

# 개수로 마찰흐름 특성과 산정식 비교

유 동 훈\* 이 종 원\*\*

## 1. 서론

관수로나 개수로 설계에 있어서 유량 또는 유속을 결정하는 것은 많은 경우, 설계의 주요 목적이 되므로 이를 정확히 산정하는 것은 매우 중요하다. 유량 또는 유속을 결정하는 인자는 관수로 혹은 개수로의 마찰계수이기 때문에 마찰계수를 산정하는 것은 가장 중요한 요건이며 많은 연구자들이 마찰계수 산정에 힘써 왔다.

원형 관수로에서 유체의 흐름에 관한 연구는 오랜기간동안 진행되어 왔고, 관의 대칭성에서 비롯된 흐름의 단순함에 의하여 이론적인 접근이 가능하였으며 방대한 양의 Nikuradse 실험결과로부터 마찰계수분포의 특성이 밝혀지게 되었다. 개수로에서의 유체흐름에 관한 연구 또한 오랜기간동안 진행되어 왔으나, 원형관의 1차원적인 흐름상태와는 달리 개수로에서는 복잡한 흐름상태를 보이기 때문에 이론적인 접근에 상당한 어려움이 있어 마찰계수를 정확히 산정하는 것이 매우 어렵다. 이는 지금까지 사용되고 있는 개수로 마찰계수 산정식이 실험에 의하여 만들어지는 커다란 이유가 되었다.

1865년에 Bazin은 조고와 수로경사등을 달리한 사각형 개수로 실험자료로부터 마찰계수를 산정하는 경험식을 발표하였고, Ganguillet-Kutter(1869), Hagen-Strickler(1923) 마찰계수 산정식 또한 Bazin의 실험자료를 포함한 많은 실험 및 관측자료에서 도출된 경험식이다. 이들의 산정식은 개수로에서 전난류흐름 상태의 마찰계수를 산정하는 것으로 알려져 있으며, Manning 산정식으로 알려져 있는 Hagen-Strickler 산정식은 관수로에서도 적용되는 것을 볼 수 있다.

Chow(1975)의 교재 'Open Channel Hydraulics'에 제시된 Minnesota 대학의 삼각형수로 실험자료와 Warwick(1945)의 삼각형수로 및 제형수로에서의 실험자료를 보면 개수로의 흐름특성이 원형 관수로에서와 마찬가지로 층류, 천이층류, 완난류, 천이난류, 전난류의 흐름단계를 보이는 것을 알 수 있다. 또한 조고가 커질수록 마찰계수분포가 상향 평행이동하는 것을 볼 수 있다. 이를 이용하여 유동훈(1995)은 거칠은 사각형 개수로에서 완난류 흐름상태의 마찰계수를 산정할 목적으로 절점조정법 산정식을 개발하였으며, 역시 같은 조건에 대하여 유와 이(1995)는 경사절점 조정법 산정식을 개발하였다.

본 연구에서는 Warwick의 실험자료로부터 개수로 마찰계수에 영향을 미치는 인자들을 완난류, 천이난류, 전난류 흐름상태로 구분하여 논하며, 흐름이 완난류에서 천이난류로 변이하는 점과 천이난류에서 전난류로 변이하는 점의 마찰계수를 조고와 동수반경의 함수로 표현하였다.

---

\* 아주대학교 토목설계공학과 부교수

\*\* 아주대학교 토목공학과 대학원 석사과정

## 2. Varwick의 실험자료 분석

개수로에서의 마찰계수 분포는 Chow(1979)가 정리한 그림에서 그 특성을 확인할 수 있다. Chow가 정리한 그림에는 Minnesota 대학의 삼각형 개수로 실험자료와 Varwick의 삼각형, 제형 개수로 실험자료, Bazin의 사각형, 반원형 실험자료가 도시되어 있다. Minnesota 대학의 실험자료로부터 층류흐름의 확인할 수 있으며 자료가 부족하지만 천이영역도 볼 수 있다. Varwick의 실험자료중 특히 조고 2mm의 마찰계수 분포로부터 개수로 흐름도 레이놀즈수의 증가에 따라 완난류에서 천이난류를 거쳐 전난류 흐름상태가 되는 것을 분명히 확인할 수 있으며 또한 삼각형과 제형 수로 모두 조고 0.4mm의 자료에 비하여 2mm의 자료가 상향 평행이동한 것으로 보아 조고가 커짐에 따라 마찰계수 분포가 상향 평행 이동하는 경향이 확인된다.

