

유전 알고리즘을 이용한 초임계 회전축계의 진동 최적 설계

0최병근** (부경대 대학원), 양보석* (부경대 공대)

Vibration Optimum Design for Hypercritical Rotor System Using Genetic Algorithm

B. G. Choi (Graduate School, Pukyung Univ.), B. S. Yang (Pukyung Univ.)

ABSTRACT

In this paper, a parametric study of the unbalance response and the stability is carried out to show the influence of seal parameters on the response of rotor. The seal parameters optimized are the seal clearance and the seal length. The minimum quantity of a Q factor in the critical speed and the maximum quantity of a logarithmic decreament in the operating speed, avoiding the reign of resonance, are the objective function. This paper describes a new approach to find a seal parameter of rotor system. The optimization method is used genetic algorithms, which are search algorithms based on the mechanics of natural selection and natural genetics. The results show the capability of this method and indicate that an optimal design of seals can improve the unbalance and the stability of rotor.

1. 서론

유체회전기계는 일반회전기계와 달리 작동유체로부터 발생하는 유체력(hydraulic force)이 축계에 작용하며, 최근 유체기계의 고압, 고속화에 의해 이 유체력이 불안정진동을 일으키는 것이 중요한 문제로 되고 있다.

원자력, 화력발전 플랜트 등에 사용되는 냉각순환계통의 펌프, 보일러급수펌프 등의 각종 펌프와 각종 압축기의 단사이에 사용되는 wearing ring, 중간단 시일, balance piston 등의 회전부와 고정부사이의 미소틈새부분과 임펠러등에서 발생하는 유체력이 그 원인이다.

최근 펌프에 있어서도 고속 소형화가 급속히 진전되어 1차 위험속도이상의 회전수를 상용회전수로

하는 펌프가 많아지고 있다. 이러한 펌프는 특히 높은 유체성능이 요구될 뿐만 아니라 펌프축계가 진동에 대해 안정할 것이 불가결하게 요구된다.

일반적으로 동적인 외력을 받는 회전기계를 설계할 경우, 먼저 계의 고유진동수, 감쇠율, 모드형상 등을 해석적으로 검토해야 한다. 회전축계 설계에는 운전속도에서 안전성이 좋을 것과 운전범위가 위험속도 이상인 경우에는 위험속도 통과시 공진배율을 최소로 할 것과 운전속도의 공진영역 회피문제를 동시에 만족해야 한다.

최근 생물의 진화원리(선택도태, 돌연변이, 교차)에 착상을 얻은 학습 알고리즘으로 유전학과 자연도태의 개념을 근거로 한 확률적 탐색방법의 하나인 유전 알고리즘(genetic algorithm : GA)이 공학분야에 적용되고 있다. 유전 알고리즘이란 우수한 형질을 가진 개체가 잘 적응하여 큰 생존확률을 가지고 더 많은 교배에 참가하여 우수한 자손을 생성한다는 자연계의 법칙과 생식(reproduction), 교차(crossover), 돌연변이(mutation)의 과정을 수행하는

* 부경대학교 공대 기계공학과

** 부경대학교 대학원

유전학에 착상을 얻은 탐색법이다.

따라서 본 논문에서는 진동특성에 중요한 영향을 미치는 비접촉 시일부 동적유체력 특성을 고려하여 시일을 단지 누설방지용 뿐만 아니라 적극적으로 진동을 억제하는 일종의 베어링 역할을 담당할 수 있도록 유전 알고리즘을 이용하여 펌프축계의 최적설계를 하고자 한다. 즉, 운전속도에서의 안정성, 위험속도 이상에서 운전되는 회전체의 경우 위험속도 통과문제와 위험속도 부근에서 운전하는 경우 공진회피문제, 그리고 강제진동응답을 고려하여 최적인 시일치수를 결정하는 것을 목적으로 하는 최적설계를 수행한다.

2. 회전축계의 해석

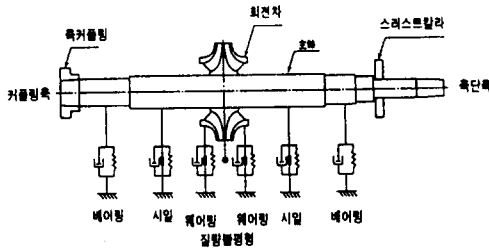


Fig. 1 Vibration analysis model

Fig. 1과 같은 단단 펌프를 고려한다. 이 펌프축계는 임펠러, 시일, 베어링 및 축의 변단면으로 이루어져 있다. 축의 질량 밀도가 일정하다면 분포 질량을 등가인 집중질량화 할 수 있다. 한 요소의 질량이 그 요소의 절점에 각각 등분되어 양 끝에 작용하는 것으로 한다. 이 경우 질량 매트릭스는 대각 매트릭스가 된다. 임펠러는 원판으로 모델링한다. 베어링과 시일부에서 작용하는 힘은 그 요소의 중앙에 집중하여 작용하는 것으로 한다.

