

시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용한 환형 평판의 자유 진동 연구

이 기 백, 김 정 훈, 나 종 문

Free Vibration Analysis of Annular Sector Plates Using Time Average Holographic Interferometry

Ki-Baik Lee, Jeong-Hun Kim, Jong-Moon Na

ABSTRACT

The study of the vibration characteristics of annular sector plates which are clamped along their inner circumferential edge is important for structural engineers. The present analysis consists of experimental method and numerical method. The experimental method using time-average holographic interferometry is obtained vibration modes and frequencies. The experimental results are verified by a numerical method using F.E.M. The important aspects of the present paper is the dependence of the natural frequencies and the mode shape on the annular area changing sector angle. The radial nodal lines converge to the center of the plate. As increasing sector angle, the radial modes are predominant.

1. 서 론

환형평판(annular sector plate)은 구조적 요소에 있어서 다양한 분야에 널리 사용되고 있다. 교량, 선박구조물, 항공기의 구조 요소 등에서 많이 사용되므로 환형평판의 고유진동수와 진동모드 등 진동 특성에 대한 정확한 규명이 필요하다. 환형평판의 진동 특성은 일정한 경계 조건일 때 두 가지의 요인, 반경비(radius ratio)와 내부각(sector angle)에 의해 결정된다. 다시 말해서 면적비 (aspect ratio)에 따라 진동 특성이 달라지게 된다. 지금까지의 수행된 연구들은 수치적인 것이 대부분을 이루고 있어서 환형평판에서의 임의의 경계 조건들에 대한 고유진동수의 연구는 많이 수행되어 왔다.

Rammakrishnan과 Kunukkasseril¹⁾은 환형평판의 반경방향의 경계 조건이 단순지지일 경우에 대해 해석적인 방법으로 고유진동수를 구했고 Bhowmic과 Bhattacharya²⁾은 해석적인 방법을 이용해 반경 모서리 부분에는 고정단이고 환형모서리에는 여러 가지의 경계 조건을 가지는 경우에 대해 근사해를 구했다. Gorman³⁾은 재질이 r, θ 방향으로 물성치가 다를 때인 polar orthotropic일 경우에 대해 유한요소법(finite element method)을 이용하여 두께가 반경방향으로 일정하게 변하는 환형평판에 대해 진동 연구를 수행하였다. 또 Tanaka와 Yama-da⁴⁾는 구부러진 반경 모서리를 가진 환형평판에 대해 횡변위를 멱급수형태로 표현하고 주파수 방정식을 리치방법(Ritz method)을 사용하여 유도하므로써 수치적인 연구를 수행하였다. Singh와 De-y⁵⁾는 유한차분법(finite difference method)이 진동 해석에서 발생하는 문제점을 FDE(finite difference

* 정회원, 부산대학교 기계공학과

** 부산대학교 대학원 기계공학과

*** 정회원, 부산대학교 기계기술연구소

energy method)를 이용하여 보안하므로써 유한 차분법을 이용하여 평판의 경계 조건에 따른 진동 특성을 연구했다. Mizusawa⁶⁾는 등방성 환형평판이 임의의 경계 조건을 가질 경우에 대해 스플라인요소법(spline element method)을 이용하여 진동 연구를 수행하였다.

이와 같이 수치적인 연구는 그 해석 방법에 있어서 여러 다양한 방법을 이용하여 수행되어 온 반면에 실험적으로 진동모드에 대한 해석은 아직 미약한 실정이다.

본 연구에서는 시간 평균 홀로그래픽 간섭계(time average holographic interferometry)를 이용하여 환형평판의 면적비중에 내부각을 30°, 60°, 90°의 세 가지의 경우로 변화시킴에 따라 실험을 수행하므로써 내부각의 변화에 따른 진동 특성의 변화를 조사하고 상용 프로그램을 사용하여 실험과 동일한 경계 조건에서의 환형평판의 고유진동수를 구함으로써 실험에서 얻은 고유진동수와 수치적 계산 수행으로 얻은 값을 비교, 분석하고자 한다.