Varwick 실험자료를 살펴보면 각 흐름상태에 따라 마찰계수에 영향을 미치는 인자를 알 수 있다. 즉, 완난류 구간에서 마찰계수는 조고와 레이놀즈수의 함수로 표현될 수 있으며, 천이난류 구간에서는 조고, 레이놀즈수, 동수반경의 함수로, 전난류 구간에서는 조고와 동수반경의 함수로 표현될 수 있음을 보여준다. 이것은 각 흐름상태마다 적용되는 마찰계수 산정식의 형태가 다르다는 것을 의미하므로 각 흐름상태의 경계 즉, 완난류에서 천이난류로 변이하는 점과 천이난류에서 전난류로 변이하는 점을 찾아내는 것은 매우 중요하다.

원형 관수로의 경우 각 흐름상태의 경계는 Nikuradse의 실험결과로부터 산정되었으며, 관경을 등가조고로 나눈  $D_k$ 와 마찰속도와 등가조고의 곱을 동점성계수로 나눈  $R_{*k}$ 의 관계 그래프로 나타내면 완난류에서 천이난류로 변이하는 점은  $R_{*k} = 3$ , 천이난류에서 전난류로 변이하는 점은  $R_{*k} = 70$ 으로 알려져 있다. 유동훈(1993)은  $R_{*k}$ 가 조도비가 작아짐에 따라 비선형적으로 작아져, 완난류에서 천이난류로 변이하는 점이 2.5에서 5사이로 분포하며, 천이난류에서 전난류로 변이하는 점은 35에서 105사이로 넓은 범위에 분포하는 것을 보여  $R_{*k}$ 를 경계조건계수로 사용하는 것이 불합리하다는 것을 밝혔으며,  $R_{*k}$ 보다 관경 레이놀즈수인  $R_d$ 가 일관성을 갖는다고 주장하였다. 그러나 개수로에서는 아직까지 뚜렷하게 각 흐름상태를 구분하는 경계조건계수가 알려져 있지 않으므로 본 연구에서는 Varwick의 자료로부터 관수로에서의 분석방법과 유사하게 동수반경을 등가조고로 나눈  $H_k$ 와  $R$ ,  $R_{*k}$  그리고 조고 레이놀즈수  $R_k$ 의 관계를 추출하여 그 변화 경향을 논하고자 한다.  $R$ ,  $R_k$ ,  $R_{*k}$ 의 관계는 식(1), (2), (3)에 나타나 있다.

$$R = \frac{VH}{\nu} \quad (1)$$

$$R_k = \frac{Vk_s}{\nu} = R \frac{k_s}{H} \quad (2)$$

$$R_{*k} = \frac{u_* k_s}{\nu} = R_k \sqrt{C_f} = R \frac{k_s}{H} \sqrt{C_f} \quad (3)$$

그림 1은 완난류 흐름상태에서 천이난류 흐름상태로 변이하는 점을  $H_k - R$ 의 관계로 나타낸 그래프이며  $H_k - R_k$ 의 관계는 그림 2에 도시하였고  $H_k - R_{*k}$ 의 관계는 그림 3에 나타내었다. 그림 4는 천이난류 흐름상태에서 전난류 흐름상태로 변이하는 점의  $R$ ,  $R_k$ ,  $R_{*k}$ 를 역시

$H_k$ 에 대하여 동시에 나타낸 그래프이다.

그림 1에서는  $R$  값이 동일한 수로형태에 대하여 증가조고가 커질수록 기울기가 커지는 것을 볼 수 있다. 그러나 동일한 증가조고에 대하여 수로형태의 영향을 알아보기 위하여 증가조고 0.4mm와 2mm의 삼각형과 제형의 자료를 살펴보면 동일한 동수반경에서 증가조고 0.4mm의 제형 수로가 삼각형 수로보다 약간 상향 분포를 보이는 반면 증가조고 2mm에서는 하향 분포를 보여 일관성을 찾아보기 어려우며 또한 자료의 부족으로 수로형태는  $R-H_k$ 의 관계에는 무관하다는 결론을 내릴 수는 없다.

그림 2와 그림 3에서는  $R_k$ 와  $R_{*k}$ 의 값이 크기가 다를뿐 전체적으로 동일한 분포를 보이고 있으며 증가조고가 커짐에 따라  $R_k$ 와  $R_{*k}$ 의 기울기가 커지는 경향을 파악할 수 있다. 특이한 것은 증가조고가 0.4mm인 경우  $H_k$ 가 25mm인 자료를 제외하면 기울기를 0으로 생각할 수 있으며 증가조고 2mm와 4mm의 자료의 마지막 부분에서 모두 일정한 값을 갖는 경향을 보이는 것으로 보아  $H_k$  값이 큰 경우에는 역시 기울기가 0에 접근할 것으로 판단할 수 있다. 즉 작은  $H_k$  값에서는 증가조고가 커짐에 따라 기울기가 커지는 경향을 보이다가 큰  $H_k$  값에 도달하게 되면 일정한 값이 된다고 생각할 수 있다.