펌프의 진동은 굽힘진동(bending vibration)이 중요하고 이에 대한 상태변수로는 수직 및 수평방향의 변위 w, v , 경사각 ψ, θ , 굽힘모멘트 M_y, M_z 및 전단력 V_z, V_y 이다.

2.1 운동방정식

각 요소의 i 번째의 분할점에 관한 방정식과 i 번째와 $i-1$ 번째의 축요소에 관한식에서 전단력과 모멘트를 소거하면, 질량행렬 M , 감쇠행렬 C , 강

성행렬 K 로 구성되는 회전축계의 운동방정식이 유도되고, 여기에 강제력 F 가 작용하는 경우, 축 요소의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [K]X = F \quad (1)$$

여기서 M 은 대칭행렬, C 와 K 는 베어링과 시일의 강성 및 감쇠계수에 의해 비대칭행렬이 되며, X 는 변위벡터이다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ & I_d \\ & m \\ 0 & & I_d \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} E & F \\ & H \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{xx} & 0 & C_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega I_p \\ C_{yx} & 0 & C_{yy} & 0 \\ 0 & -\omega I_p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[X] = [-w \ \psi \ v \ \theta]^T$$

여기서

$$[E] = \begin{bmatrix} k_{xx} + \frac{2}{d} & \frac{3}{b} & k_{yx} & 0 \\ \frac{3}{b} & \frac{4}{a} & 0 & 0 \\ k_{yx} & 0 & k_{yy} + \frac{2}{d} & \frac{3}{b} \\ 0 & 0 & \frac{3}{b} & \frac{4}{a} \end{bmatrix} \quad [F] = \begin{bmatrix} -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} \end{bmatrix}$$

$$[G] = \begin{bmatrix} -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} \end{bmatrix} \quad [H] = \begin{bmatrix} -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{d} & \frac{3}{b} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{b} & \frac{4}{a} \end{bmatrix}$$

$$a = \frac{l}{EJ}, \quad b = \frac{r^2}{2EJ}, \quad d = \frac{r^4}{6EJ}$$

2.2 고유치 해석

식 (1)을 다음과 같이 변환한다.

$$[S]\{\dot{Z}\} + [T]\{Z\} = \{0\} \quad (2)$$

여기서

$$[S] = \begin{bmatrix} [M] & [C] \\ [0] & [I] \end{bmatrix}, \quad [T] = \begin{bmatrix} [0] & [K] \\ -[I] & [0] \end{bmatrix}$$

$$\{Z\} = \{\dot{X} \ X\}^T$$

식 (2)의 해를 $\{Z\} = \{\bar{Z}\}e^{i\omega t}$ 로 가정하고 이를 식 (2)에 대입하면

$$([S]\lambda + [T])\{\bar{Z}\} = \{0\} \quad (3)$$

식 (3)에서 의미있는 해를 갖기위해 계수행렬의 행렬식이 0이 되어야 한다. 즉,

$$|\lambda[I] + [D]| = 0 \quad (4)$$

여기서 $[D] = [S]^{-1}[T]$ 이고, 이 식은 λ 에 관한 방정식이 되고 고유치가 얻어진다. 이는 보통 복소 고유치가 되어 2쌍의 공액근

$$\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j; \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

이 얻어진다. 여기서 α_j 는 j 차 모드의 성장계수 (growth factor), β_j 는 감쇠고유진동수이다.

3. GA에 의한 최적설계

본 연구에서 이용되는 각 개체를 구성하는 염색체는 시일의 반경름새와 길이로서 2개의 파라미터 (cs, ls)로 나눈다. 유전 알고리즘에 사용된 탐색파라미터는 Table 1과 같다.

Table 1 Searching parameter

Population size	35
Chromosome length	60
Crossover probability	50%
Mutation probability	step
Generation	300

3.1 탐색절차

Fig. 2는 본 연구에 사용된 유전 알고리즘의 흐름도이다. 최적 수정질량을 얻기 위한 탐색절차는 다음과 같은 단계로 이루어진다.