2. 실험장치 및 방법

2.1 환형평판의 조건과 가진방법

Fig.2.1은 경계조건이 내경에서만 고정단(clamped)이고 다른 세부분에서는 자유단(free)인 환형평판의 장치도를 나타내고 있다.

환형평판(두께 0.8t, 내경 7.5cm, 외경 15cm)의 형상을 만들기 위해 두께 15mm 아크릴판(acrylic plate)을 부채꼴 모양의 평판의 앞, 뒷면에 에폭시 접착제로 부착하고 내경이 고정단인 경계조건을 만족시키기 위해서 아크릴판이 부착된 환형평판을 바이스(vice)로 고정시켰다. 실험조건이 반경비는 일정하고 내부각이 30°, 60°, 90°로 변하므로 평판의 앞, 뒷면에 부착하게 되는 아크릴판의 크기는 내부각에 따라 변한다. Fig.2.1의 (a),(b)는 내부각이 90° 일 경우이다. 실험에서 사용되는 판의 재질은 냉연강판 SPCC 1종으로써 물성치는 Table.2.1과 같다.

Fig.2.2는 고유진동수를 구하기 위한 가진 시스템의 구성도이다.

함수발생기(function generator)에서 정현적으로 일정한 주파수를 자장 변환기(magnetic transducer)로 보내고 자장 변환기에서는 그 주파수에 해당하는 자장이 발생하게 되는데 이 자장이 환형평판의

Table.2.1 Material property of annular sector plate

Cold rolling steel (SPCC 1종)	material property
Young's modulus	200GPa
Shear modulus	76.92GPa
Possion's ratio	0.3
Density	8570kg/m ³

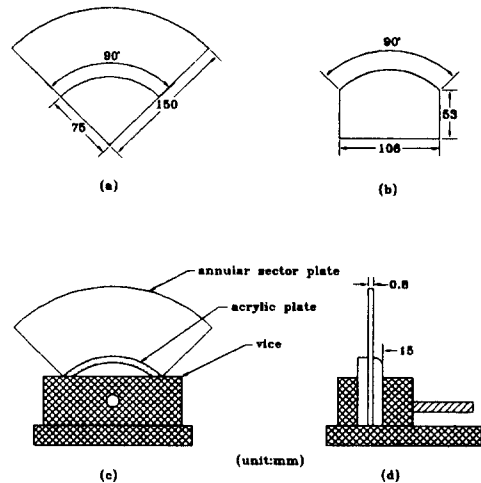


Fig.2.1 Apparatus of annular sector plate

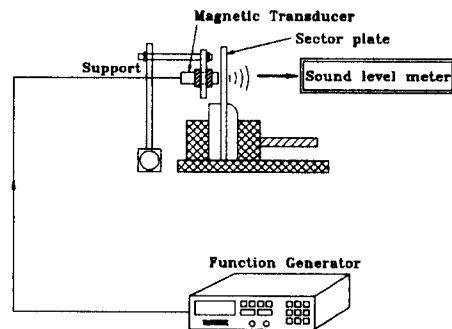


Fig.2.2 Schematic diagram for measuring natural frequency

고유진동수와 일치하게 되면 환형평판은 공진하게 되면서 미세한 소음을 발생시키게 된다. 이때의 소음을 소음계(sound level meter)를 이용하여 측정

하게 되는데 소음계의 지침이 최대 강도의 값을 가리킬 때 시간 평균 홀로그래피법을 이용하여 진동모드를 구하게 된다.

