

# 마운트계의 실험적 변경설계법의 개발

정의봉\*

조영희\*\*

## Development of Experimental Dynamic Modification Technique for Mounted System

Weui-Bong Jeong\*

Young-Hee Cho\*\*

### 1. 서론

구조물의 동적 하중에 대한 응답을 정확히 해석하고 합리적인 설계방안의 제시를 위한 동적 설계 해석은 높은 신뢰성의 추구하고 더불어 필요불가결한 기술이 되고 있다. 동적 구조물에는 차량의 차체와 같이 많은 장착물이 마운트에 의한 탄성결합으로 부착된 경우가 많다. 이와 같은 구조물의 저진동 설계를 위한 마운트의 설계는 매우 중요하다. 동적 해석 방법으로는 현재 유한요소법이 널리 사용되고 있지만 형상이 복잡한 구조물의 경우에는 적용에 한계가 있으므로 진동시험을 기초로 한 구조물의 동적 응답 해석 및 설계방안의 개발이 중요하다.

진동시험에 기초한 마운트지지 구조계의 동적 해석에 관한 연구<sup>[1-3]</sup>가 있으나, 주로 분리된 구조물의 진동시험으로부터 마운트로 연결된 결합구조물의 진동특성을 예측하는 BBA(Building Block Approach)법에 기초를 두고 있다. 그러나 실제로 제작된 구조물에서 마운트계를 제거하여 실험하는 것은 현실적으로 어려움이 많다.

본 연구에서는 마운트로 탄성연결된 결합구조물에 대한 진동시험데이터로부터 마운트특성을 변경한 결합구조물의 진동특성을 마운트계를 분리하지 않고 예측할 수 있는 기법을 제안한다.

### 2. 실험적 변경설계법 이론

#### 2.1 부분구조분리 이론

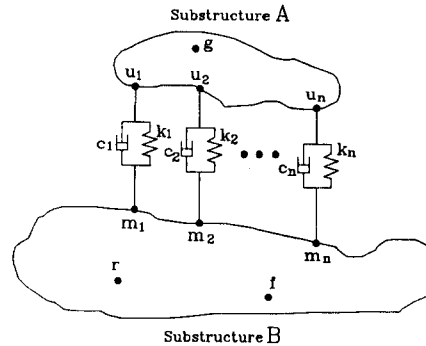


Fig. 1 부분구조 모델

Fig. 1과 같이 2개의 부분구조물이  $n$ 개의 마운트로 결합되어 있다고 가정한다. 마운트로 결합된 부분구조 A쪽 점을  $u_i$  ( $i = 1 \sim n$ ), 부분구조 B쪽 점을  $m_i$  ( $i = 1 \sim n$ )이라 한다. 결합후의  $j$ 점 가진  $i$ 점 응답 FRF  $X_{i,j}$ 로 부터 결합전의  $j$ 점 가진  $i$ 점 응답 FRF  $G_{i,j}$ 를 구하는 부분구조 분리법의 이론은 다음과 같다.

결합구조물에서  $m_i$  ( $i = 1 \sim n$ )위치 가진에 대한  $j$ 번째 마운트의 전달력을  $R_{i,m_i}$  라 하면  $u_j$  ( $j = 1 \sim n$ ) 위치에서의 FRF는

\* 정희원, 부산대학교 정밀기계공학과

\*\* 부산대학교 대학원

$$\begin{bmatrix} X_{u_1, m_i} \\ X_{u_2, m_i} \\ \vdots \\ X_{u_n, m_i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_{u_1, u_1} & G_{u_1, u_2} & \dots & G_{u_1, u_n} \\ G_{u_2, u_1} & G_{u_2, u_2} & \dots & G_{u_2, u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{u_n, u_1} & G_{u_n, u_2} & \dots & G_{u_n, u_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} \quad (1)$$

간단히

$$\{X_{u, m_i}\} = - [G_{u, u}] \{R_{m_i}\}$$

이고,  $m_j$  ( $j = 1 \sim n$ ) 위치에서의 FRF는

$$\begin{bmatrix} X_{m_1, m_i} \\ X_{m_2, m_i} \\ \vdots \\ X_{m_n, m_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{m_1, m_1} & G_{m_1, m_2} & \dots & G_{m_1, m_n} \\ G_{m_2, m_1} & G_{m_2, m_2} & \dots & G_{m_2, m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m_n, m_1} & G_{m_n, m_2} & \dots & G_{m_n, m_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{m_1, m_i} \\ G_{m_2, m_i} \\ \vdots \\ G_{m_n, m_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

