

L-Moment 법을 이용한 월 강우량 자료의 지역가뭄빈도 해석  
Regional Drought Frequency Analysis of Monthly Rainfall  
Data by the Method of L-Moment

윤 용 남\*                      박 무 종\*\*  
Yoon, Yong Nam              Park, Moo Jong

1. 서론

국내 수문자료가 체계적으로 수집정리되기 시작한 1960년이래 여러 차례 극심한 가뭄이 발생하여 막대한 피해를 입어 왔으며, 그중 '94-'95 가뭄은 가뭄의 심도나 지역적 범위 및 피해의 정도에 있어서 극심했던 것으로 알려져 있다. 따라서, 본 연구에서는 비교적 신뢰도가 높은 월강우량 자료를 기준으로 과거 주요가뭄기간과 '94-'95 가뭄의 심도와 지역적 범위를 정량적으로 조사 분석코자 하였다. 전국을 수문학적 동질성이 유지될 수 있도록 47개 소유역으로 분할한 후 소유역내의 가뭄 우량계열을 작성한 후 이를 L-Moment 법에 의해 지역빈도 분석함으로써 가뭄지속기간별, 재현기간별 가뭄우량을 추정하였다.

가뭄우량계열에 적합시키기 위한 확률분포로는 다변수 분포인 Generalized Extreme Value (GEV), Generalized Logistic (GLO), Generalized Normal (GNO), Pearson Type-III (PE3) 및 5변수 Wakeby (WKB5)를 사용하였다. 이들 5개 분포형의 매개변수 결정은 L-Moment 법에 의하였으며 소유역별 최적분포형은 불일치 척도(discordancy measure), 이질성 척도(heterogeneity measure), 및 적합성척도(goodness of fit measure)를 기준으로 선정하였다.

소유역별로 선정된 최적분포형의 누가 확률분포함수 혹은 역함수를 이용하여 가뭄지속기간별로 재현기간 5, 10, 20, 30, 50년인 가뭄우량의 크기를 추정하였으며, 47개 소유역의 지속기간별, 재현 기간별로 측정된 가뭄우량을 사용하여 가뭄우량빈도도(drought rainfall frequency map)를 작성하였다.

한편, '94-'95 가뭄을 '60년대 이후의 과거 주요가뭄과 비교평가하기 위해 주요가뭄기간의 설정이 필요하였다. 이를 위해 우선 분할된 소유역별로 물 수지년(water year)을 기준으로 한 12개월 누가월 우량계열을 작성하여 작은 값부터 순위를 정한 다음, 연도별로 소유역별 12개월 누가월우량의 순위를 평균한 결과로부터 상위5개 기간을 선정하였다. 이와같은 절차로 선정된 주요가뭄기간은 '67-'68, '76-'77, '81-'82, '87-'88 및 '94-'95년으로 나타났다.

이와 같은 선정된 5개 주요가뭄기간 동안의 개개 소유역의 가뭄지속기간별 최소가뭄우량을 산정한 후 이를 가뭄우량빈도 분석결과와 비교함으로써 주요가뭄기간 동안의 지속기간별 최소가뭄우량의 발생빈도를 추정하였다. 또한, '94-'95 가뭄의 심도와 지역적 범위를 과거 4개 주요가뭄기간과 비교 평가하였으며, 과거 주요가뭄기간 동안의 가뭄우량의 발생빈도 분석결과에 비추어 현재의 저수지 용량 결정에 사용토록 추천되고 있는 '67-'68 가뭄 혹은 10년 빈도의 가뭄이 적정한지를 검토하였다.

수문학적 측면에서 보면 가뭄의 평가는 유출자료의 빈도 해석에 의하는 것이 보다 실질적이나 전국적인 월 유출량 자료의 획득은 현재로서는 거의 불가능하므로 강우량을 기준으로 지역빈도분

\* 고려대학교 토목환경공학과 교수

\*\* (주)대우, 선임연구원

석을 실시하게 된 것이다. 한편, 농경활동에 지배적인 영향을 미치는 토양수분을 기준으로 한 가뭄의 평가는 통상 Palmer 지수(건설교통부, 1995)에 의하며 이에 대한 별도의 연구는 본 논문의 범위 밖임을 밝히는 바이다.

