

# 모드합성법을 이용한 음향부분구조합성법의 개발

\*고상철\*, 조용구\*\*, 오재웅\*\*\*, 김준태\*\*\*\*, 김진오\*\*\*\*

## Development of Acoustic Substructure Synthesis Method using Component Mode Synthesis Method

KO SANG-CHUL, JOE YONG-GOO, OH JAE-EUNG, KIM JUN-TAE, KIM JIN-OH

### ABSTRACT

The purpose of this study is to develop acoustic substructure synthesis method that can be applied to acoustic modal analysis of complex acoustic systems. Acoustic modal analysis method to be introduced here is a method that analyze acoustic natural mode shape of the complex acoustic system by the principle of CMS(component mode synthesis method).

This paper describes the acoustic modal analysis of the acoustic finite element model of simple expansion pipe by acoustic substructure synthesis method. The results of acoustic modal analysis analyzed by Acoustic substructure synthesis method and the results by FEM(finite element method) shows good agreement.

### 1 서론

부분구조합성법은 진동계에서 많이 사용하는 방법으로 과거에는 주로 컴퓨터 용량과 계산 시간 때문에 계를 몇개의 부분으로 나누어 해석하는데 사용했다. 그러나 근래에 와서는 이런 목적보다는 복잡한 계를 보다 쉽게 해석하거나 계의 특성을 보다 엄밀하게 파악하는데 사용되고 있다.<sup>[3]</sup>

본 논문에서는 음향계의 해석을 위한 음향부분구조합성법을 제시하고 그 타당성을 검증하는 것을

목적으로 한다. 음향부분구조합성법으로써 진동계의 모드합성법을 이용한 ASSM (Acoustic Substructure Synthesis Method)을 개발하고 그 타당성을 단순확장관 모델의 음향모드해석을 통하여 검증하고자 한다.

### 2 이론

#### 2.1 ASSM(Acoustic Substructure Synthesis Method)의 기본 원리<sup>[1][2]</sup>

전체 계의 음향 공간을 해석하는 데에 있어서 계가 복잡하게 이루어진 경우에는 전체 계를 한번에 해석하는 것은 어렵다. 그래서 Fig. 2.1에서처럼, 전체 계의 음향 공간의 해석을 용이하게 하기 위하여 전체를 분해하여 해석한다.

\* 한양대학교 정밀기계공학과 대학원  
\*\*한양대학교 자동차공학과 대학원  
\*\*\* 한양대학교 자동차공학과  
\*\*\*\* 삼성종합기술원

ASSM(Acoustic Substructure Synthesis Method)은 진동계의 부분구조합성법중 모드합성법을 이용한 것이기 때문에 해석상의 조건을 진동계에 일치시켜야 한다. 그런데 음향계는 진동계와 상사시켜 생각하면 보다 쉽게 이해할 수 있다.

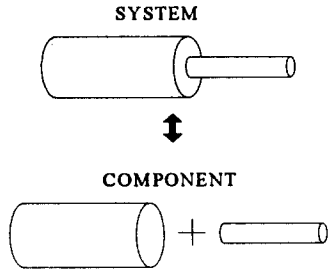


Fig. 2.1 Basic Concept of ASSM

Table 2.1 Analogy between Vibration-System and Acoustic-System

진동계	지배방정식	$\rho_s \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$
	고정경계	$\xi = 0$
	자유경계	$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$
	탄성·감쇠 지지단	$\xi = \frac{EA}{k + j\alpha c} \frac{\partial \xi}{\partial x}$
음향계	지배방정식	$\frac{1}{K} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$
	개구단경계	$p = 0$
	폐구단경계	$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$
	음향임피던스 경계	$p = j \frac{1}{\rho_a \omega} Z_n \frac{\partial p}{\partial x}$

여기서,

- $p$ : 음압,  $K$ : 체적탄성률,
- $\rho_a$ : 공기밀도,  $\xi$ :  $x$  방향 변형률,
- $\rho_s$ : 구조물의 밀도,  $k$ : 스프링 상수,
- $E$ : 종탄성계수,  $x$ : 변위,  $t$ : 시간

몇개의 부분으로 분리한 각각의 분계에 대해서 모드해석을 수행하고 부분사이의 결합을 진동 영

역의 구속모드합성법을 이용하여 합성하면 전체의 고유진동수와 대응하는 음압모드를 구할 수 있게 된다.