간단히

$$\{X_{m, m_i}\} = [G_{m, m}] \{R_{m_i}\} + \{G_{m, m_i}\}$$

이다. 여기서  $[G_{u, u}]$ 와  $[G_{m, m}]$ 은  $n \times n$  행렬이다. 한편, 부분구조B의 임의점  $r$ 의 FRF는

$$X_{r, m_i} = [G_{r, m_1} \quad G_{r, m_2} \quad \dots \quad G_{r, m_n}] \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} + G_{r, m_i} \\ = [G_{r, m}] \{R_{m_i}\} + G_{r, m_i} \quad (3)$$

이고 부분구조A의 임의점  $g$ 의 FRF는

$$X_{g, m_i} = - [G_{g, u_1} \quad G_{g, u_2} \quad \dots \quad G_{g, u_n}] \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} \\ = [G_{g, u}] \{R_{m_i}\} \quad (4)$$

이다. 여기서  $[G_{r, m}]$ 와  $[G_{g, u}]$ 는  $1 \times n$  행렬이다. 한편, FRF를 Accelerance로 취하고 마운트의 강성을  $k$ , 점성감쇠계수를  $c$ 라 하면 전달력은

$$R_{j, m_i} = \frac{(k + j\omega c)}{-\omega^2} [X_{u_j, m_i} - X_{m_j, m_i}] \quad (5)$$

이다.

식(2)의 미지수 행렬인  $[G_{m, m}]$ 을 벡터형태로 다시 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \{X_{m, m_1}\} \\ \{X_{m, m_2}\} \\ \vdots \\ \{X_{m, m_n}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [RE_{m, m_1}] \\ [RE_{m, m_2}] \\ \vdots \\ [RE_{m, m_n}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{m, m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$\{X_{u, m_i}\} = [X_{m_1, m_i} \quad X_{m_2, m_i} \quad \dots \quad X_{m_n, m_i}]^T \quad i=1 \sim n$$

$$\{G_{m, m}\} = [G_{m_1, m_1} G_{m_1, m_2} \dots G_{m_1, m_n} G_{m_2, m_1} \dots G_{m_n, m_n}]^T$$

$$[RE_{m, m_i}] = \begin{bmatrix} [Z_{m, m_i}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [Z_{m, m_i}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [Z_{m, m_i}] \end{bmatrix} \quad i=1 \sim n$$

$$[Z_{m, m_i}] = [Z_{m_i, m_i}]$$

단,

$$Z_{m_i, m_i} = \begin{cases} R_{j, m_i} & \text{if } j \neq i \quad j=1 \sim n \\ R_{j, m_i} + 1 & \text{if } j = i \end{cases}$$

식(6)을 풀면 부분구조A가 분리된 부분구조B만의 마운트점끼리의 FRF  $\{G_{m, m}\}$ 을 구할 수 있다. 마찬가지로 식(1)로부터 부분구조A만의 마운트끼리의 FRF  $\{G_{u, u}\}$ 를 구할 수 있다. 분리된 부분구조의 마운트점끼리의 FRF를 구할 때 상반정리를 이용하면 미지수의 개수 ( $\frac{n(n+1)}{2}$ 개)보다 관계식의 개수 ( $n^2$ 개)가 많으므로 최소자승법을 이용하여 구할 수 있다.

그리고, 식(3)에서 미지수 행렬  $[G_{r, m_i}]$ 을 벡터 형태로 재구성하면,

$$\begin{bmatrix} X_{r,m_1} \\ X_{r,m_2} \\ \vdots \\ X_{r,m_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,m_1}+1 & R_{2,m_1} & \cdots & R_{n,m_1} \\ R_{1,m_2} & R_{2,m_2}+1 & \cdots & R_{n,m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,m_n} & R_{2,m_n} & \cdots & R_{n,m_n}+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{r,m_1} \\ G_{r,m_2} \\ \vdots \\ G_{r,m_n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

이므로 분리된 부분구조B의 마운트가진에 대한 응답점 r의 FRF를 구할 수 있다.

