

자동차 소음/진동의 최적 설계

⁰왕 세명*, 최 경국**, 하리 쿨카니***

Design Optimization of Structure-born Noise of Automobile

S. M. Wang*, K. K. Choi**, H. T. Kulkarni***

ABSTRACT

Continuum element sensitivity analysis (CONTESA) and system optimization (SYSOPT) for Noise, Vibration, and Harshness (NVH) have been developed and applied to automobile structures for sizing, topology, and configuration design using Mindlin plate and Timoshenko beam theories. The topology optimization has been developed using the density approach, sequential linear programming, and the adjoint variable method. CONTESA has been tested using various vehicle models. Optimized vehicles using CONTESA and SYSOPT are manufactured to validate the simulation-based design methodology.

1. 서 론

지난 수십 년간 무게를 줄이면서 조용하고 견고하고 안전한 자동차를 설계하기 위해 많은 연구가 진행되었다. 차체의 판 두께를 줄임으로서 무게는 줄어드나 일반적으로 소음/진동과 내구성 그리고 승객 안전도면에서는 성능을 저하시킨다. 국제적으로 자동차 생산이 증가하여 경쟁이 심화되고, 또한 자동차 구매 시 안락하며 안전한 차를 선호하기 때문에 상반되는 설계 방향을 조절하기 위해서는 최적 설계의 기법이 요구된다. 이러한 취지 아래 연속체 설계 민감도 해석 프로그램인 CONTESA와 최적 설계 프로그램 SYSOPT를 개발하여 차체의 판 두께, 토폴로지(topology), 그리고 컨피규레이션(configuration) 설계에 적용하였다. CONTESA는 민틀린 판과 티모셴코(Timoshenko) 보를 사용하며 선형 형상

함수(linear shape function)의 사용으로 인한 굽힘 에너지 부족을 보상한다[1, 2]. 복잡한 차체의 형상을 유한 요소로 모델하기 위해 와핑판(warped plate)과 오프셋(offset)을 갖는 비대칭 단면의 보를 사용한다.

크기(sizing) 설계 민감도 해석에서는 판의 두께와 보의 단면 특성 즉 단면적, 비주축(nonprincipal) 관성모멘트, 뒤틀림 강성 등이 설계 변수다 설계 초기에 사용되는 개념 모델(concept model)의 소음/진동 연성 해석 및 설계 민감도 해석이 수행되었고 재해석을 통하여 얻어진 쌍유한차분(central finite difference)과 비교하였다. CONTESA를 이용하여 최종 설계에 사용되는 상세 모델(detail model)의 설계 민감도 해석을 하였고 SYSOPT로 무게를 줄이며 실내 소음을 줄이는 최적 설계를 수행하여 소음/진동 지수(NVH index)를 원래 모델보다 향상시켰다. 차체 토폴로지의 변경은 컴플라이언스 및 고유치와 같은 정적 및 동적 반응에 많은 영향을 준다. 최근에 Bendsoe[3-4]는 균일화법(homogenization method)을 이용한 토폴로지 최적 설계를 발표하였다. 균일화법은 복합재료의 특성과 최적기준(optimal criteria)을 사용

* 광주과학기술원 기전공학과
** 아이오와대학교 기계공학과
*** 포드자동차 CAE NVH

한다. Yang[5]은 밀도법(density method)[6], SLP(sequential linear programming), 그리고 보조 변수법(adjoint variable method)을 이용하여 컴플라이언스와 고유치의 토폴로지 최적 설계를 발표했다. 최적 기준을 사용하는 균일화법은 밀도법보다 더 넓은 설계 공간(design space)을 허용하지만 여러 제약식을 갖는 최적화 문제에는 적용할 수 없다. 본 연구에서는, 밀도법과 SLP 그리고 보조변수법을 이용하여 소음/진동의 토폴로지 최적 설계를 개발하였다. 소음/진동 해석에는 등방성(isotropic)인 철이나 알루미늄이 사용되고 다수의 제약식을 만족해야 하기 때문에 밀도법을 사용하였다. 밀도 법에서는 Young 계수와 밀도가 설계변수의 함수가 된다. 다수 제약식을 만족하기 위해 일반적인 비선형 최적화 문제를 푼다. 주어진 주파수와 하중 조건에서 운전석의 진동을 줄이는 패키지트레이의 토폴로지 최적 설계가 수행되었다. 컨피규레이션 설계의 변화는 평면의 형상 변화와 좌표계(orientation)변화의 합이다. Twu[7]는 Batoz[8]삼각형 요소를 이용하여 정적 반응과 고유치, Wang[9]은 동적 반응, 그리고 Shim[10]은 소음/진동의 연속체 컨피규레이션 설계 민감도법을 개발하였다. 그러나 3 승(cubic) 형상함수의 사용으로 제한적인 문제에만 적용하였다. 본 연구에서는 민들린 판 이론으로 선형 설계 속도(design velocity)를 사용하여 일반적인 구조물에 적용할 수 있다.[11] 단순 차량 모델의 컨피규레이션 설계 민감도 해석을 수행하여 수치적으로 검증하였다.

