

다단 감속치차계의 비틀림진동 해석

⁰이 동 환*, 김 영 철*, 최 상 규*, 이 안 성*

Torsional Vibration Analysis of a Multi-Stage Reduction Gear System

Dong Hwan Lee*, Young Cheol Kim*, Sang Gyu Choi* and An Sung Lee*

ABSTRACT

A torsional vibration analysis of a multi-stage reduction gear box connected to a gas turbine system is presented. For a free vibration analysis the Modified Hibner Branch Method, so called "Blank Matrix Method", and the λ -Matrix Method are used in the modeling and the eigenvalue solution, respectively. Also, a short circuit forced analysis of the system is performed, utilizing the energy method modeling. It is shown that the results of the free vibration analysis have the same tendency as those of the short circuit analysis.

1. 서 론

플랜트 및 항공기등에 핵심 기계 시스템으로 사용되는 개스터빈은 에너지의 효율성 측면에서 지속적인 경량화와 고출력화를 추구하고 있다. 이에 따라 감속기어, 베어링등의 기계요소예 고속의 큰 부하가 작용하게 되어 진동·소음문제와 더불어 시스템의 안전을 위한 최적설계가 요구된다. 특히 개스터빈에 사용되는 감속기의 경우에는 터빈의 높은 회전수를 발전기의 낮은 회전수로 전환시키는 고감속비의 다단 치차계를 채택하고 있어 여기에서 발생하는 비틀림 진동이 감속기 및 시스템 전체의 안전에 큰 영향을 줄 수 있다.

치차계의 진동해석을 위해서 지금까지 전달행렬법과 유한요소법 그리고 이들을 혼용한 방법등이 많이 제시되어 왔다. 그러나 자유도가 많은 다단 치차계의 경우, 일반적인 전달행렬법인 치차계의 Branch Point 방법^[1-2]과는 달리 Mitchel, L. D.의 수정된 Hibner Branch방법^[3] 또는 Park, N. G.이 사용한 Blank Matrix법^[4]이 사용되는데, 축요소, 디스크, 기어요소를 Field 단위로 수직으로 분할함으로써 단(Step)의 수에 상관없이 각 Field에 대해서 순차적으로 요소행렬을 곱하여 시스템 행렬을

형성할 수 있어 매우 효과적임을 전보^[5]에서 보인 바 있다.

본 연구에서는 전보의 해석적 연구에 이어서, 실제의 감속기를 포함한 개스터빈 발전시스템 개발품을 대상으로 비틀림진동 해석을 수행하였다. 해석모델은 총 16개의 축, 11개의 디스크와 9개의 기어로 구성된 이산화모델로서 8개의 축렬이 각각의 기어로 연결되어 8단 치차계를 이루고 있다.

상기 모델에 대해 Blank Matrix법을 사용하여 자유진동 해석은 수행하였으며, 에너지법을 이용하여 Short Circuit 발생시 과도응답 해석을 수행하였다. 이상에서 얻은 자유진동해석과 강제진동해석의 결과를 비교 검토함으로써 시스템의 안전성 평가에 활용코자 한다.

2. 비틀림 진동 해석 기법

2.1 Hibner Branch법에 의한 요소 모델

비틀림 진동해석에서 전달행렬법에 이용되는 요소는 디스크, 축, 기어로 구성된다.

디스크는 질량관성모멘트로 구성되며, Fig. 1과 같은 디스크 모델에서 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ T \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \lambda J_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ T \end{pmatrix}_1 \quad (1)$$

* 한국기계연구원 회전체연구그룹

여기서, $\lambda = -\omega^2$ 이고, 아랫 첨자는 Station No.를 나타낸다.

Fig. 2에서 축은 질량이 없고 비틀림 스프링 상수만 갖는 것으로 가정한다. 실제 모델링할 때는 축의 질량관성 모멘트를 축의 양단으로 나누고 축의 강성만 고려하게 된다. 축모델에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ T \end{pmatrix}_3 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{k_t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ T \end{pmatrix}_2 \quad (2)$$

여기서,

$$k_t = \frac{I_p G}{\ell} = \frac{\pi d^4 E}{64 \ell (1 + \nu)} \quad (3)$$

식 (3)에서 I_p 는 단면 2차 모멘트, E 는 Young's Modulus, ℓ 은 축의 길이, ν 는 Poisson 비, d 는 축의 직경이다.