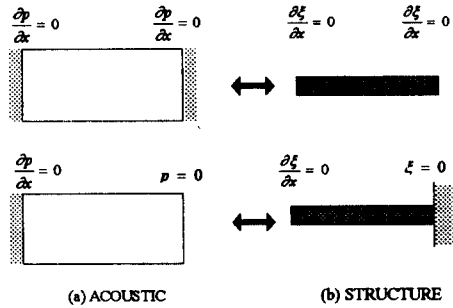


Fig. 2.2 Analogy between Acoustic and Structural Boundary Condition

## 2.2 구속모드합성법 (Component Mode Synthesis Method)<sup>[5][6][7]</sup>

구속모드합성법은 구조물 내부영역의 변위를 결합부의 변위에 의한 것과 결합부를 고정시켰을 때의 변위의 합으로 표현하며, 구속모드합성법의 개념을 간단히 Fig. 2.3과 같이 나타내었다.

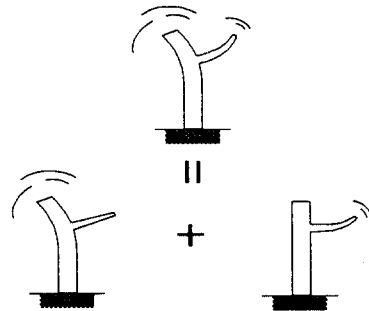


Fig. 2.3 Displacement Representation of Component by Constraint Mode

줄기와 가지의 진동은 줄기만의 진동 모드와 가지만의 진동 모드로 나뉘어 진다. 줄기만의 진동 모드에서 가지는 결합점의 변위에 따라 강제 운동만을 한다. 한편 가지의 움직임은 결합부에 있는 가

지 끝을 고정한 고유 모드 즉 구속 모드의 1차 결합으로 표현된다.

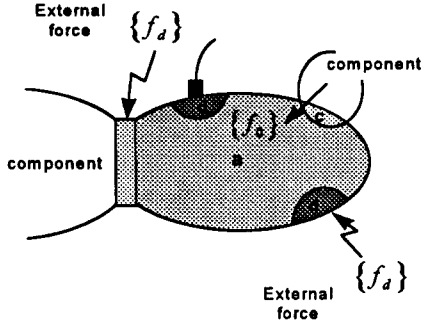


Fig. 2.3 Various Regions of Component

Fig. 2.4와 같이 분계를 결합영역 c와 그 이외의 영역 e로 분류하였을 때 결합영역 c를 고정한 경우의 영역 e의 변위  $\{x_e\}$  는 다음과 같다.

$$([K_e] - \omega^2[M_e])\{x_e\} = \{0\} \quad (1)$$

$$\{x_e\} = [\phi_{Bi}]\{\xi_i\} \quad (2)$$

여기서,  $[M_e]$ 는 영역 e의 질량행렬,  $[K_e]$ 는 영역 e 강성행렬,  $\omega$ 는 원진동수(circular frequency),  $[\phi_{Bi}]$ 는 결합영역 c를 고정할 때의 고유치 문제를 풀어서 얻은 구속 모드이고,  $\{\xi_i\}$ 는 모달좌표이다.

결합영역을 c, 이외의 영역을 e로 할 때, 2개의 분계로 구성된 전계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} M_{e1} & M_{e1c1} & 0 & 0 \\ M_{c1e1} & M_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{e2} & M_{e2c2} \\ 0 & 0 & M_{c2e2} & M_{c2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{e1} \\ \ddot{x}_{c1} \\ \ddot{x}_{e2} \\ \ddot{x}_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{e1} & K_{e1c1} & 0 & 0 \\ K_{c1e1} & K_{c1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{e2} & K_{e2c2} \\ 0 & 0 & K_{c2e2} & K_{c2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e1} \\ x_{c1} \\ x_{e2} \\ x_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -f_{12} \\ 0 \\ f_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $f_{12}$ 는 결합영역 c를 통해 분계 1과 분계 2에 작용하는 내력이다.

강결합의 경우, 다음의 조건이 성립하므로

$$\{x_{c1}\} = \{x_{c2}\} = \{x_c\} \quad (4)$$

각 분계에 대하여 가이안의 정축소를 적용하여 결합부의 변위와 결합영역이외의 변위는 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \{x\} &= \begin{bmatrix} x_{e1} \\ x_{c1} \\ x_{e2} \\ x_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{B1} & T_1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{B2} & T_2 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ x_{c1} \\ \xi_2 \\ x_{c2} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \phi_{B1} & T_1 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & \phi_{B2} & T_2 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ x_c \\ \xi_2 \end{bmatrix} = [T_p]\{y\} \end{aligned} \quad (5)$$

이다. 식 (5)을 식 (3)에 대입하고,  $\{T_p\}^T$ 를 곱하여 정리하면, 전계에 대한 축소 변환된 운동방정식이 얻어진다.

$$[\bar{M}]\{\dot{y}\} + [\bar{K}]\{y\} = \{\bar{f}\} \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [\bar{M}] &= [T_p]^T [M] [T_p] \\ [\bar{K}] &= [T_p]^T [K] [T_p] \\ \{\bar{f}\} &= [T_p]^T \{f\} \end{aligned}$$

### 3 컴퓨터 시뮬레이션

#### 3.1 단순 확장관 모델의 음향모드해석

단순확장관 모델에 대하여 양단이 막힌 경우와 한쪽단이 열린 경계조건에 대해서 각각 ASSM을 적용하여 해석을 수행하였다.