2. 소음/진동의 크기 설계 민감도

구조-음향 시스템의 변분식은 식 (1)과 같으며 이 식은 식 (2)-(3)의 복소수 벡터계 Q에 속한 모든 허용 가상 상태(kinematically admissible virtual state)를 만족시켜야 한다.

$$b_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) - \iint_{\Gamma} \bar{\mathbf{p}} \mathbf{z}^T \mathbf{n} d\Gamma + d(\mathbf{p}, \bar{\mathbf{p}}) - \omega^2 \iint_{\Gamma} \bar{\mathbf{p}}^* \mathbf{z}^T \mathbf{n} d\Gamma = \ell_u(\bar{\mathbf{z}}) \quad (1)$$

$$Q = \left\{ (\mathbf{z}, \mathbf{p}) \in Z \otimes P \mid \mathbf{f}_p = \mathbf{p} \mathbf{n} \text{ and } \nabla \mathbf{p}^T \mathbf{n} = \omega^2 \rho_0 \mathbf{z}^T \mathbf{n}, x \in \Gamma^* \equiv \Omega' \right\}$$

(2)

$$\begin{aligned} Z &= \left\{ \mathbf{z} \in \left[\mathbf{H}^2(\Omega') \right]^3 \mid \mathbf{G} \mathbf{z} = \mathbf{0}, x \in \Gamma^* \right\} \\ P &= \left\{ \mathbf{p} \in \mathbf{H}^1(\Omega') \mid \nabla \mathbf{p}^T \mathbf{n} = \mathbf{0}, x \in \Gamma^* \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

식 (5)에서, \mathbf{z} 와 \mathbf{p} 는 원래 변위와 음압, ω 는 작동 주파수, $b_u(\bullet, \bullet)$ 와 $d_u(\bullet, \bullet)$ 는 sesquilinear 형상이고 $\ell_u(\bullet, \bullet)$ 는 semilinear 형상이며 식 (4)-(7)과 같다.

$$b_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv (D_u \mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = - \iint_{\Gamma'} \omega^2 \bar{\mathbf{m}} \mathbf{z}^T d\Omega + i\omega c_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) + a_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \quad (4)$$

$$c_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \iint_{\Gamma'} \bar{\mathbf{z}}^T C_u \mathbf{z} d\Omega \text{ and } a_u(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \iint_{\Gamma'} \bar{\mathbf{z}}^T A_u \mathbf{z} d\Omega \quad (5)$$

$$d(\mathbf{p}, \bar{\mathbf{p}}) \equiv (B\mathbf{p}, \bar{\mathbf{p}}) = \iint_{\Gamma'} \left(-\frac{\omega^2}{\beta} \bar{\mathbf{p}} \mathbf{p}^* + \frac{1}{\rho_0} \nabla \mathbf{p}^T \nabla \bar{\mathbf{p}}^* \right) d\Omega \quad (6)$$

$$\ell_u(\bar{\mathbf{z}}) \equiv \iint_{\Gamma'} \bar{\mathbf{f}}^T \bar{\mathbf{z}}^T d\Omega \quad (7)$$