또한, f점 가진에 대한 r점 응답  $\{G_{r,f}\}$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\{X_{r,f}\} = [G_{r,m_1} \ G_{r,m_2} \ \cdots \ G_{r,m_n}] \begin{bmatrix} R_{1,f} \\ R_{2,f} \\ \vdots \\ R_{n,f} \end{bmatrix} + \{G_{r,f}\} \quad (8)$$

단,

$$R_{i,f} = \frac{(k+j\omega c)}{-\omega^2} [X_{u_i,f} - X_{m_i,f}] \quad (9)$$

본 논문에서는 부분구조분리이론을 부분구조B만에 적용시켰으나 부분구조A에 대해서도 마찬가지로 적용시킬 수 있다.

## 2.2 부분구조합성이론

Fig. 1과 같이 분리된 부분구조의 j점 가진 i점 응답 FRF  $G_{ij}$ 로부터 n개의 마운트로 결합된 결합 후의 j점 가진 i점 응답 FRF  $X_{ij}$ 를 추정하는 부분구조합성 이론<sup>(4)</sup>은 다음과 같다.

식(1)과 식(2)를 식(5)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{-\omega^2}{k_1+j\omega c_1} & & & 0 \\ & \frac{-\omega^2}{k_2+j\omega c_2} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \frac{-\omega^2}{k_n+j\omega c_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{u_1,u_1} & G_{u_1,u_2} & \cdots & G_{u_1,u_n} \\ G_{u_2,u_1} & G_{u_2,u_2} & \cdots & G_{u_2,u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{u_n,u_1} & G_{u_n,u_2} & \cdots & G_{u_n,u_n} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} G_{m_1,m_1} & G_{m_1,m_2} & \cdots & G_{m_1,m_n} \\ G_{m_2,m_1} & G_{m_2,m_2} & \cdots & G_{m_2,m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m_n,m_1} & G_{m_n,m_2} & \cdots & G_{m_n,m_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_{m_1,f}^A \\ G_{m_2,f} \\ \vdots \\ G_{m_n,f} \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 연립방정식을 풀면 결합점에서의 반력  $\{R\}$ 이 구해지며, 결합 후의 응답점g 및 r에서의 응답도 다음과 같이 구해진다.

$$X_r = [G_{r,m_1} \ G_{r,m_2} \ \cdots \ G_{r,m_n}] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} + [G_{r,f}] \quad (11)$$

$$X_g = -[G_{g,u_1} \ G_{g,u_2} \ \cdots \ G_{g,u_n}] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

## 3. 평판모델 응용

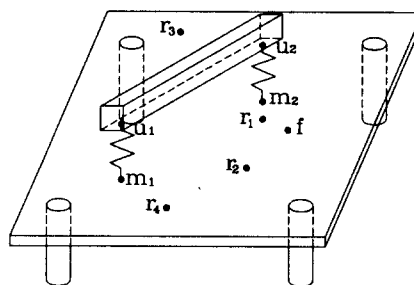
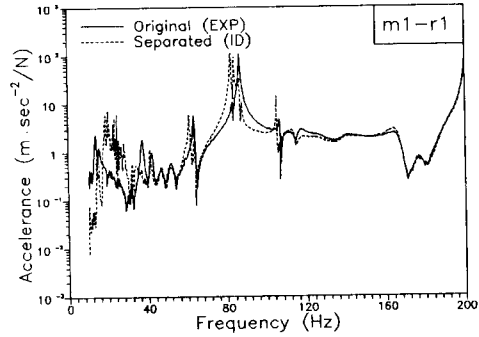


Fig. 2 부분구조 평판모델

Fig. 2와 같은 알루미늄 재질의 사각평판 4곳을 실리콘으로 지지하고, 평판 위에 용수철로 Beam을 결합시킨 모델에 개발된 프로그램으로 응답특성을 예측하고, 진동시험에 의한 응답과 비교한다. Fig. 2에서 f는 가진점이고,  $r_1 \cdots r_4$ 는 응답점이며,  $m_1, m_2$ 는 평판에서의 마운트결합점이며  $u_1, u_2$ 는 Beam에서의 마운트결합점이다.