Varwick의 실험자료중 천이난류 흐름에서 전난류 흐름구간까지 제시된 자료는 증가조고가 2mm인 제형과 삼각형 자료뿐이기 때문에 각 경계계수의 변화경향을 논의하기에는 무리가 따르나 그림 4는 수로형태와 무관하게  $R$ ,  $R_k$ ,  $R_{*k}$ 가 거의 동일한 값을 갖는다는 것을 보여준다. 그림 4에 제시된 각 자료의 값은 상수로 표현될 수 있는데  $R_{*k}$  값이 약 80 정도로 나타나 원형 관수로에서와 비슷한 결과를 보이니 완난류 자료에서의 변이를 고려하면 이 역시 증가조고에 따라 변화할 것으로 판단된다.

Varwick의 실험자료를 바탕으로 각 경계계수를 선택하여 대체적인 변화의 경향을 분석하였으나 각 경계계수가 정량적으로 표현하기에는 몹시 어려운 경향을 보였다. 그림 2와 그림 3 그리고 그림 4에서 보여지는 경계계수  $R_k$ ,  $R_{*k}$  값의 분포가 거의 동일하다는 것과 제시된 식(2)와 식(3)으로부터 식(4)를 생각할 수 있다.

$$R \frac{k_s}{H} = C [R^\alpha (\frac{k_s}{H})^\beta \sqrt{C_f}] \quad (4)$$

식(4)에서  $C$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ 를 미지의 상수로 생각하고 Varwick의 실험자료를 관측치로하여 1차원 회귀분석을 하면  $\alpha$ 가 0.998의 값을 갖는데  $\alpha$ 를 1로 가정하면 양변에서  $R$ 를 소거할 수 있다. 이를 소거하고  $k_s/H - k_s \sqrt{C_f}/H$ 의 관계를 도시하면 그림 5에 제시된 바와 같으며 이를 다시 1차원 회귀분석하면 식(5)와 식(6)을 구할수 있다. 그림 5의 b는 a의 일부를 도시한 그래프이다.

$$\sqrt{C_f} = 0.135 \left( \frac{k_s}{H} \right)^{0.2} \quad (5)$$

$$\sqrt{C_f} = 0.165 \left( \frac{k_s}{H} \right)^{0.25} \quad (6)$$

식(5)는 완난류 흐름에서 천이난류 흐름으로 변이하는 점의 마찰계수를  $k_s/H$ 의 함수로 표현한 식이며, 식(6)은 천이난류 흐름에서 전난류 흐름으로 변이하는 점을 표현한 식이다.

완난류 흐름구간의 마찰계수가 등가조고와 레이놀즈수의 함수로 표현될 수 있음은 이미 앞에서 언급한 바 있다. 따라서 등가조고와 동수반경이 결정되면 식(5)로부터 마찰계수를 산정한 후 적절한 완난류 마찰계수 산정식에 이를 적용하면 완난류 흐름에서 천이난류 흐름으로 변이하는 경계 레이놀즈수를 구할 수 있다. 또한 천이난류 마찰계수 산정식을 이용하면 식(5)를 적용하여 같은 결과를 얻을 수 있으며 식(6)을 적용하면 천이난류 흐름에서 전난류 흐름으로 변이하는 점의 경계 레이놀즈수를 산정할 수 있다. 전난류 마찰계수 산정식을 이용하면 식(6)을 적용하여 역시 천이난류 흐름에서 전난류 흐름으로 변이하는 점을 산정할 수 있다.

### 3. 산정식의 적용 및 비교

Varwick 실험자료중 완난류에서 천이난류를 거쳐 전난류로 마찰계수가 변이하는 자료가 제시된 등가조고 2 mm의 삼각형 및 제형수로 실험관측치와 본 연구에서 개발된 식(5)와 식(6)의 산정결과를 표 1에 나타내었다.