식 (5)에서 C_u 는 구조물의 감쇠에 해당하는 선형 미분 연산자이고, A_u 는 구조물의 4 차 대칭 편미분 연산자이다. 식 (1)은 MSC/NASTRAN 또는 ABAQUS와 같은 유한요소 프로그램으로 해석한다. 직접 주파수(direct frequency) 유한 요소 해석법에서는 복소수 선형 대수법을 이용하여 식 (8)을 직접 푼다. 이 방법은 적용하기가 손쉽고 정확한 답을 주지만 많은 주파수와 하중 때문에 큰 구조물의 재해석에 오랜 계산 시간을 요구한다. 이런 큰 구조물의 해석에는 모드 주파수(modal frequency) 유한 요소 해석법이 훨씬 적합하다. 이 방법은 일정수의 차체와 공기의 모드를 계산하여 모드 중첩으로 시스템의 크기를 줄이는 장점이 있다.

$$\begin{bmatrix} [-\omega^2 \mathbf{M}_s + i\omega \mathbf{C}_s + \mathbf{K}_s] & [\mathbf{K}_a] \\ [-\omega^2 \mathbf{M}_B] & [-\omega^2 \mathbf{M}_r + \mathbf{K}_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

구조-음향 복합체의 조화 운동(harmonic performance)은 구조 변위와 음압(acoustic pressure)의 복소수(complex phasors)로 나타낼 수 있다. 보조 변수법(adjoint variable method)을 이용한 조화 운동하의 구조물 안의 공기의

음압 \hat{x} 는 식 (9)로 나타낼 수 있다.

$$\psi_p = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \rho d\Omega \quad (9)$$

음압은 승용차, 비행기, 또는 배 안의 사람의 귀에 들리는 소음과 연관이 있다. 식 (9)를 일차 변분(first variation)하면 식 (10)이 되며 식 (11)은 보조 변수법을 이용한 설계 민감도 식이다. 보조 응답은 보조식 (12)에서 계산되며 이 보조식은 모든 가상 상태를 만족하여야 한다.

$$\psi_p' = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \rho' d\Omega \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \psi_p' &= \ell'_{\delta u}(\lambda) - b'_{\delta u}(z, \lambda) \\ &= \iint_{\Gamma} f_v^T \lambda^* \delta u + \iint_{\Gamma} \omega^T m_o \lambda^T z \delta u d\Omega - i \omega c'_{m_o}(z, \lambda) - a'_{m_o}(z, \lambda) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} b_o(\bar{\lambda}, \lambda) &= \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^T n d\Gamma + d(\bar{\eta}, \eta) - \omega^2 \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \bar{\lambda}^T n d\Gamma \\ &= \iint_{\Gamma} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \bar{\eta} d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

식 (11)-(12)에서 λ 와 η 는 보조 변위와 보조 음압을 나타내고 (*)는 공역 복소수를 나타낸다.

또 다른 구조-음향 복합체의 성능치(performance measure)는 어느 한지점의 구조 변위이다. 예를 들면 차량의 승객 의자의 진폭인데 식 (13)으로 표현된다.

$$\psi_{z_i} = \iint_{\Gamma} \hat{\delta}(x - \hat{x}) z_i d\Omega, \quad i=1,2,3 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} b_o(\bar{\lambda}, \lambda) &= \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^T n d\Gamma + d(\bar{\eta}, \eta) - \omega^2 \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \bar{\lambda}^T n d\Gamma \\ &= \iint_{\Gamma} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \bar{\lambda}_i d\Omega \end{aligned} \quad (14)$$

식 (11)과 똑같은 설계 민감도 식이 이용되며 보조 변수는 다른 보조식 (14)에서 구한다. 크기 설계 변수 u 는 오직 구조물에만 해당되기 때문에 식 (11)에서는 오직 식 (12) 혹은 (14)의 구조쪽 보조 변위들만 요구된다. 이 보조 변위들은 같은 구조물의 다른 힘에서 계산된다. 식 (11)의 설계 민감도는 공기가 없는 구조물에서도 또

한 사용할 수 있다.