Step 1 (Start) : 설계 파라미터 정보를 담고 있는 개체(string)를 이진수로 표현하며, 개체의 길이는 60 bit로 하고 개체수(집단크기)는 35개로 한다.

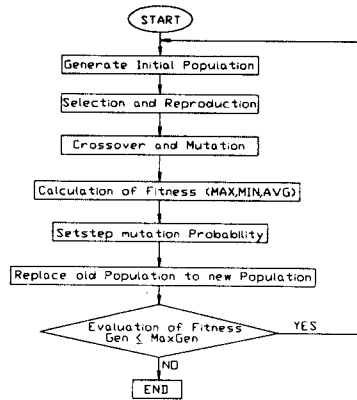


Fig. 2 Flow chart of genetic algorithm

Step 2 (Generation) : 초기집단은 단계 1에서 정해진 개체길이와 개체수로 랜덤(random)하게 구성한다. 생성된 초기집단이 탐색초기에 편향된 분포로 인해 국소최적점에 빠지는 것을 방지하기 위해 유전자 균일 분포법을 이용하여 초반부에 넓은 해공간을 탐색하도록 하였다.

Step 3 (Calculation of fitness) : 집단 내의 각 개체의 유전자형(genotype)을 십진수의 표현형(phenotype)으로 바꿔 적응도(fitness)를 평가한다. 각 개체의 적응도는 목적함수 $P(x)$ 에 의해 결정된다. 여기서 목적함수는 개체(string)의 생성과 소멸을 결정하는 요인이다.

Step 4 (Selection) : 다음 세대를 구성하기 위해, 상위 10%의 개체를 적응도 비례전략(roulette selection strategy)에 따라서 선택한다.

Step 5 (Reproduction) : 선택된 개체는 교차를 하기 위해 임시적으로 교배지(mating pool)로 복제된다.

Step 6 (Crossover) : 교배지에서는 교차과정이 이루어지게 되는데 교배할 개체 쌍을 랜덤하게 선택한 후, 교차 조작자(operator)에 의해서 부모 개체의 bit를 교차율에 따라 선택하여 자손의 개체를 만든다. 본 연구에서의 교차과정으로는 단순교차(simple crossover)를 사용하고, 부모염색체의 string에 랜덤하게 생성된 교차위치 후반부의 부분 bit열을 교체되도록 한다. 교차는 파라미터 각각에 대해서 조작되며, 이 교차과정을 각 세대마다 반복한다.

Step 7 (Mutation) : 교차와 동시에 이루어지는 돌연변이는 계단식 돌연변이 확률에 따라 개체의 유전자를 대립형질로 변화시키는 조작이다. 본 연

구에서의 돌연변이는 세가지 파라메터에 대해서 임의로 설정된 돌연변이 확률에 따라 이진 개체의 임의의 bit를 대립형질(0은 1, 1은 0)로 바꾸어 주는 역할을 한다.

Step 8 (Evaluation of fitness) : step 4 이하의 과정을 세대수만큼 반복하여 탐색을 종료한후 최상의 적응도값을 갖는 개체를 평가하여 그값을 최적해로 한다.

4. 수치계산 예

본 수치계산에서는 단단양흡입 원심펌프의 운전속도에서의 안정성이 좋을 것과 운전범위가 위험속도 이상인 경우 위험속도 통과시 공진배율을 최소로 하는 것, 그리고 운전범위가 공진영역을 피할 수 있는 시일직경과 길이를 구하고 초기치와 최적치의 불평형 응답과 대수감쇠율을 비교하였다.

4.1 Simple Rotor

Fig. 3은 단단 양흡입 원심펌프를 단순회전축계로 모델링한 것으로 Table 2는 계산에 사용된 수치를 나타낸다.

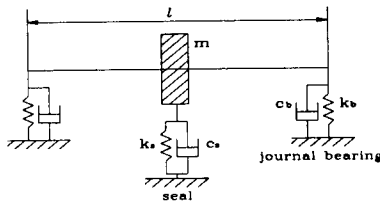


Fig.3 Rotor model

4.1.1 목적함수

복소고유치 $\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j$ 의 실수부와 허수부를 이용하여, 다음과 같이 위험속도 통과시의 공진배율인 Q factor와 운전속도에서의 대수감쇠율을 구할수 있다.