표 1 Varwick 실험자료 및 식(5)와 (6)의 마찰계수( $C_f$ ) 산정결과

동수반경 (mm)	완난류 - 천이난류			천이난류 - 전난류		
	삼각형	제 형	산정값	삼각형	제 형	산정값
20	0.007222	0.006595	0.007256	0.008126	0.009847	0.008609
30	0.005991	0.006379	0.006169	0.006661	0.007467	0.007029
40	0.004894	0.005188	0.005499	0.005786	0.006317	0.006088
48	0.004705	0.00511	0.005112	0.005397	0.005579	0.005557
54	0.004505	0.004665	0.004877	0.005161	0.005379	0.005239
60	0.00426	0.004566	0.004675	0.004919	0.005152	0.004971
72	0.004085	0.00433	0.004347	0.004634	0.004822	0.004538

주) 등가조고 2mm 자료

표 1에서 보여지는 바와 같이 제형수로의 동수반경 20mm 인 자료를 제외하면 모두 0.0005 이내의 오차를 보여 양호한 산정값을 주었다. 제시된 자료이외의 Varwick 실험자료에 대한 결과 역시 등가조고 4mm의 동수반경 20mm와 30mm에서 다소 오차를 보였으나 나머지 자료는 0.0006 이내의 양호한 산정결과를 구할 수 있었다.

### 4. 결론

Minnesota 대학의 삼각형 개수로 실험자료와 Varwick의 삼각형 및 제형 개수로 실험자료로부터 개수로흐름의 특성이 다섯가지의 흐름상태가 되는 것을 확인하고 각 단계별 주요변수를

유추하였다.

Varwick의 실험자료를  $R$ ,  $R_k$ ,  $R_{*k}$ 와  $H_k$ 의 상관관계를 도시하여 천이난류에서 전난류로 변이하는 점의  $R_{*k}$  값이 원형 관수로와 유사하게 80 정도로 산정됨을 확인하였으나 실험자료의 부족으로 등가조고의 영향을 직접 고려할 수 없었고 완난류에서 천이난류로 변이하는 점들의 분포로부터 등가조고가 작아지면  $R_{*k}$  값이 작아질 것으로 추론하였다.

$k_s/H - k_s\sqrt{C_f}/H$  그래프로부터 완난류에서 천이난류로 변이하는 점과 천이난류에서 전난류로 변이하는 점을 마찰계수와 등가조고비의 함수로 표현하였으며, 적절한 마찰계수 산정식을 이용한 경계 레이놀즈수 산정법을 제시하였다.

사 사

본 연구는 1996년도 교육부 학술진흥재단의 자유공모과제(01-E-0849) 학술연구 조성비에 의하여 연구된 것으로 동 재단에 감사드립니다.

## 5. 참고문헌

- 유동훈 (1993). “균일조도 원형관 마찰계수”, 대한토목학회 논문집, 제13권 제5호, pp.165-172.
- 유동훈 (1995). “사각형 개수로 마찰계수”, 한국수문학회지, 제28권 제2호, pp.155-168.
- Bazin, H.E. (1965). “Recherches experimentales sur lecoulement de leau dans les canaux decouverts”, Memoire presentes par divers savants al Academie des Sciences, Paris, Vol.19.
- Chow (1975). “Open Channel Hydraulics”, International Edition
- Ganguillet, E. and Kutter, W.R. (1869). “An investigation to establish a new general formula for uniform flow of water in canals and rivers”, Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines, Vo.21, No.1, pp.6-25; No.2-3, pp.46-59.
- Manning, R. (1889). “On the flow of water in open channels and pipes”, Trans. Inst. Civil Eng. Ireland, 20, pp.161-195.
- Nikuradse, R. (1933). “Gesetzmassigkeiten der turbulenten Stromung inglatten Rohren”, Ver. Dtsch.Ing.Forschungsh., Vol 356
- Varwick, F. (1945). “Zur Fliess formel fur offene Kunstliche Gerinne”, These inedite, Dresden.

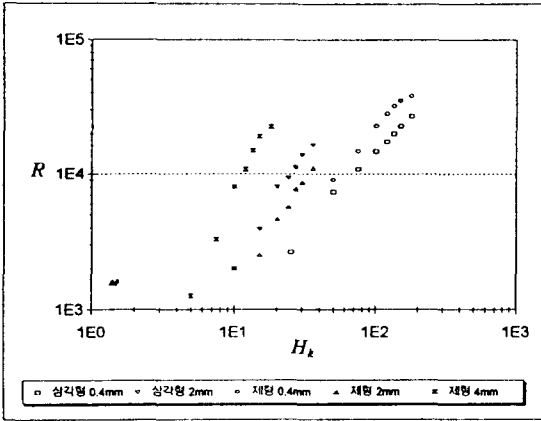


그림 1  $H/k_s - R$  그래프 (완난류 - 천이난류)