2.2 홀로그래프의 형성과 재생방법

Fig.2.3은 홀로그래프를 형성하기 위한 장치도이다. 5mW 연속 He-Ne 레이저에서 발진된 레이저광이 광분할기(beam splitter)에서 두 갈래의 광으로 나누어져서 한 갈래의 광은 반사경(mirror)과 레이저 광의 노이즈를 줄이기 위해 사용되는 공간 필터(spatial filter)를 통해 또 다른 반사경으로 보내져 반사되어 이 광은 홀로그래프건판에 전달된다. 이 광을 참조광(reference beam)이라 한다. 또 다른 하나의 광은 반사경과 공간 필터를 통하여 환형평판에 보내져 반사되어 홀로그래프건판에 전달된다. 이 광을 물체광(object beam)이라 하는데 참조광과 물체광이 홀로그래프건판에서 간섭하여 홀로그래프를 형성하고 홀로그래프에서 생성되는 간섭무늬로부터 환형평판의 진동모드에서의 변위 정보를 다음식을 이용하여 구할 수 있게 된다.

$$A_m = \frac{\lambda \Phi_{0m}}{2\pi(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

여기서 A_m 은 진동물체의 진폭, λ 는 레이저광의 파장, Φ_{0m} 은 베셀함수의 제곱의 근의 값이고 θ_1, θ_2 는 진동방향과 조명방향이 이루는 각, 진동방향과 상의 형성방향이 이루는 각이다.

홀로그래프는 5mW He-Ne 레이저로 고속 홀로그래픽 필름(high speed holographic film SO-253, Kodak)으로 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ 초의 노출시간을 두고 촬영하였다.

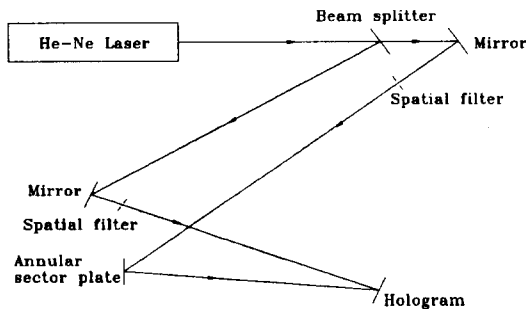


Fig.2.3 Experimental arrangement for construction

Fig.2.4는 홀로그래프를 형성한 후 홀로그래프를 재생하는 그림이다.

기준광(reference beam)에 의해 홀로그래프건판에서 산란된 광은 렌즈에 의해 일정 노출 시간 동안 집광하여 촬영하였다. 실제상의 재생을 위해 코닥사의 베리크롬 펜(verichrome pan) 필름을 사용했다.

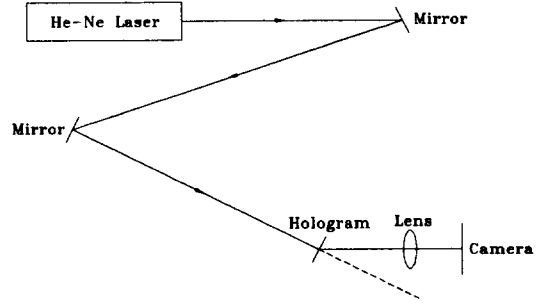


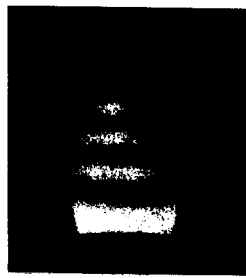
Fig.2.4 Experimental arrangement for reconstruction