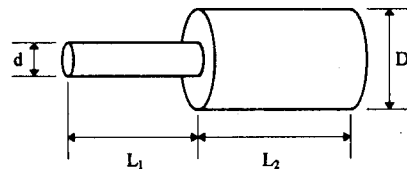


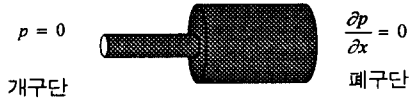
Fig. 3.1 Shape of Simple Expansion Pipe

Table 3.2 Properties of Simple Expansion Pipe

물성치	값 및 단위	물성치	값 및 단위
d	35(mm)	L1	260(mm)
D	150(mm)	L2	300(mm)
$\rho$	1.225(kg/m <sup>3</sup> )	c	340(m/s)



(a) Closed-Closed Boundary Condition



(b) Open-Closed Boundary Condition

Fig. 3.2 Two Boundary Conditions for Simple Expansion Pipe

#### 4 결과 및 고찰

ASSM의 타당성을 검증하기 위하여 단순확장관 모델에 대하여 ASSM을 이용하여 음향모드 해석을 수행하였다. 그리고 이 결과를 검증하기 위하여 상용 음향해석 패키지인 SYSNOISE를 사용하여 전체 모델에 대해서 음향모드 해석을 수행하였다.

- A. 양쪽 단이 모두 강제 경계로 막힌 경우  
- CASE I
- B. 한쪽 단이 막히고 다른 단이 열린 경우  
- CASE II

##### 4.1 단순확장관 모델의 음향고유진동수

ASSM을 이용하여 두 부분으로 나눈 단순확장관 모델에 대하여 구한 음향고유진동수 해석 결과

와 전체 모델에 대하여 유한요소해석(SYSNOISE)하여 얻은 음향고유진동수 해석 결과를 Table 4.2에 나타내었다.

Table 4.3 Acoustic Natural Frequencies of Simple Expansion Pipe

MODE NUMBER	CASE I		CASE II	
	ASSM(Hz)	FEM(Hz)	ASSM(Hz)	FEM(Hz)
1	0.000	0.000	43.353	43.353
2	309.733	309.733	544.941	544.941
3	571.104	571.104	646.687	646.687
4	932.741	932.741	1129.329	1129.329
5	1148.843	1148.843	1266.673	1266.673
6	1370.403	1370.403	1370.403	1370.403
7	1370.403	1370.403	1370.403	1370.403
8	1485.132	1485.132	1485.132	1485.132
9	1485.132	1485.132	1485.132	1485.132
10	1565.412	1565.412	1722.003	1722.003

Table 4.2를 보면 ASSM을 이용한 음향고유진동수 해석 결과가 전체 모델에 대해서 유한요소해석한 결과와 잘 일치하고 있는 것을 볼 수 있다.

##### 4.2 단순확장관 모델에 대한 음향모드

- A. 양단이 막힌 단순확장관 모델의 음향모드 (CASE I)

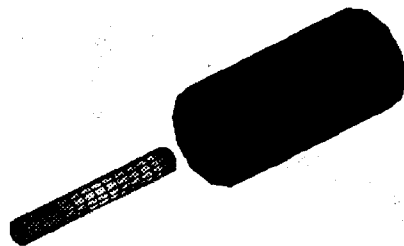


Fig. 4.1 Acoustic Mode(2nd mode) analyzed by ASSM

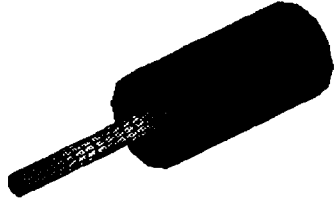


Fig. 4.2 Acoustic Mode(2nd mode) analyzed by FEM-[SYSNOISE]

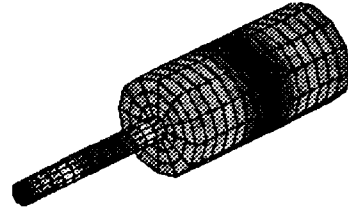


Fig. 4.6 Acoustic Mode(2nd mode) analyzed by FEM-[SYSNOISE]