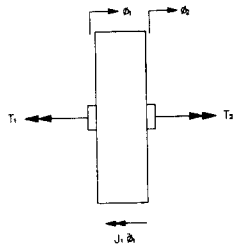


Fig. 1 Disk model

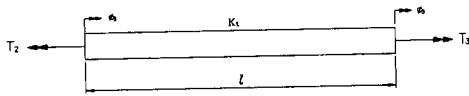


Fig. 2 Shaft model

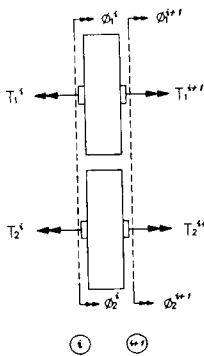


Fig. 3 Gear Mode

기어의 경우는 한쌍의 기어의 물림에 대한 선형 강성행렬 및 기어몸체 디스크로 모델링한다. 치차의 접촉점에서 선형의 강성을 가지는 것으로 가정하면, 기어의 강성에 의해서 전달되는 힘은 다음과 같다.

$$F_{tr} = k_{th}(r_1 \phi_1 + r_2 \phi_2) \quad (4)$$

여기서 r_1, r_2 는 기어의 기초원 반경을 의미하며 기어의 압력각을 α 라고 할때 다음의 관계식이 성립된다.

$$r_i = (\text{피치원 반경}) \times \cos \alpha \quad (5)$$

따라서 Fig. 3과 같이 쌍으로 구성되는 기어는 다음과 같이 모델링된다.

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ k_{th} r_2^2 & 1 & k_{th} r_1 r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k_{th} r_1 r_2 & 0 & k_{th} r_2^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_i \quad (6)$$

여기에 디스크의 관성모멘트를 고려하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda J_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda J_2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ k_{th} r_1^2 & 1 & k_{th} r_1 r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k_{th} r_1 r_2 & 0 & k_{th} r_2^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_i \quad (7)$$

식 (7)에서 알수 있는 바와 같이 기어모델은 디스크의 요소행렬과 기어의 요소행렬과의 곱으로 표시된다.

2.2 자유진동 해석

Blank Matrix를 이용하여 각 단의 수에 상관없이 한번에 각 Field에 대해서 순차적으로 요소행렬을 곱함으로써 시스템 행렬을 식 (8)과 같이 간단히 형성할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \phi_1 \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_n = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ T_1 \\ \phi_2 \\ T_2 \end{pmatrix}_1 \quad (8)$$

n 단 기어의 경우 상태변수는 토크와 각변위 2개이고 시스템의 자유도는 단수의 2배가 되므로 자유도는 $2n$ 이다. 식 (8)에 경계조건을 적용하면 Station 1과 Station n 에서 외부 토크는 없으므로

로 $T_1^1, T_2^1, T_1^2, T_2^2$ 은 영이 되며, 따라서 다음과 같은 특성방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} T_{21}\phi_1^1 + T_{23}\phi_2^2 &= 0 \\ T_{41}\phi_1^1 + T_{43}\phi_2^2 &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기에 λ -matrix법^[5]을 적용하면 다음과 같은 고유치 문제로 바꾸어 풀 수 있다.

$$(A\lambda - B)X = 0 \quad (10)$$

2.3 강제진동 해석

강제진동 해석을 위한 운동방정식은 에너지법에 의해 다음과 같이 유도되어진다.

$$[I] \{\ddot{x}\} + [K] \{x\} = \{T\} \quad (9)$$

외부가진 비틀림 $\{T\}$ 는 Start Up, Short Circuit 등 발전기의 작동상태에 따라 다르다. 관심영역의 모드만을 고려하는 Mode Reduction 기법을 적용하고, Runge-Kutta법에 의해 비연성 운동방정식을 푼다.

2.4 개스터빈 감속계의 모델링

본 연구에서 해석하고자 하는 치차감속계는 개스터빈, 발전기 및 감속기어로 되어진 8단 치차계이다. 해석모델은 Fig. 4와 같이 총 16개의 축, 11개의 디스크와 9개의 기어로 구성되어지며, G4는 G8, G10, G12와 물려 있고 G6은 G9, G11, G13과 물려 있는 Triple Pair Gear이다.