3. 결과 및 고찰

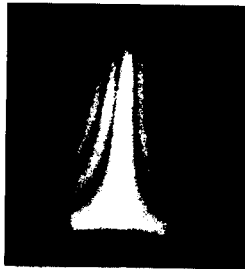
3.1 환형평판의 진동모드해석

Fig.3.1은 내부각 30° 일 때 자장 변환기에 의해 가진되는 환형평판의 진동모드를 나타내고 있다. (a)는 1차모드를 나타내는데 92Hz에서 고정단을 경계로 하여 굽힘(bending)이 발생한다. (b)는 2차모드로써 246Hz에서 반경방향(radial)으로 1개의 절선(nodal line)을 축으로 하여 +, - 또는 -, +로 180° 의 위상차를 가지며 비틀림 진동을 하고 있다. (c)는 3차모드로 641Hz에서 발생하며 원주방향(circumferential)으로 1개의 절선을 가지고 있으며 환형평판이 절선을 축으로 하여 굽혀지고 있다. (d)는 4차모드를 나타내는 것으로 1055Hz에서 반경방향의 절선 2개를 가지고 진동한다. (e)는 7차모드로 2323Hz에서 반경방향의 절선 2개와 원주방향 절선 1개를 가지는 진동모드이다. (f)는 8차모드로써 2479Hz에서 나타나며 절선 3개를 가지는 진동모드를 나타낸다. 내부각이 30° 일 때 5, 6차모드는 실험적으로 구할 수 없었는데 이는 진동모드가 나타나는 주파수 대역이 소음계로 측정할 수 없을 정도로 아주 좁기 때문인 것 같다.

Fig.3.2는 환형평판의 내부각이 60° 일 때의 진동모드를 나타내고 있다. (a)는 97Hz에서의 1차모드를 나타내며 내부각 30° 에서와 마찬가지로 고정



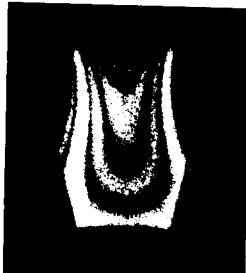
(a) 1st Mode : 92Hz



(b) 2nd Mode : 246Hz



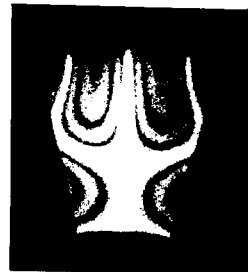
(c) 3rd Mode : 641Hz



(d) 4th Mode : 1055Hz

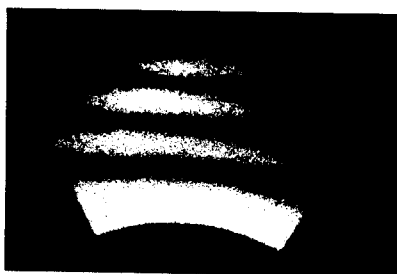


(e) 7th Mode : 2323Hz

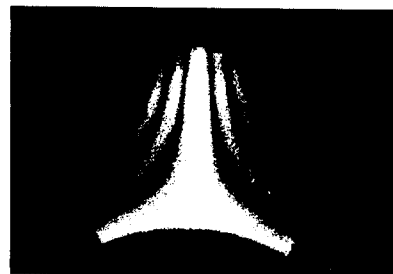


(f) 8th Mode : 2479Hz

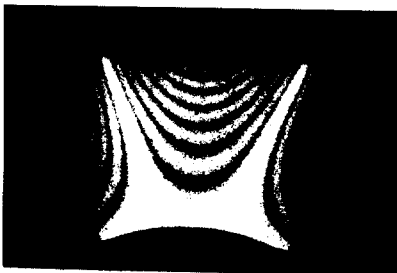
Fig.3.1 Mode shape of annular sector plate at sector angle 30°