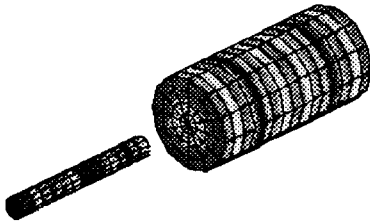


Fig. 4.3 Acoustic Mode(5th mode) analyzed by ASSM

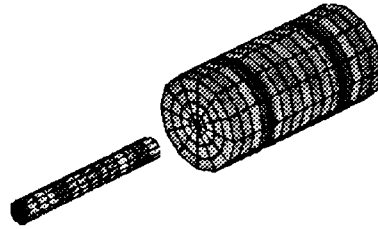


Fig. 4.7 Acoustic Mode(4th mode) analyzed by ASSM

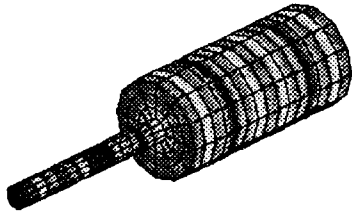


Fig. 4.4 Acoustic Mode(5th mode) analyzed by FEM-[SYSNOISE]

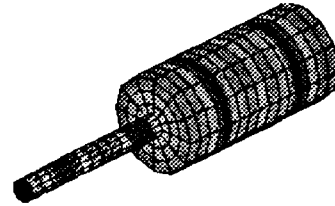


Fig. 4.8 Acoustic Mode(4th mode) analyzed by FEM-[SYSNOISE]

B. 한쪽 단이 열리고 다른 단이 막힌 단순확장관 모델의 음향모드(CASE II)

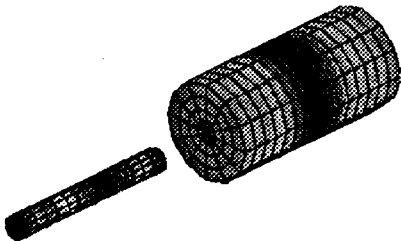


Fig. 4.5 Acoustic Mode(2nd mode) analyzed by ASSM

Fig. 4.1 부터 Fig. 4.8 까지의 결과를 보면 ASSM을 이용하여 음향모드 결과가 전계에 대해서 유한요소해석한 결과와 잘 일치하고 있는 것을 볼 수 있다. 열린 단에 대해서도 두 해석 결과 모두 음향모드의 크기가 가장 작게 나타나고 있는 것을 볼 수 있다.

## 5 결론

진동계에서 많이 사용하고 있는 부분구조합성법의 원리를 음향계에 적용하여 음향계에서 이용할 수 있는 음향부분구조합성법(Acoustic

Substructure Synthesis Method)을 개발하였다. 그리고 이 방법을 사용하여 단순확장관 모델에 음향모드 해석하였다. 두가지 경계 조건 즉, 양단이 막힌 경우와 한쪽 단이 막히고 다른 단이 열린 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 해석한 결과는 두 경우 모두 음향고유진동수와 음향모드가 전계에 대하여 음향모드 해석한 결과와 잘 일치하였다.

본 연구에서 제시한 모드합성법을 이용한 음향 부분구조합성법을 이용하면 복잡한 음향 공간의 음향모드 해석을 보다 쉽게 수행할 수 있을 것으로 판단된다.

### 참고 문헌

- [1] 大久保信行, 竹内克則, 1993, “音響ビルディングブロック法の開発とその適用(第1報, 数値モデルによる 検証および実験の基礎的考察)”, 日本精密工學會誌, 59巻 4號, pp. 583-588
- [2] 大久保信行, 竹内克則, 1993, “音響ビルディングブロック法の開発とその適用(第1報, 実験データにもづく適用例)”, 日本精密工學會誌, 59巻 10號, pp. 1671-1675
- [3] 김중배, 1995, “부분구조합성법을 이용한 컴프레셔 쉘의 동특성 규명 및 개선에 관한 연구”, 한양대학교 석사학위논문
- [4] 長松昭男, 大態政明, 1991, 部分構造合成法, 培風館
- [5] 長松昭男, 大態政明, 1983, “部分構造合成法による振動解析(第1報, 基礎的検討)”, 日本機械學會論文集(C編), 49巻 437號, pp. 3-11
- [6] 長松昭男, 大態政明, 1983, “區分モード合成法による振動解析(第4報, 固有振動數 固有モード-その2)”, 日本機械學會論文集(C編),

49巻 443號, pp. 1120-1127

- [7] 長松昭男, 大態政明, 1984, “區分モード合成法による振動解析(第5報, 強制振動その2)”, 日本機械學會論文集(C編), 50巻 450號, pp. 251-259