를 측정하기 위하여 진동변위와 $\nabla^2\nabla^2 u$를 측정하여야 한다. 진동변위는 한개의 진동변위 탐촉자를 이용하여 측정하고 $\nabla^2\nabla^2 u$는 Fig. 2와 같은 스트레인 게이지 배열을 이용하여 측정한다. 평판 윗쪽 표면에서 $x$방향의 스트레인과 평판의 진동변위는 $\varepsilon_x \cong -(h/2)\partial^2 u/\partial x^2$인 관계를 가지며 $y$방향은 $\varepsilon_y \cong -(h/2)\partial^2 u/\partial y^2$의 관계를 가지므로 유한차분화에 의해 Fig. 2의 스트레인 게이지 위치에서 스트레인 값으로 $\nabla^2\nabla^2 u$을 나타내면 다음과 같다.

$$\nabla^2\nabla^2 u \cong -\frac{2}{hd^2}(\varepsilon^1 + \varepsilon^2 + \varepsilon^3 + \varepsilon^4 - 4\varepsilon^0) \qquad (8)$$

여기서, $\varepsilon^i = \varepsilon_x^i + \varepsilon_y^i$로 윗첨자는 위치를 아래첨자는 방향을 나타낸다. 게이지들의 게이지 저항값들이 거의 같고 스트레인에 의한 저항값의 변화 $\delta R$이 매우 작으므로 Fig.2의 게이지 브리지의 입력전압 $V_o$와 출력전압 $V_i$은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$V_o \cong \frac{\alpha(\delta R^1 + \delta R^2 + \delta R^3 + \delta R^4 - 4\delta R^0)}{16R} V_i \qquad (9)$$

여기서, $\alpha$는 출력단에 연결된 앰프의 게인이고 $\delta R^i = \delta R_x^i + \delta R_y^i$이다. 모든 게이지가 같은 게이지 계수(gauge factor) $K$를 가진다면 $K\varepsilon = \delta R/R$의 관계와 식(8)과 식(9)로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2\nabla^2 u = -\frac{32}{hd^2\alpha K V_i} V_o \qquad (10)$$

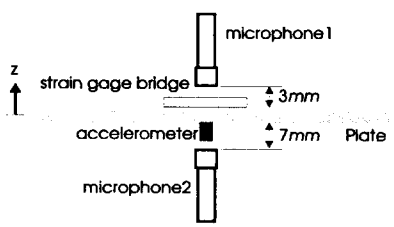


Fig. 3 location of sensors

## 4. 실험결과

크기가 매우 크고 음향 반사가 적어서 거의 자유음장조건에 가까운 방안에서 두께 $1.2mm$, 크기 $38.5cm \times 55cm$의 강철판(steel plate)을 진동시켜 실험은 수행하였다. 평판의 일부를 바이트에 고정시키고 $(11cm, 6cm)$의 지점에 충격(impact) 가진을 하여 $(20cm, 30cm)$의 위치에 배열된 탐촉자들의 모든 입력을 동시샘플링하였다. Fig. 3은 평판의 측면에서 바라본 탐촉자의 배열을 나타낸다. Fig. 4는 식(7)의 $\lambda$를 나타낸다. $\lambda$가 그림에 나타낸 모든 주파수에서 예상되는 구조감쇠계수의 역수에 비하여 매우 작으므로 측정위치에서 평판의 내부 손실파워가 방사되는 소음의 파워에 비하여 매우 작아 이를 무시할 수 있음을 의미한다. Fig. 5은 2개의 마이크로폰과 1개의 가속도계로 부터 측정된 근사적인 음향 인텐시티이다. 가속도계와 마이크로폰의 위상오차에 의하여 저주파에서 정확한 측정이 불가능하므로 $1kH$이상의 주파수에 대하여 측정을 수행하였다. Fig. 6은 스트레인 게이지 브리지와 1개의 가속도계로부터 측정된 시간평균 구조 인텐시티의 발산이다. Fig. 4로부터 내부손실 파워를 무시할 수 있으므로 Fig. 6은 스트레인 게이지 브리지와 1개의 가속도계로부터 측정된 음향 인텐시티가 된다. Fig. 5와 Fig. 6이 공진주파수 부근에서 거의 일치하고 있다. 이는 스트레인 게이지 브리지와 한개의 진동변위측정 탐촉자를 이용한 음향 인텐시티 측정방법의 가능성을 설명한다. 가속도계의 질량은 운동에너지를 저장하므로 시스템의 거동을 변화시킬수 있으나 시간평균 에너지흐름에 영향을 미치지 않는 반동성분이므로 가속계의 질량자체도 계의 거동으로 생각한다면 이러한 측정에서 오차를 유발하지 않는다.