## 2. 가뭄의 주유가뭄기간의 선정

### 2.1 소유역의 분할 및 우량관측소

가뭄우량의 빈도분석을 위해 그림 1에서와 같이 전국을 47개 소유역으로 분할하였으며, 개개 소유역의 면적은  $591\text{km}^2$ ~ $4,693\text{km}^2$ 의 범위에 있어서 수문학적 동질성의 인정이 가능한 것으로 생각된다. 각 소유역에는 2~33개의 우량관측소가 운영되어 왔고 사용된 우량관측소의 총수는 390 개소이며 각 관측소는 1960~1995년 6월간의 월 우량자료를 보유하고 있다.

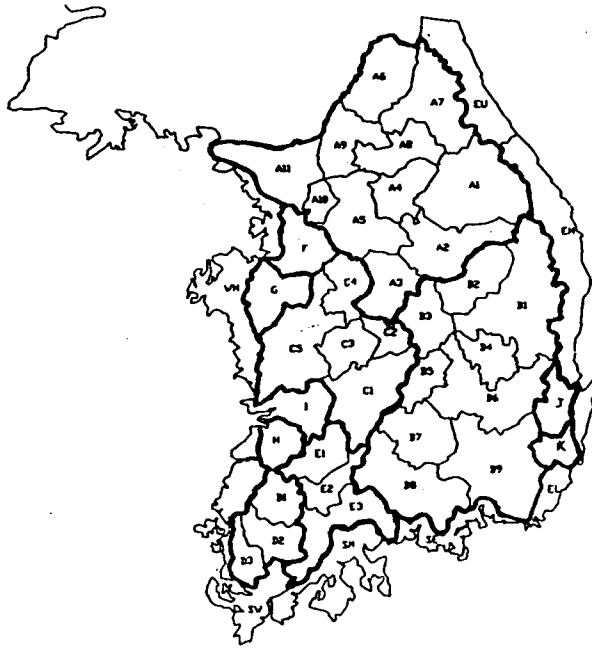


그림 1 전국의 소유역 분할

### 2.2 주유가뭄기간의 선정

전국에 걸친 주유가뭄기간을 선정하기 위해 우선 소유역별로 해당 우량관측소의 기록기간동안의 월 우량자료를 산술평균하여 소유역평균 월 강우량 계열을 작성하였다. 다음으로, 국내 용수 수요와 공급측면에서 기준 월로 사용되고 있는 10월 기준의 물 수지년(water year)별로 12개월 누가우량을 계산하여 소유역별로 가장 작은 값부터 순위를 부여한 후, 다시 연도별로 소유역별 12개월 누가우량의 순위를 산술평균하여 연도별 순위 평균치를 계산하였고, 순위 평균치가 가장 작은 연도 부터 상위 5개년을 선택하여 주요 가뭄기간으로 정하였다. 이와같이 선정된 주유가뭄기간은 물수지년 '94,'81,'87,'67,'76년으로 나타났다.

### 3. 월 강우량 자료의 지역빈도해석

#### 3.1 가뭄우량자료계열의 작성

우량자료는 전국에 걸쳐 390개 관측소의 1960-1995년 6월 자료를 사용하였다. 총우량계열의 분석에서와는 달리 가뭄의 경우는 지속기간이 대단히 중요하므로 가뭄지속기간별로 관측소별 부분기간치 계열(partial duration series)을 작성하였다. 부분기간치 계열의 작성을 위해서는 우선 관측소별 월 우량자료 계열로부터 지속기간별 이동누가우량 계열을 얻은 후, 제일 작은 값을 먼저 제 1순위로 선정하고 이 값의 전후 값을 지속기간의 수만큼 제외시킨 후, 두 번째로 작은 값을 제 2순위로 정하며, 이와 동일한 방법으로 반복 선택해 나감으로서 관측소별 가뭄우량자료 계열을 작성하였다 (Stall, 1964 ; Yoon, 1972).