1) Q factor

$$Q_j = \frac{1}{2\zeta_j} = -\frac{\sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2}}{2\alpha_j}$$

2) 대수감쇠율

$$\delta_j = \frac{-2\pi\alpha_j}{\beta_j}$$

Table 2 Principle data of rotor

축 길이(m)	1
직경(cm)	4
임펠러 질량(kg)	60
직경(cm)	30
베어링(L/D=1)	Pressure dam bearing
베어링 틈새(mm)	0.05
점도(N · s/m ²)	0.022
길이(cm)	4
직경(cm)	4
시일 압력차(N/m ²)	9.806 × 10 ⁵ (10 bar)
길이(cm)	1
틈새(mm)	0.25
점도(N · s/m ²)	8 × 10 ⁻⁴ (30°C water)
밀도(kg/cm ³)	10 ³
직경(cm)	30

단단 양흡입 원심펌프의 1차 고유진동수가 2390 rpm 이고 운전속도가 3000rpm으로 펌프가 위험속도를 넘어서서 운전되기 때문에 목적함수를 아래와 같이 위험속도 통과시 공진배율을 최소로 하는 것과 운전범위가 공진영역을 피할 수 있게 1차 고유진동수를 낮추는 것 두가지 경우로 하여 수치계산을 행하였다.

$$1) O.B(1) = f(x) = aQ_1^2 + b \frac{1}{\delta_1^2} \rightarrow \min$$

$$2) O.B(2) = f(x) = aQ_1^2 + b \left(\frac{\alpha_1}{\omega_1} \right)^2 \rightarrow \min$$

여기서 a, b는 가중치이다.

4.1.2 설계변수와 구속조건

최적으로 하려는 설계변수는 시일 길이(ls)와 틈새(cs)로 하였고, 각 설계변수의 구속조건은 아래와 같다.

$$1) 0.2 \text{ mm} < cs < 0.5 \text{ mm}$$

$$2) 1 \text{ cm} < ls < 2 \text{ cm}$$

4.1.3 최적화 결과

Table 3은 최적화의 결과를 나타낸 것이다. 초기모델과 각 목적함수의 최적화에 따른 고유치해석 결과, Q factor, 대수감쇠율, 시일 틈새와 길이를 나타낸다. Fig. 4는 초기모델과 목적함수의 최적화결과를 적용한 계의 불평형응답을 나타낸 것이다.

최적 설계변수를 적용한 경우 초기모델보다는 Q factor는 거의 50% 정도 작아졌으며, 대수감쇠율은 각각 60%, 20% 커졌음을 알 수 있다. 목적함수가 (Q factor)² + (α_1/ω_1)²인 경우 1차 고유진동수가 약 2050rpm 으로 낮아져 운전속도가 초기모델보다 공진영역을 더 많이 벗어났음을 알 수 있다.

Table 3 Result of optimization

	초기모델	O.B(1)	O.B(2)
고유치 실수부(α_1)	-79.21484	-301.27927	-151.05151
고유치 허수부(β_1)	250.24408	363.29428	215.06067
Q factor(Q_1)	1.656776	0.78327	0.86993
Logarithmic decrement(δ_1)	1.98894	5.21063	4.41310
Seal clearance(mm)	0.25	0.2	0.49999999
Seal length(mm)	10	19.99999	19.0625172

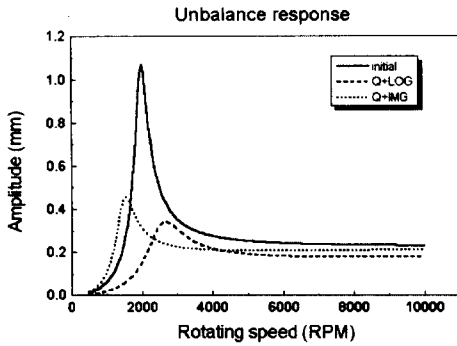


Fig. 4 Comparison of initial value with optimum value for unbalance response

4.2 실제모델에 적용

Fig. 5는 국내 H회사에서 생산하는 단단양흡입 펌프의 구조도이고, Table 4는 펌프의 사양을 나타낸다.

4.2.1 목적함수

단단 양흡입 원심펌프의 1차 고유진동수가 약 3425 rpm 이고 운전속도가 1750rpm이므로 위험속도 아래에서 운전되기 때문에 목적함수를 다음과 같이 하였다.

$$f(x) = aQ_1^2 + b\frac{1}{\delta_1} \rightarrow \min$$

여기서 a, b 는 가중치 이다.