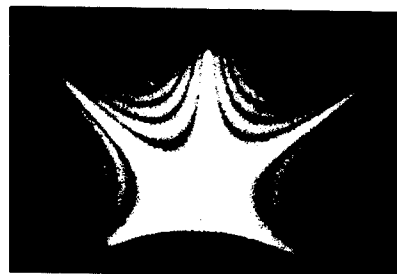
(a) 1st Mode : 97Hz



(b) 2nd Mode : 137Hz

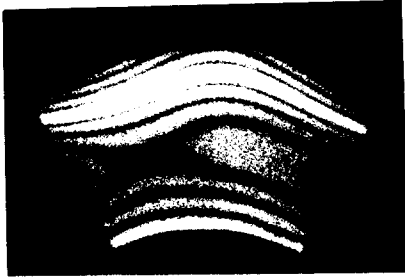


(c) 3rd Mode : 304Hz

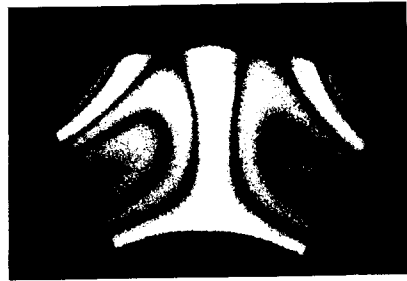


(d) 4th Mode : 641Hz

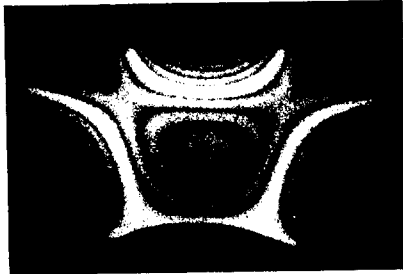
Fig.3.2 Mode shape of annular sector plate at sector angle 60°



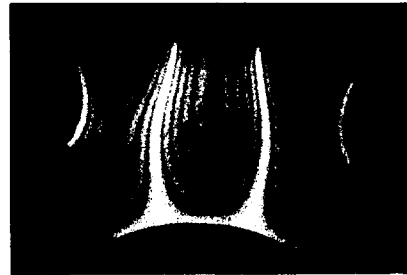
(e) 5th Mode : 687Hz



(f) 6th Mode : 836Hz



(g) 7th Mode : 1090Hz



(h) 8th Mode : 1306Hz

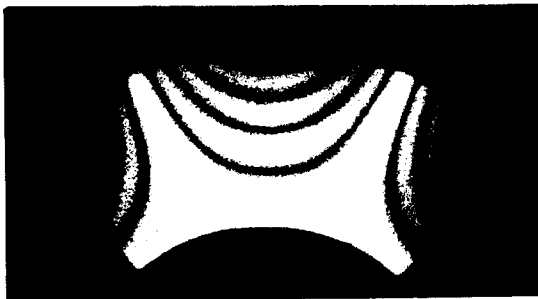
Fig.3.2 (Continued)



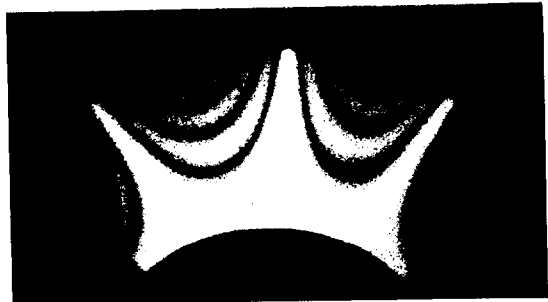
(a) 1st Mode : 105Hz



(b) 2nd Mode : 116Hz

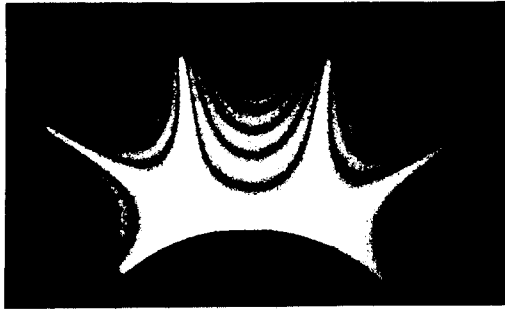


(c) 3rd Mode : 181Hz

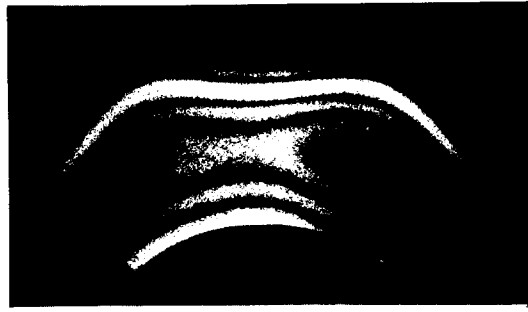


(d) 4th Mode : 313Hz

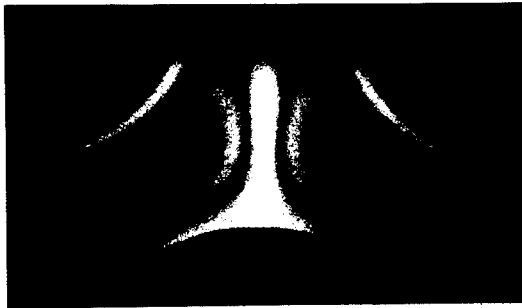
Fig.3.3 Mode shape of annular sector plate at sector angle 90°