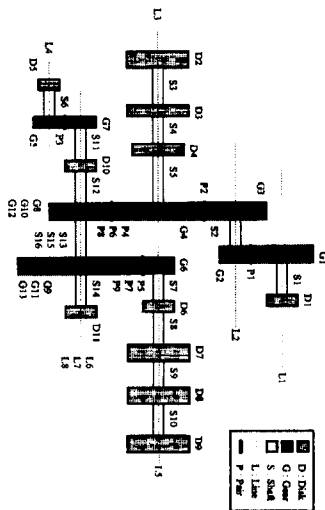


Fig. 4 Schematic of Turbine Generator System

모델링시 저압 및 고압터빈, 발전기도 무게중심이 있는 축 위치에 큰 관성이 집중해 있는 것으로 단순화 하였으며 커플링의 관성 및 강성은 공급자가 제공하는 자료를 이용하였다. Table 1~3은 각각 Disk, Shaft, Gear의 물성치를 나타낸다.

Table 1 Disk Property

Disk	질량관성 모멘트 (N/m ²)
D1	0.62e-4
D2	0.22e1
D3	0.90e-1
D4	1.32e-1
D5	0.9e-5
D6	1.46e-3
D7	2.19e-1
D8	2.16e-1
D9	1.76e-4
D10	3.35e-4
D11	1.00e-3

Table 2 Shaft Property

Shaft	길이 (mm)	직경 (mm)
S1	595	39
S2	125	88.2
S3	63	11.5
S4	434	90
S5	610	11.5
S6	60.5	23.7
S7	266.5	29
S8	336.8	26.3
S9	199.4	6.1
S10	154	52.8
S11	30	26
S12	72.5	60
S13	33	90
S14	96	67.2

Table 3 Gear Property

Gear	압력 각(°)	모듈 (mm)	치폭 (mm)	잇수	치접촉 평균강성 (N/m)	질량관성 모멘트 (N/m ²)
G1	20	3.5	47	89	0.395e9	1.57e-1
G2	20	3.5	29	40	0.395e9	1.25e-1
G3	25	5.5	24	38	0.714e9	2.70e-2
G4	25	5.5	60	67	0.714e9	5.04e-1
G5	20	2.0	80	47	0.184e9	3.73e-4
G6	25	4.0	30	20	0.383e9	9.47e-4
G7	20	2.0	14	20	0.184e7	9.00e-6
G8	25	5.5	100	23	0.112e10	1.34e-5
G9	25	4.0	30	103	0.383e9	3.49e-1
G10	25	5.5	100	23	0.112e10	1.39e-5
G11	25	4.0	30	103	0.383e9	3.49e-1
G12	25	5.5	100	23	0.112e9	1.34e-1
G13	25	4.0	30	103	0.383e9	3.49e-1

3. 해석 결과 및 검토

3.1 자유진동해석

터빈축은 27000 rpm으로 구동되고 이것은 감속기에서 여러 단의 기어비에 따라 감속되며 발전기 축의 출력축의 회전수는 1800 rpm이 된다. Table 4는 전달행렬법에 의한 고유진동수의 결과가 에너지법에 의한 결과와 비교되어졌으며, 그 결과가 잘 일치함을 확인할 수 있다.

Table 4 Turbine-generator natural frequencies

Mode #	FMM (rpm)	Lagrange (rpm)	Mode Shape
1	3164	3134	TBN 1st
2	5011	4955	TBN 1st, GEN 1st
3	18820	18674	TBN 2nd
4	41820	41725	TBN 3rd, GEN 2nd
5	42530	42482	TBN 3rd, GEN 2nd

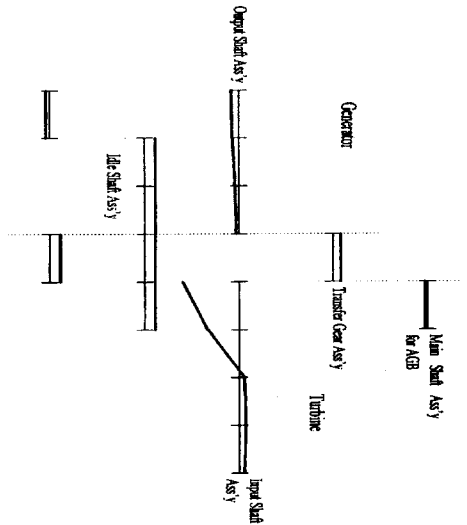


Fig. 5 1st torsional vibration mode(3164rpm)