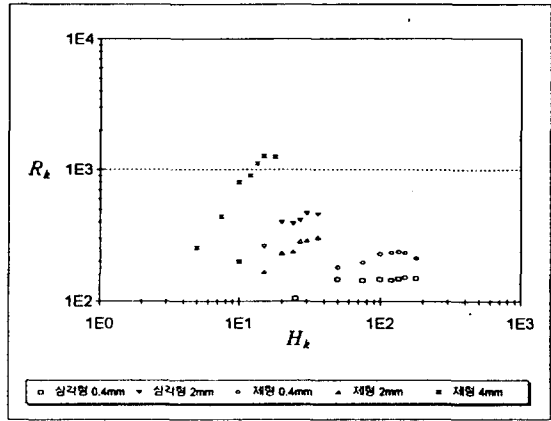


그림 2  $H/k_s - R_k$  그래프 (완난류 - 천이난류)

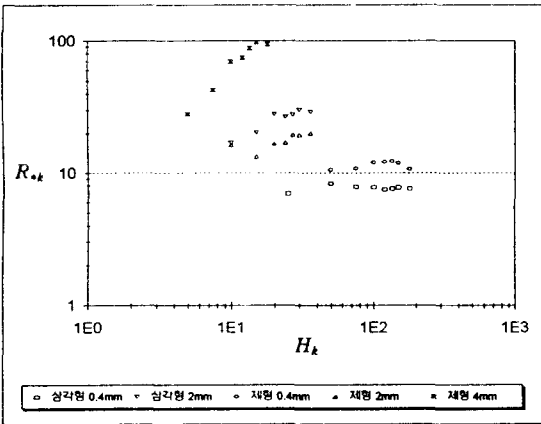


그림 3  $H/k_s - R_{*k}$  그래프 (완난류 - 천이난류)

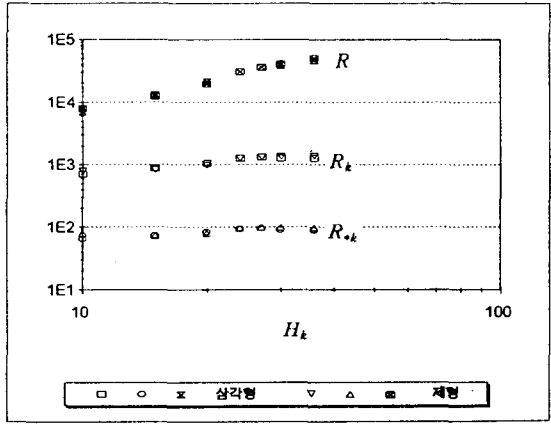
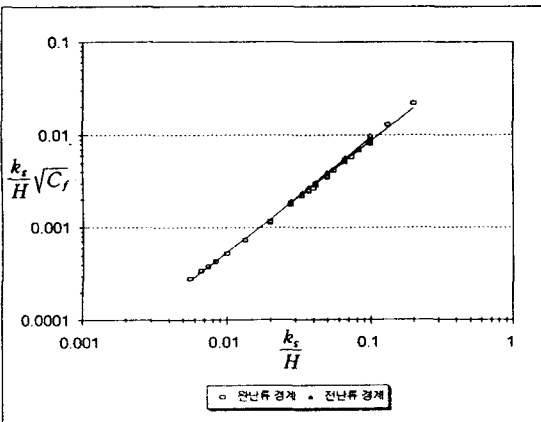
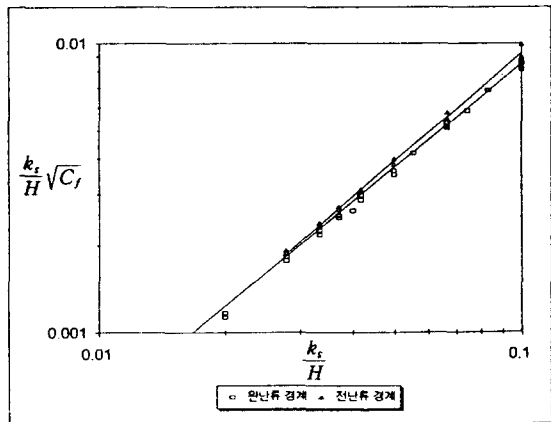


그림 4  $H/k_s - R, R_k, R_{*k}$  그래프 (천이난류 - 전난류)



( a )



( b )

그림 5  $k_s/H - k_s\sqrt{C_f}/H$  그래프