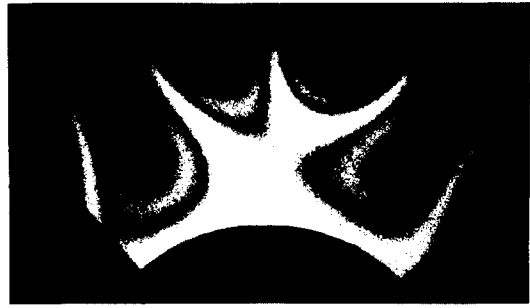
(e) 5th Mode : 551Hz



(f) 6th Mode : 689Hz



(g) 7th Mode : 725Hz



(h) 8th Mode : 917Hz

Fig.3.3 (Continued)

단을 경계로 하여 한 방향 굽힘 진동을 하고 있다. (b)는 137Hz에서의 2차모드를 나타내며 하나의 반경방향 절선을 축으로 하여 진동하고 있다. (c)는 304Hz에서의 3차모드이며 반경방향 절선 2개를 가지는 진동모드이다. 이는 내부각 30° 에서는 4차모드에서 나타나는 진동모드와 유사하며 내부각 30° 의 4차모드와는 달리 절선이 중심쪽을 향하고 있다. (d)는 641Hz에서의 4차모드이며 반경방향 절선이 3개를 가지는 진동모드이다. 절선을 축으로 하여 +, -, +, - 또는 -, +, -, +의 진동모드를 띠고 있다. (e)는 5차모드로써 687Hz에서 원주방향의 절선 1개를 가지는 진동모드를 가진다. 이 진동모드는 내부각 30° 의 3차모드와 유사한데 원주방향의 절선이 호(arc)형태를 하고 있다. (f)는 6차모드이며 고유진동수는 836Hz이며 3개의 절선을 가지는 진동모드이다. (g)는 7차모드로 1090Hz에서 나타나며 2개의 반경방향 절선과 1개의 원주방향 절선을 가지는 진동모드를 나타내고 있다. (h)는

진동모드 8차를 나타내며 고유진동수 1306Hz에서 공진한다. 4개의 반경방향 절선을 가지고 있다.

Fig.3.3은 내부각 90° 에서의 환형평판의 진동모드를 나타내고 있다. (a) 1차모드를 나타내는 진동모드로써 105Hz에서 내부각 30° , 60° 의 1차모드와 비슷하게 진동하는데 간섭 무늬가 내부각 30° , 60° 에서는 직선에 가까운데 반해 90° 에서는 호모양을 띠고 있다. (b)는 2차모드로 116Hz에서 나타나고 하나의 반경방향의 절선을 축으로 하여 180° 위상차를 가지면서 진동한다. (c)는 181Hz에서의 3차모드를 나타내고 있다. 내부각 60° 의 3차모드와 같이 반경방향 절선 2개를 가지고 있으며 2개의 절선을 축으로 하여 +, -, +로 진동한다. (d)는 4차모드로써 313Hz에서 나타나며 반경방향 절선 3개를 가지는 진동모드이다. 가운데 절선을 축으로 하여 180° 위상차를 가지고 진동한다. (e)는 551Hz에서의 5차모드이며 반경방향 절선이 4개인 진동모드이다. (f)는 689Hz의 6차모드를 나타내며