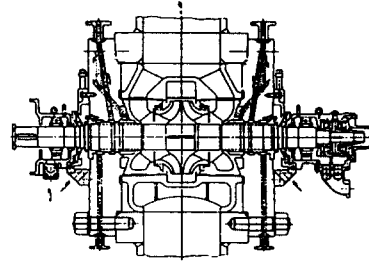


Fig. 5 Schematic diagram of pump

4.2.2 설계변수와 구속조건

최적으로 하려는 설계변수는 시일 길이와 틈새로 하였고 각 설계변수의 구속조건은 아래와 같다.

- 1) $0.3 \text{ mm} < cs < 0.6 \text{ mm}$
- 2) $30 \text{ mm} < ls < 40 \text{ mm}$

Table 4 Principle data of pump

축 길이(mm)	1263
임펠러 질량(kg)	55
임펠러 직경(mm)	455
비중량(γ)	0.8857×10^{-3}
베어링 번호	6314
양정(cm)	7500
유량(m ³ /h)	1700
시일 압력차(kg/cm ²)	4.01508
시일 길이(mm)	35
시일 틈새(mm)	0.5
점도	35°C water
시일 직경(mm)	279.4
운전속도(rpm)	1750

4.2.3 최적화 결과

Table 5은 최적화의 결과를 나타낸 것이다. 초기 모델과 각 목적함수의 최적화에 따른 Q factor, 대수감쇠율, 시일 틈새와 길이를 나타낸다. Fig. 6은 초기모델과 목적함수의 최적화결과를 적용한 계의 불평형응답을 나타낸 것이다.

최적 설계변수를 적용한 경우 초기모델보다는 Q factor는 약 32% 정도 작아졌으며, 대수감쇠율은 78% 증가했음을 알 수 있다. 불평형응답도 최대진폭치가 초기모델보다 50% 감소함을 알 수 있다.

Table 5 Result of optimization

	계산모델	Optimum
Q factor	1.103411	0.74522
Logarithmic decrement(δ)	3.1934224	5.6852328
Seal clearance(cm)	0.05	0.0305
Seal length(cm)	3.5	3.982

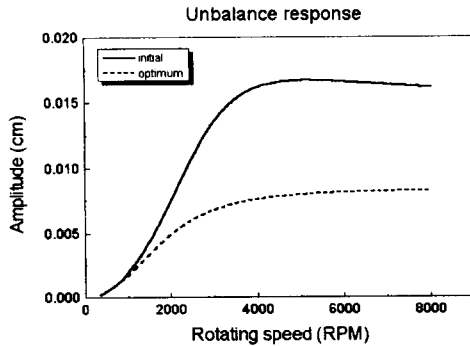


Fig. 6 Comparison of initial value with optimum value for unbalance response

5 결론

본 논문에서는 진동특성에 중요한 영향을 미치는 비접촉 시일부 동적유체력 특성을 고려하여 펌프축계의 동적 최적설계를 유전 알고리즘을 이용하여 수행 하였다. 최적화를 통하여 Q factor를 낮추고 대수감쇠율을 증가시켜 계의 안정성을 향상시킬수 있었으며 위험속도 부근에서 운전하는 경우 공진영역을 회피할수있게 고유치를 변경할수 있었다.

향후 다른 최적화 방법과 비교검토가 필요하며 시일과 함께 베어링의 유체력특성도 고려해서 최적설계를 할 예정이다.

참고문헌

- (1) W. Diewald and R. Nordmann, "Dynamic Analysis of Centrifugal Pump Rotors with Fluid-Mechanical Interactions", 11th Biennial Conference on Mechanical Vibrations and Noise, Boston/USA, 27.-30. Sept. 1987
- (2) W. Diewald and R. Nordmann, "Parameter Optimization for The Dynamics of Rotating Machinery"
- (3) J. S. Rao, "Conditions for Backward Synchronous Whirl of a Flexible Rotor in Hydrodynamic Bearings",

Machanism and Machine Theory Vol. 17, No. 2, 143-152, 1982

(4) R. B. Bhat and J. S. Rao and T. S. Sankar "Optimum Journal Bearing Parameters for Minimum Rotor Unbalance Response in Synchronous Whirl" *ASME Journal of Mechanical Design*, 1981

(5) 양 보석 외 2인, "Optimum Design for Rotating Shaft of Centrifugal Pump" *한국박용기관학회지* 13권 1호, 2. 1988

(6) 양 보석 · 최 원호, "Effects of Hydraulic Force on the Unbalance Vibration of Centrifugal Pump Rotors" *Journal of KSLE* Vol. 2, No.2, 1986

(7) 최 원호 외 2인, "Optimum Field Balancing of Rotating Machinery Using Genetic Algorithm" *대한기계학회논문집(A)* 20권 6호, pp1819-1826, 1996