3. 토폴로지 최적 설계

소음/진동의 토폴로지 최적 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{최소화} \quad & \psi_p \text{ or } \psi_{z_i} \\ \text{제약식} \quad & \int_{\Omega} c(x) \rho d\Omega \leq m_o, \psi_p \leq \bar{\psi}_p, \psi_{z_i} \leq \bar{\psi}_{z_i}, 0 \leq c(x) \leq 1 \end{aligned}$$

ψ_p 는 식 (9)의 응답이고 ψ_{z_i} 는 식 (13)의 구조물 변위, $\bar{\psi}$ 는 소음/진동의 제약수(constraint value), $c(x)$ 는 조밀도로서 설계 변수이고, ρ 는 밀도, 그리고 m_o 는 질량의 한계치를 나타낸다. 밀도법에서 Young 계수와 밀도는 조밀도의 함수가 되며 이들간의 관계는

$$E_i = c^{n_i} E_o \text{ and } \rho_i = c^{n_\rho} \rho_o \quad (15)$$

식 (15)로 나타내며 n_i 과 n_ρ 는 지수이고 E_i 와 E_o 는 잠정적과 원래의 Young 계수, 그리고 ρ_i 와 ρ_o 는 각각 잠정적과 원래의 밀도이다. 본 연구에서 $n_i = 2$ 와 $n_\rho = 1$ 이 실험적으로 사용되었다. n_i 의 값이 커질수록 잠정적 조밀도의 벌칙이 커져 0이나 1로 빨리 정해진다. 연속체 보조변수법으로 설계 민감도를 구하고 SLP를 사용하여 여러 제약식을 갖는 큰 구조물의 최적 문제를 풀었다. 최적화 프로그램(optimizer)은 LINDO를 사용하였다

4. 컨피규레이션 설계 민감도

식 (9)의 1차 컨피규레이션 변분은 식 (16)과 같다.

$$\psi_p' = \iiint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \rho' d\Omega \quad (16)$$

보조 변수법을 이용하여 식 (17)과 같이 설계 민감도 식을 구할 수 있으며 보조 변위는 보조식 (18)에서 구한다. 이 보조식은 모든 가상 상태를 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} \psi_p' &= \ell'_{\delta v}(\lambda) - b'_{\delta v}(z, \lambda) + \iint_{\Gamma} \rho \lambda^* T [\tilde{V}_0 n + \nabla^T V_{\Omega} n] d\Gamma \\ &\quad - d'_{\delta v}(\rho, \eta) + \omega^2 \iint_{\Gamma} \eta z^* T [\tilde{V}_0 n + \nabla^T V_{\Omega} n] d\Gamma \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} b_{\Omega'}(\bar{\lambda}, \lambda) &= \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^T n d\Gamma + d_{\Omega'}(\bar{\eta}, \eta) \\ &\quad - \omega^2 \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \bar{\lambda}^T n d\Gamma = \iint_{\Omega} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \bar{\eta} d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

식 (17)에서 컨피규레이션 설계 속도 \mathbf{v} 는 항상 설계 속도 \mathbf{V}_α 와 좌표계 설계 속도 \mathbf{V}_0 의 합이다. 보와 판의 좌표계 설계 속도 매트릭스 $\tilde{\mathbf{V}}_0$ 는 식 (19)이다.

$$\tilde{\mathbf{V}}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_s = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{V}_{s1} & -\mathbf{V}_{s2} \\ \mathbf{V}_{s1} & 0 & \mathbf{V}_{s2} \\ \mathbf{V}_{s1} & -\mathbf{V}_{s2} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\mathbf{V}_{p1} \\ 0 & 0 & -\mathbf{V}_{p2} \\ \mathbf{V}_{p1} & \mathbf{V}_{p2} & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

크기 설계 민감도와 같이, 같은 식 (17)을 이용하여 위치 \hat{x} 에 있는 구조 변위의 설계 민감도를 구할 수 있다. 이 때, 보조 변위는 다른 보조식인 식 (20)에서 구한다.

$$b_{\alpha'}(\bar{\lambda}, \lambda) = \iint_{\Gamma} \bar{\eta} \lambda^T n d\Gamma + d_{\alpha'}(\bar{\eta}, \eta) - \omega^2 \iint_{\Gamma} \eta \bar{\lambda}^T n d\Gamma = \iint_{\Gamma} \hat{\delta}(x - \hat{x}) \bar{\lambda}_i d\Omega \quad (20)$$