### 3.1 부분구조분리 결과

부분구조분리를 위하여 사용된 마운트의 강성  $k=27,000\text{N/m}$ 이며, 부분구조분리 결과는 Fig. 3과 Fig. 4에 나타낸다. 위쪽 그림에서 실선은 분리하기전의 실험FRF이고 점선은 Beam을 제거한 후의 평판만의 FRF예측치이다. 아래 그림에서 실선은 분리후의 평판만에 대한 실험FRF이고 점선은 FRF예측치이다. Beam 제거에 따른 Peak의 이동을 잘 추정하고 있음을 알 수 있다.



### 3.2 실험적 변경 결과

Beam-Mount-Plate구조물에서 용수철과 Beam을 제거하고, 새로운 강성을 갖는 용수철과 Beam을 새로 결합시켰다. 이때 사용된 새로운 용수철은

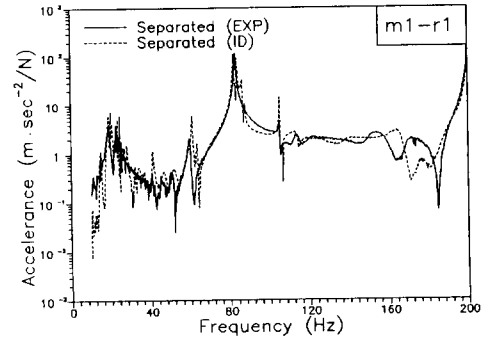
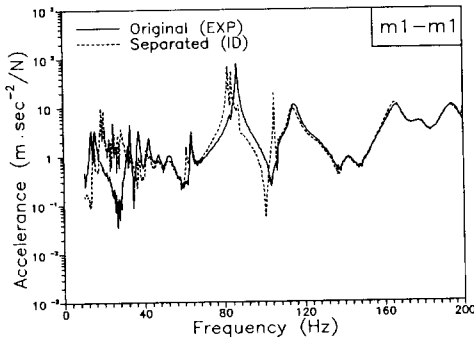


Fig. 4 분리된 평판의 응답점의 응답 예측결과

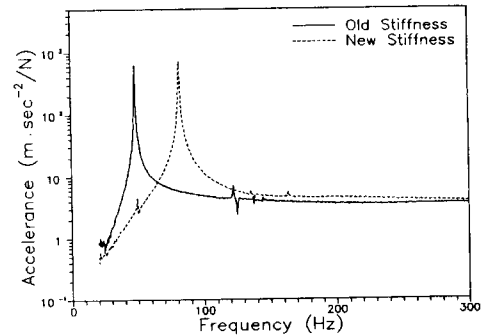
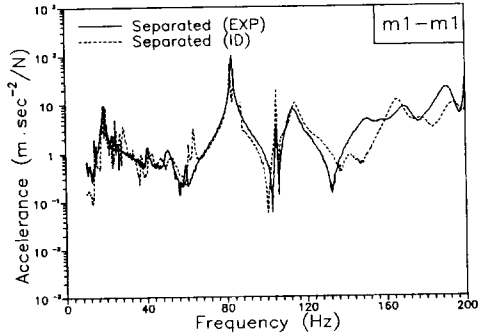


Fig. 3 분리된 평판의 마운트점의 응답 예측결과

Fig. 5 마운트의 1자유도 진동시험 FRF

1자유도 집중질량을 부가시켜 1자유도 진동에 대한 FRF를 충격시험으로 Fig. 5와 같이 구하였다. 그리고 특성행렬 규명법<sup>[5,6]</sup>을 이용하여 구한 강성은  $k=71,000\text{N/m}$ 이다. 부착한 질량을 저울로 측정 한 값이  $0.220\text{kg}$ 인데 규명된 질량이  $0.250\text{kg}$ 인 것은 강성의 타당성을 보인다. 설계변경된 마운트 결합체에 대한 응답특성을 예측하기 위해서는 먼저 앞절과 같이 부분구조분리된 평판과 보의 응답특성을 예측하고, 예측된 응답특성으로부터 다시 새로 결합된 Beam-Mount-Plate구조계의 응답특성을 예측해야 한다. 설계변경된 마운트결합체에 대한 예측결과를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타낸다. Fig. 6은 평판의 마운트점  $m_1$ 가진에 대한 자기FRF를 나타내며 Fig. 7은 평판의  $m_1$ 점 가진에 대한 보의  $u_2$ 점 FRF를 나타낸다. 위 그림에서 실선은 기존의 마운트 결합체에 대한 FRF실험치이고 점선은 새로운 마운트 결합체에 대한 FRF예측치이다. 아래 그림에서 실선은 새로운 마운트 결합체에 대한