#### 3.2 빈도분석방법의 선택

수문자료계열의 빈도분석을 위한 전통적인 방법에서는 확률분포의 매개 변수 결정을 위해 간편하고 용이한 모멘트법을 사용해 왔으나, Haan (1977), Matalas 등 (1975), Hosking and Wallis(1993), WMO(1989)등은 전통적인 방법으로 결정된 확률분포형으로 모의된 자료계열과 관측자료계열간에는 큰 편차가 항상 존재할 뿐 아니라 빈도해석의 유연성(robustness)에 큰 문제가 있음을 지적한 바 있다.

따라서, 본 연구에서는 L-Moment 방법을 사용하여 매개 변수를 추정하면서 지역빈도 분석을 실시함으로써 관측치와의 편의를 최소화 하고자 하였다 (Hosking and Wallis, 1993 : Vogel and Fennessey, 1993 :Vogel등, 1993). L-Moments는 확률가중 모멘트(probability weighted moment, PWM : Greenwood, 1979 ; Hosking, 1989)에 근거한 확률분포의 통계특성치의 선형조합으로 표시되며, 전통적인 방법보다 매개변수의 추정에서 편의를 최소화할 수 있고, 표본추출에 따른 편차를 줄일 뿐 아니라 이상자료(outlier)의 처리에 있어서도 융통성이 있는 등 여러 가지 장점을 가지고 있는 것으로 평가되고 있다(Hosking, 1990).

지역빈도 분석을 위해서는 각 관측소 지점의 가뭄우량자료 계열에 가장 적합한 확률분포형과 매개변수를 우선 결정하고, 수문학적 동질성이 인정되는 소유역 단위로 매개 변수를 면적평균하여 대표 매개변수로 취하게 된다(Lettenmaier and Potter, 1985).

#### 3.3 지역빈도분석절차

수문량의 지역빈도분석은 통상 4가지 단계를 거쳐 이루어지며, 각 단계에서는 L-Moments로부터 계산되는 각종 통계치를 기준으로 하여 자료군 중의 이상치 검정, 소유역단위의 수문학적 동질성, 적정확률 분포형의 선정, 그리고 지역빈도 분석에 사용될 적정확률 분포형의 지역평균 매개변수의 산정 등을 하게 된다(Guttman, 1993 : Guttman, 1993) 자료군 중의 이상치 검정을 위해서 소유역내 각 관측점 자료의 불일치 척도, Di(discordancy measure)를 계산하여 여타 관측소의 불일치척도와 비교하게 되며, 특정 관측소의 Di값이 지나치게 크면 자료를 기각하게 되어 있다. 또한, 분할된 소유역의 수문학적 동질성 여부를 평가하기 위해서는 이질성척도, H(heterogeneity measure)를 계산하게 되며  $H < 1$ 이면 수문학적 동질성이 있다고 보며,  $1 \leq H < 2$ 이면 수문학적 이질성의 위험이 있다고 판단하며,  $H \geq 2$ 이면 이질적이라고 판단한다.(Hosking and Wallis, 1993).

불일치척도에 의해 이상자료군을 제거하고 이질성척도에 의해 소유역의 수문학적 동질성이 확인되면 후보 확률분포를 선정하여 적합성척도, Z(goodness-of-fit measure)를 계산하게 된다. 각 분포형(DIST)별로 계산된 적합성척도의  $|Z^{DIST}| \leq 1.64$ 이면 90% 신뢰 한계 내에서 분포형을 받아들일게 된다.

소유역의 관측소별 적정확률분포형과 매개 변수가 위의 3개 단계에서 결정되고 나면 지역빈도 분포의 매개 변수를 관측소별 자료년수를 가중인자로 평균함으로서 소유역의 대표 매개변수를 결정하게 되며 이를 최종 확률분포식의 매개 변수로 사용하게 된다(Hosking, 1991).