5. 수치 해석 결과 및 고찰

5.1 소음/진동의 크기 설계 민감도 및 최적 설계

5000 개 판 요소와 100 개의 판 특성(property) 그리고

1300 개의 보 요소와 300 개의 보 특성을 갖는 개념차 모델에서 26 개 판 요소와 2 개 판 특성 그리고 34 개 보 요소와 8 개의 보 특성을 설계 변경시 예측(what-if study)하기 위하여 크기 설계 민감도 해석을 수행하였다. MSC/NASTRAN 으로 소음/진동 해석 및 재해석(reanalysis)을 하였고 직접 주파수법(direct frequency method)을 사용하였다. 정확한 쌍유한 차분(CFD)을 얻기 위해 수렴 실험을 수행한 후 설계 민감도로 예측한 양과 비교하였다. 40Hz 와 72Hz 에서 보와 판 설계 변수의 소음 설계 민감도는 표 1 과 2 에 나타난다. 표 2 에서 예측 1 과 예측 2 는 각각 굽힘 에너지 보상한 경우와 보상하지 않은 경우를 나타낸다. 재해석은 CFD 로 구했고 재해석과 예측의 일치 도로 설계 민감도의 정확성을 검사한다. 표 1 과 2 를 통해 소음/진동 설계 민감도는 정확함을 알 수 있다.

Table 1. Design sensitivity of sound pressure level with respect to section properties of beam using direct frequency method

Response Frequency Amplitude	Perturbation	Change of Amplitude		
		CFD	Prediction 1	Agreement %
Rear Sound 40Hz 1.0127E+4	1%	-3.360E+2		
	0.1%	-3.350E+2	-3.354E+2	100.1%
	0.01%	-3.350E+2		
Rear Sound 72Hz 4.2342E+3	1%	6.720E+1		
	0.1%	6.700E+1	6.559E+1	100.9%
	0.01%	6.500E+1		

Table 2. Design sensitivity of sound pressure level with respect to thickness of shell using direct frequency method

Response Frequency Amplitude	Perturbation	Change of Amplitude				
		CFD	Prediction 1	Agreement %	Prediction 2	Agreement %
Rear Sound 40Hz 1.0127E+4	1%	2.450E+1		98.8%		
	0.1%	2.500E+1	2.420E+1	96.8%	2.603E+1	106.2%
	0.01%	0				104.1%
Rear Sound 72Hz 4.2342E+3	1%	-7.946E+2		100.2%		70.6%
	0.1%	-1.020E+2	-1.021E+3	100.1%	-7.341E+2	72.0%
	0.01%	-1.020E+3				

상세차 모델은 70,000 개의 와핑된 요소와 약 50 만 자유도를 갖는다. 차체와 공기의 고유벡터는 MSC/NASTRAN 의 ASET 과 super element 를 사용하여 계산하였고 식 (8)은 모드주파수법으로 MOTRAN 에서 풀었다.

CONTESA 를 이용하여 70Hz 와 81Hz 에서 뒷자석 소음의 설계 민감도를 계산하고 SYSOPT 로 무게를 줄이며 소음도 줄이는 최적 설계를 수행하였다. 그 결과는 그림 1 과 같다. 그림 오른쪽의 소음/진동 지수는 10 이 가장 조용함을 표시한다. 그림 1로부터 소음/진동 지수가 경량화와 함께 향상된 것을 알 수 있다. 최적 설계된 차량을 제작하고 실험하여 시뮬레이션에 근거한 설계 방법을 검증하였다.

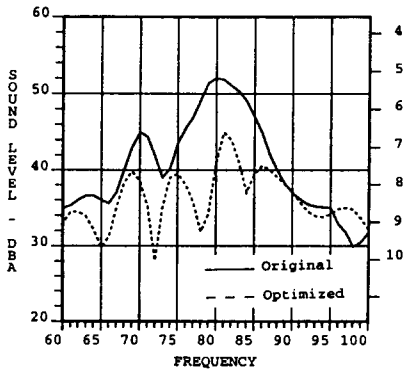


Fig. 1 Comparison of NVH index

5.2 소음/진동의 토폴로지 최적설계

개념차 모델의 패키지트레이에서 63 과 70Hz 에서 생기는 진동을 최대한 줄이는 토폴로지 최적 설계를

수행하였다. 최적화 문제에서 목적 함수는 69, 70, 71Hz 의 out-of-phase 하중 시 생기는 진동의 합이고 제약식은 9 개의 진동 제약이다. 질량의 한계치는 0.3 이고 7 번째(iteration)에서 얻어진 형상은 그림 2 와 같다.