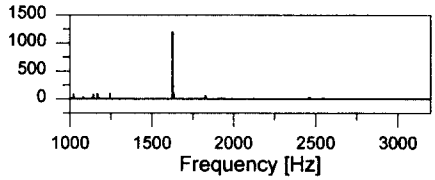


Fig. 4 $\lambda$ in equation (7)

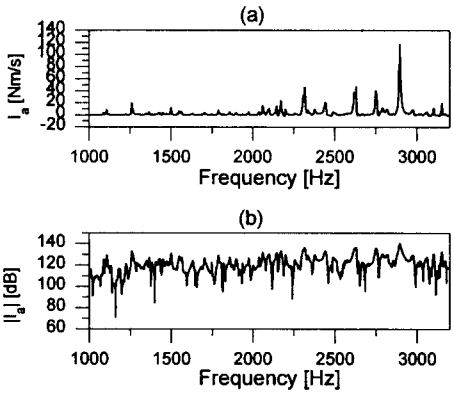


Fig. 5 active sound intensity measured from 2 microphone and 1 accelerometer

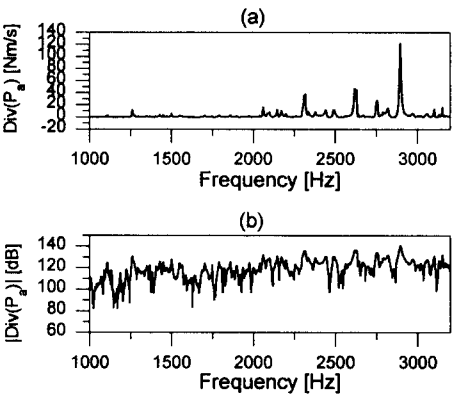


Fig. 6 time-averaged divergence of structural intensity: active sound intensity measured from strain gauge bridge and 1 accelerometer

## 5. 결론

스트레인 게이지 브리지와 한개의 진동변위 탐촉자를 이용하여 평판의 근접장에서 음향 인텐시티를 측정하는 방법에 대하여 설명하였다. 또한 구조감쇠의 모델링을 통하여 음향방사파워에 대한 내부손실파워의 비를 나타내는 계수를 정의하여 내부손실파워의 정도를 평가하는 척도로 사용할 수 있음을 설명하였다.

임의의 경계조건을 가지는 평판에서 2 개의 마이크로폰과 1 개의 가속계를 이용하여 근사적으로 측정된 음향 인텐시티와 본고에서 제시한 방법으로 측정한 음향 인텐시티가 거의 일치함을 보이므로써 제시된 측정방법의 타당성을 검증하였다.

실험에 사용된 계(system)는 일반적인 해석에서 유체부하를 무시할 수 있는 계로 평판내부의 에너지 흐름에 비하여 외부로 방사되는 소음의 에너지 흐름이 매우 작기 때문에 평판내부의 에너지 흐름으로부터 방사되는 소음의 에너지 흐름을 알아내는 것이 매우 어려울 것으로 예상되었으나 본고에 제시된 방법으로 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

앞으로 본 방법의 측정 오차에 대한 면밀한 고찰이 있어야 할 것이다. 그리고 평판의 내부손실이 비교적 큰 경우에 본 방법의 실험적으로 검증이 필요할 것이다. 또한 실질적인 문제에 응용되어 얼마만큼 유용한 정보를 제공할 것인가를 살펴보아야 할 것이다.

## 참고문헌


1. F. J. Fahy, *Sound Intensity*, 2ed., E & FN Spon, an imprint of Chapman & Hall, London, 1995.
2. D. U. Noiseux, "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates," J. Acoust. Soc. Am., 47(1), pp. 238-247, 1970.
3. G. Pavic, "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I: Formulation of The Methods," J. Sound Vib., 49(2), pp. 221-230, 1976.
4. J. C. Pascal, T. Loyau, and J. A. Mann III, "Structural Intensity from Spatial Fourier Transformation and BAHIM Acoustic Holography Method," Proc. of the 3rd International Congress on Intensity Techniques, Senlis, France, pp. 197-204, 27-29 Aug., 1990.
5. E. G. Williams, "Structural Intensity in Thin Cylindrical Shells," J. Acoust. Soc. Am., 89(4), pp. 1615-1622, 1985.
6. G. Pavic, "Measurement of Vibration by Strain Gauges, Part I: Theoretical Basis," J. Sound Vib., 102(2), pp. 153-163, 1985.