원주방향 절선이 1개인 진동모드를 보여주고 있다. 내부각 60°에서는 5차모드 내부각 30°에서는 3차모드에서 이와 유사한 형태를 띠고 있다. (g)는 7차모드으로써 725Hz에서 나타나며 절선 3개인 진동모드를 나타내며 내부각 60°의 6차모드와 유사한 형태를 띠고 있다. (h)는 917Hz에서의 8차모드를 나타내며 반경방향 절선을 5개 가지고 있는 진동모드이다. 다소 진동모드가 가운데 절선을 축으로 하여 대칭적이지 못한데 이는 저주파수에서보다 고주파수에서 경계조건의 영향을 더 많이 받으므로 이와 같은 결과를 유발한 것으로 판단된다.

위의 내부각의 변화에 따른 진동모드의 변화를 고찰해 보면 우선 진동모드가 고차모드로 진행되면서 반경방향의 절선은 평판의 중심부로 모여드는 경향이 있음을 알 수 있다. 그리고 내부각이 증가함에 따라 원주방향 절선은 직선에서 호모양을 띠고 있다. 내부각 30°에서는 반경방향의 절선이 3개, 60°에서는 반경방향의 절선이 4개, 90°에서는 5개의 반경방향 절선을 나타냄으로써 내부각이 증가함에 따라 반경방향의 절선이 원주방향의 절선보다 더 지배적임을 보여주고 있다.

3.2 수치적 결과와의 비교

상용프로그램 NISA를 이용해서 얻은 F.E.M결과와 시간 평균 홀로그래피법을 이용한 실험 결과를 무차원화된 고유진동수($\lambda = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D_0}$, ω 는 고유진동수, b 는 외경의 길이, ρ 는 밀도, h 는 두께, D_0 는 재질의 강성)로 비교하면 Fig3.4과 같다. 1차모드에서는 내부각이 증가함에 따라 고유진동수가 거의 직선적으로 변화가 없고 2차모드, 3차모드와 4차모드에서 보면 내부각이 증가함에 따라 고유진동수가 30°에서부터 점차적으로 감소함을 나타내다가 5차모드는 거의 직선적으로 고유진동수가 감소한다. 6차모드, 7차모드 그리고 8차모드에서는 내부각이 30°에서 60°로 변할 때 급격히 감소하다가 90°에 이르면 감소가 거의 없이 일정하게 되는 것을 볼 수 있다.

F.E.M을 이용한 수치적 결과와 실험적 결과에서의 비교하면 시간 평균 홀로그래피법을 이용한 실험에서 진동모드가 비틀림을 포함하는 경우에는 굽힘 진동을 하는 진동모드보다 다소 큰 오차를 발생시키지만 수치적인 결과와 잘 근사하고 있다.

Table.3.1은 내부각이 30°, 60°, 90°로 변하는 세 가지 경우에 대해 5차모드까지 시간 평균 홀로

그래피법, F.E.M과 스프라인 요소법⁶⁾을 이용해서 구한 결과를 무차원 고유진동수로 나타낸 것이다. 실험치와 두가지 수치계산의 결과가 잘 근사하고 있음을 보여준다.