Fig. 2 Optimal topology of package tray

5.3 컨피규레이션 설계 민감도

단순차 모델[12]을 이용하여 컨피규레이션 설계 민감도를 수행하였다. 등 매개변수 사상법(isoparametric mapping method)[11]을 사용하여 선형 설계 속도를 구하였고 컨피규레이션 민감도 결과는 표 3 과 같다. 단순차 모델의 형상 변화와 컨피규레이션 변화는 그림 3 과 같다.

6. 결론

소음/진동의 연속체 설계 민감도 해석 및 최적 설계 프로그램이 개발되었고 자동차 차체의 크기, 토폴로지 및 컨피규레이션 설계에 적용하였다. 민감도 해석에는 민들린 판과 티모셴코 보 이론을 사용하였다.

Table 3. Design sensitivity of displacement of a simplified vehicle with respect to shape and configuration change ($z=1.4684$ at node 3)

Design Change	Perturbation	CFD	Prediction	Agreement
Shape	1%	5.72E-5	5.61E-5	98.1%
Configuration	1%	-2.42E-5	-2.42E-5	103.0%

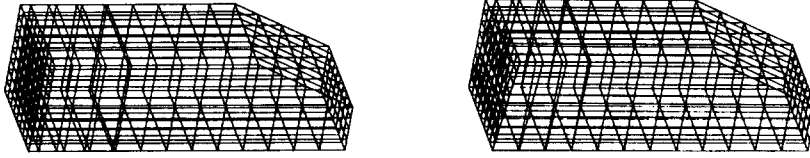


Fig. 1 Shape and configuration design change of a simplified vehicle

밀도법, SLP, 보조 변수법을 사용하여 토폴로지 최적 설계 프로그램을 개발하였다. 설계 민감도 결과는 여러 가지 차체 모델로 검증되었고 최적화된 차체 모델은 시뮬레이션에 의한 설계 기법을 검증하기 위해 제작되었다.

후기

본 연구는 포드 자동차가 지원하였다. 저자들은 포드 자동차의 M.Adelberg, M. Godse, Y. Park, C. Soto 박사들에게 감사 드린다.

참 고 문 헌

- [1] Wang, S., Hung, H.H., Hwang, H.Y., Park, Y.H., Choi, K.K. and Kulkarni, H.T.: Design sensitivity analysis of NVH of vehicle body structure, Proceeding of 5th AIAA Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization (1994), 1192-1201.
- [2] MacNeal, R.H.: A simple quadrilateral shell element. Computers and Structures 8 (1978), 1175-183.
- [3] Bendsoe, M.P. and Kikuchi, N.: Generating optimal topologies structural design using a homogenization method Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 71 (1988), 197-224.
- [4] Olhoff, N., Bendsoe, M.P., and Rasmussen, J.: On CAD-integrated structural topology and design optimization Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 89 (1991), 257-279.
- [5] Yang, R.J. and Chuang, C.H.: Optimal topology design using linear programming Computers and Structures 52 (1994), 265-275.
- [6] Mlejnek, H.P.: Some aspects of the genesis of structures Structural Optimization 5 (1992), 64-69.
- [7] Twu, S.L. and Choi, K.K.: Configuration design sensitivity analysis of built-up structure, Part I, Theory, Numerical Methods in Engineering 35 (1992), 1127-1150.
- [8] Batoz, J.L., Bathe, K.J., and Ho, L.W.: A study of three node triangular plate bending elements International Journal for Numerical Methods in Engineering 15 (1980), 1771-1812.
- [9] Wang, S. and Choi, K.K.: Configuration design sensitivity analysis of transient response Proceeding of 33rd AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference (1992), 1460-1470.
- [10] Shim, I.B.: Design sensitivity analysis of dynamic frequency responses of structural-acoustic systems Ph.D. Thesis, The University of Iowa, 1993.
- [11] Choi, K.K. and Chang, K.H.: A study of design velocity field computation for shape optimal design Finite Elements in Analysis and Design 15 (1994), 317-341.
- [12] Choi, K.K., Shim, I.B., and Wang, S.: Design sensitivity analysis of structure-induced noise and vibration submitted to ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1994.
- [13] Haug, E.J., Choi, K.K., and Komkov, V.: Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, Orlando, 1986.