FRF실험치이고 점선은 FRF예측치이다. 개발된 실험적 설계변경법은 Peak주파수의 변화를 잘 추정함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

1. 마운트결합체에 대한 주파수응답함수로부터 분리된 각각의 부분구조의 주파수응답함수를 예측할 수 있는 방안을 개발하였다.
2. 기존에 알려져 있는 부분구조합성법과 제안한 부분구조분리법을 통합하여 마운트계의 실험적 변경설계법을 개발하였다.
3. 제안된 방법의 타당성을 평판모델에 적용하여 실험적으로 타당성을 검증하였다.

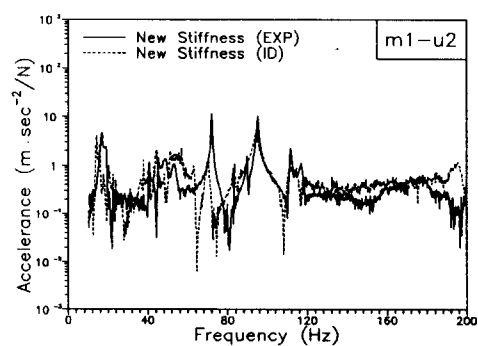
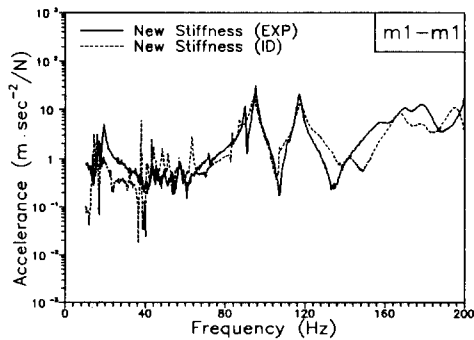
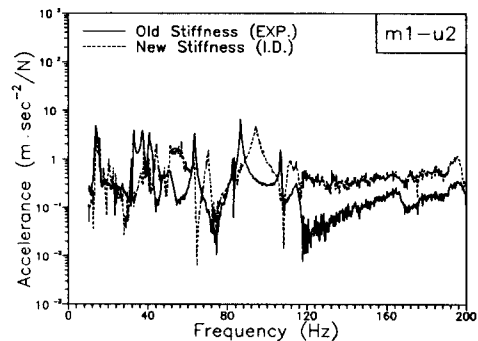
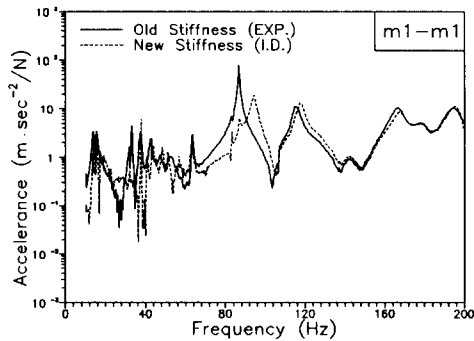


Fig. 6 설계변경된 마운트결합체에 대한 평판응답 예측결과

Fig. 7 설계변경된 마운트결합체에 대한 Beam응답 예측결과

## 참고문헌

- [1] 정의봉, 안세진, 김원영, “전달함수 합성법에 의한 차체-엔진계의 실험적 진동해석”, 한국소음진동공학회 '95년도 추계학술대회 논문집, pp. 289-295, 1995.
- [2] N. G. park, S. B. Lee and W. B. Jeong, “Design of Engine Mount System for Heavy Vehicles”, 1st Int. Conf. on Motion and Control, pp. 297-303, 1992.
- [3] 長松昭男, モーメント解析, 培風館, 1986.
- [4] 長松昭男, 大熊政明, 部分構造合成法 培風館, 1991.
- [5] 정의봉, 류석주, 정충길, 고동민, “특성행렬지 접근방법에 의한 강체특성의 실험적 추정”, 한국정밀공학회논문집, Vol. 12, No. 9, pp. 22-30, 1995.
- [6] W. B. Jeong, M. Okuma and A. Nagamatsu, “Experimental Identification of Mechanical Structure with Characteristic Matrices”, JSME Int. Journal, Series 3, Vol. 32, No.1, pp. 30-35, 1989.