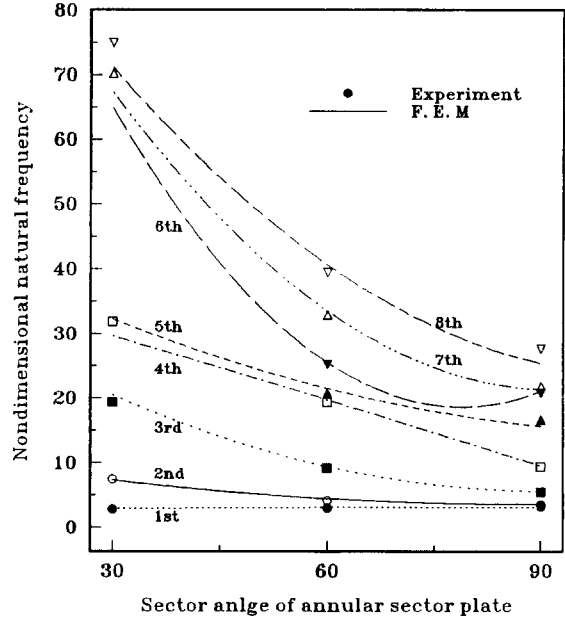


Fig.3.4 Nondimensional natural frequency for varying sector angle

4. 결론

교량, 선박구조물, 항공기등의 구조적 요소에 있어서 많은 분야에 널리 사용되고 있는 환형평판을 자장 변환기로 정현적으로 가진시켜 시간 평균 홀로그래피 간섭계를 이용하여 고유진동수, 진동모드를 수치적인 결과와 비교, 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 내부각의 변화에 따른 진동모드의 변화를 고찰해 보면 진동모드가 고차모드로 진행되면서 반경방향의 절선은 평판의 중심부로 모여드는 경향이 있다.
2. 내부각이 증가함에 따라 반경방향의 절선이 원주방향의 절선보다 더 지배적임을 보여주고 있다.
3. F.E.M을 이용한 수치적 결과와 실험적 결과에서의 비교하면 시간평균홀로그래피법을 이용한 실험에서 진동모드가 비틀림을 포함하는 경우에는 굽힘 진동을 하는 진동모드보다 다소 큰 오차를 발생시킨다.

Table.3.1 Frequency parameter, $\lambda = \omega b^2 \sqrt{\rho h / D_0}$ for annular sector plate

Sector angle, α (degrees)	Modes					Method
	1st	2nd	3rd	4th	5th	
30	2.780	7.434	19.37	31.88	.	Experiment
	2.895	7.295	20.51	29.63	32.31	FEM
	2.884	7.286	19.91	29.28	31.74	reference [6]
60	2.931	4.140	9.187	19.37	20.76	Experiment
	3.048	4.422	9.416	19.72	21.49	FEM
	3.034	4.387	9.289	18.99	20.80	reference [6]
90	3.173	3.506	5.470	9.459	16.65	Experiment
	3.114	3.601	5.621	9.563	15.69	FEM
	3.112	3.604	5.713	10.02	16.72	reference [6]

4. 시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용해서 구한 결과, FEM을 통한 수치적인 결과, 참고논문[6]의 결과를 무차원 고유진동수로 비교, 분석했을 때 그 값이 잘 근사하고 있다.

참 고 문 헌

(1) R. Ramakrishnan and V. X. Kunukkasseril, 1973, "Free Vibration of Annular Sector Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 30, No. 1, pp. 127-129

(2) A. P. Bhattacharya and K. N. Bhowmic, 1975, "Free Vibration of Annular Sector Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 41, No. 4, pp. 503-505

(3) D. G. Gorman, 1983, "Natural Frequencies of Transverse Vibration of Polar Othotropic Variable Thickness Annular Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 86, No. 1, pp. 47-60,

(4) T. Irie, K. Tanaka and G. Yamada, 1988, "Free Vibration of a Cantilever Annular Sector Plate With Curved Radial Edges", Journal of Sound and Vibration, Vol. 122, No. 1, pp. 69-78

(5) J. P. Singh and S. S. Dey, 1990, "Variable Finite Difference Method for Free Vibration of Sector Plates", Journal of Sound and Vibration

, Vol. 136, No. 1, pp. 91-104

(6) T. Mizusawa and K. Takami, 1992, "Vibration of Tapered Thickness Annular Sector Plates by Spline Element Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 154, No. 1, pp. 147-160

(7) M. Swaminadham, J. Danielski and O. Mahrenholtz, 1984, "Free Vibration Analysis of Auular Sector Plates by Holographic Experiments", Journal of Sound and Vibration, Vol. 95, No. 3, pp. 333-340

(8) 이기백, 양장식, 나종문, 1992, "시간 평균 홀로그래픽 간섭계를 이용한 경계조건의 변화에 따른 원형평판의 진동에 관한 연구", Vol. 16, No. 10, pp. 1900-1907