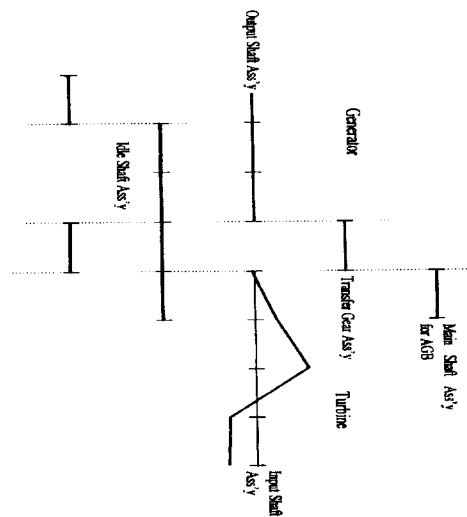


Fig. 6 3rd torsional vibration mode(18820rpm)

Fig. 5와 Fig. 6은 1차 및 3차 고유 진동모우드를 그린 것이다. 1차 진동모우드는 52.7 Hz에서 터빈 압축기 축과 입력축 사이에서 역위상으로 비틀림 진동이 발생된다. 2~5차 진동 모드 역시 주로 터빈축에서 큰 비틀림 진동을 발생시킴을 볼 수 있으며, 따라서 터빈축의 강성이 부족함을 잘 알 수 있다.

Fig. 7은 터빈, 발전기를 포함한 단단 감속기 시스템의 Campbell Diagram이다. 2차 고유진동수는 83.5Hz로 Idle Shaft의 회전수(5243 rpm)와 매우 근접해 있으며, 1차 고유진동수 역시 52.7Hz로 Transfer Gear Assembly Shaft의 회전수(3173rpm)와 거의 일치하고 있다. 따라서 이 부분은 시스템 전체를 가진하게 되므로 설계변경을 요한다.

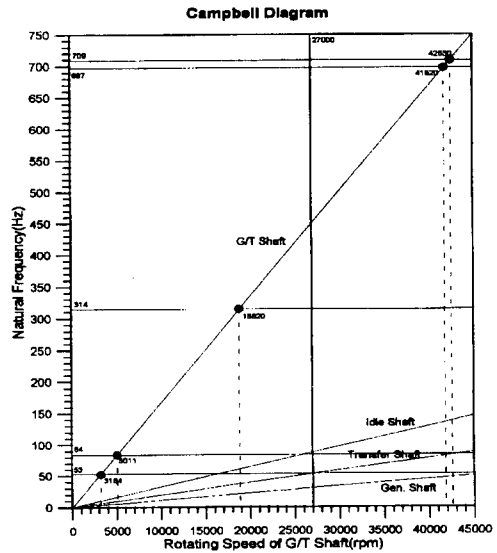


Fig. 7 Campbell Diagram for the G/T Shaft

3.2 비틀림 강제진동

비틀림 강제진동해석을 위해 Short-circuit 발생 시 다음과 같은 가진력^[7]이 발전기에 작용한다고 가정한다.

$$\frac{T_{sc}}{T_{n1}} = 6.65e^{-j/0.063} \sin \omega t - 3.32e^{-j/0.136} \sin 2\omega t + 0.47e^{-j/0.07} \quad (8)$$

여기서, T_{sc} 은 Short-circuit 발생시 작용하는 가진 Torque이고, T_{n1} 은 발전기에서 발생하는

Normal Torque이다. 가진 Torque는 Fig. 8에 그려져 있으며, 최대 가진 Torque의 크기는 T_{n1} 의 7.88배가 된다.

Table 4는 각 축에서 발생하는 회전속도, 강성, Normal Torque 및 최대 Torque를 정리 요약한 것이다. Fig. 9에서 보는 바와 같이, S7 및 S8에 T_{n3} 의 40배가 넘는 아주 큰 Torque가 작용하고 있으며, Fig. 10에서 보는 바와 같이 S3, S4, S5에도 T_{n1} 의 10배가 넘는 Torque가 발생한다. 이러한 결과는 고유진동모우드가 주로 이들 축에서 발생했던 것과 잘 일치하며, 이들 부분의 비틀림 강성이 더 크게 설계되어야 할 필요성을 제공해 준다.

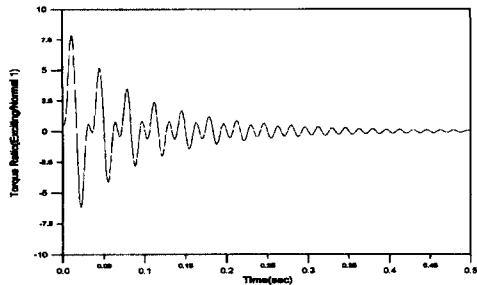


Fig. 8 Input torque due to the short circuit

Table 4 Forced vibration at each shaft

Shaft #	Rotating Speed (rpm)	Stiffness (N·m/rad)	Normal Torque (N·m)	Maximum /Normal
S1	1,426	293,628	8,035	1.12e-4
S2	3,173	36,561,236	3,611	3.90e-1
S3	1,800	8,581,711	6,367	13.0
S4	1,800	527,233	6,367	13.3
S5	1,800	2,165,300	6,367	13.5
S6	2,231	39,382	5,136	3.96e-5
S7	27,000	20,042	424	41.6
S8	27,000	10,728	424	42.3
S9	27,000	524,386	424	27.3
S10	27,000	12,564,666	424	10.6
S11	5,243	115,035	2,186	2.04e-3
S12	5,243	1,349,968	2,186	1.07e-2
S13	5,243	15,014,561	2,186	5.11
S14	5,243	1,604,214	2,186	2.43e-2
S15	5,243	15,014,561	2,186	5.11
S16	5,243	15,014,561	2,186	5.11

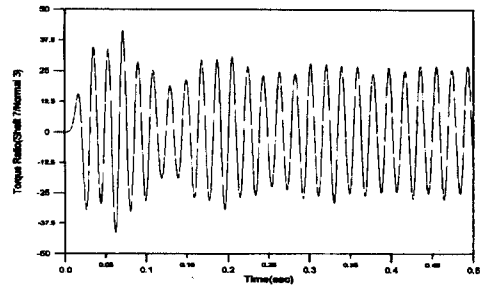


Fig. 9 Forced vibration at shaft 7

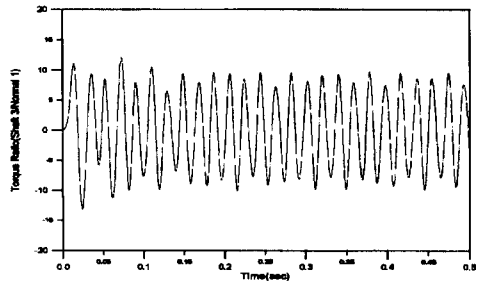


Fig. 10 Forced vibration at Shaft 3

4. 결론

소위 Blank Matrix법으로 불리는 수정된 Hibner Branch법을 이용하여 다단감속기를 가진 실제의 개스터빈 시스템을 대상으로 비틀림 진동해석 모델을 구하고 고유진동 및 강제진동해석을 행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 다단 치차감속기를 포함하는 시스템을 모델링 할 경우 Blank Matrix법은 매우 간편하고 유용한 방법이다.
- (2) 분석 결과 Short Circuit 가진시 강제진동응답은 자유진동해석 결과와 일치한다.
- (3) 대상 개스터빈 시스템은 터빈축 입력축과 발전기 출력축이 비틀림진동 응답에 취약한 것으로 드러났다.

후 기

본 과제는 삼성항공의 “개스터빈 발전시스템의 비틀림진동해석” 과제와 관련하여 이루어진 결과입니다.

참 고 문 헌

- [1] M. J. Goodwin, "Dynamics of Rotor-bearing System", Principle Lecture, Dept. of Mech. and Computer-Aided Engineering, Staffordshire polytechnic, Staffordshire Polytech., 1989
- [2] J. S. Rao, *Rotor Dynamics*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1991
- [3] L. D. Mitchell, "A New Branching Technique for the Static and Dynamic Analysis of Geared System.", *Vibration in Rotating Machinery*, I Mech E Conference Publication, 1980
- [4] Nogill Park, "An Analysis investigation of Geared System Dynamics Containing Spur and Helical gears", Ph.D, North Carolina State University, Raleigh, 1987
- [5] 이동환 외, 1996, "다단치차계의 비틀림진동 모드해석에 관한 연구", 한국소음진동공학회 춘계학술대회, pp. 227-232
- [6] Chong-Won Lee, *Vibration Analysis of Rotors*, Kluwer Academic publishers, 1993
- [7] Michel Lalanne, Guy Ferraris, *Rotordynamics Prediction in Engineering*, John Wiley & Sons, 1990