### 3.4 가뭄우량계열의 지역빈도분석 결과

본 연구에서 지역빈도분석을 위해 선정된 확률분포형은 Hosking(1991)이 추천한 바 있는 전술한 바의 GEV, GLO, GNO, PE3 및 WKB5 분포형이며, 이들 분포의 누가 확률분포식 혹은 역함수는 표 1에 표시한 바와 같다.

표 1. 누가확률 분포함수 및 역함수

Prob. Dist.	F(X) or X(F)	Parameters
GEV	$F(X) = \exp\{-(1-k(x-\xi)/a)^{1/k}\}$ $X(F) = \xi + a(1 - (-\ln F)^k)/k$	$\xi, a, k$
GLO	$F(X) = 1/[1 + (1-k(x-\xi)/a)^{1/k}]$ $X(F) = \xi + a[1 - ((1-F)/F)^k] / k$	$\xi, a, k$
GNO	$F(X) = \exp[-k^{-1} \ln\{1-k(x-\xi)/a\}]$ $X(F) = \text{not explicitly defined}$	$\xi, a, k$
PE3	$F(X) = G\left[(x-\mu+2a/\gamma)/\frac{1}{2}\delta\gamma, 4/\gamma^2\right], \gamma < 0$ $F(X) = 1 - G\left[-(x-\mu+2a/\gamma)/\frac{1}{2}\delta\gamma, 4/\gamma^2\right], \gamma > 0$ $X(F) = \text{not explicitly defined}$	$\mu, \sigma, \gamma$
WKB5	$F(X) = \text{not explicitly defined}$ $X(F) = \xi + \frac{\alpha}{\beta}\{1 - (1-F)^\beta\} - \frac{\gamma}{\delta}\{1 - (1-F)^{-\delta}\}$	$\xi, \alpha, \beta, \gamma, \delta$
KAP	$F(X) = [1 - h\{1 - k(x-\xi)/a\}^{1/k}]^{\frac{1}{h}}$ $X(F) = \xi + a(1 - \{(1-F)^h/h\}^k)/k$	$\xi, a, h, k$

분할된 47개 소유역별로 작성된 가뭄우량계열에 대한 지역빈도해석은 위에서 언급한 4가지 빈도분석 절차에 따라 개발된 Hosking의 Fortran Program (1991) 을 그대로 이용하여 수행하였으며, 소유역별로 3개 검정을 통과한 분포형중 가장 적합한 분포형을 최적분포형으로 채택하였다.

이와같이 47개 소유역별로 채택된 최적 확률분포형과 매개 변수를 사용하여 가뭄지속기간별 초과확률 (혹은 재현기간)별 가뭄 월우량을 추정하였으며, 표 2는 낙동강의 위천유역(B4)에 대한 계산결과를 표시하고 있다.

표 2. 지속기간별, 재현기간별 가뭄우량

▲ Subbasin: B4, Prob. Dist.: GLO

T(years)	2	5	10	20	30	50
4	86.15	56.40	41.61	29.45	23.14	15.84
6	188.23	135.60	110.04	89.38	78.78	66.65
9	420.15	331.20	280.53	234.72	209.15	177.80
D 12	797.09	648.02	555.85	467.52	416.02	350.61
15	924.34	743.99	638.51	541.31	486.30	418.10
18	1136.01	929.73	807.90	694.86	630.55	550.47
21	1355.06	1114.27	967.77	828.96	748.73	647.54
24	1701.89	1482.60	1352.57	1231.60	1162.63	1076.61

#### 4. 지역 가뭄빈도해석결과의 응용

##### 4.1 확률가뭄우량도의 작성

가뭄우량계열의 지역빈도분석으로 얻어진 47개 소유역별 가뭄지속기간-재현기간-가뭄우량의 관계를 그림 2에 예시한 바와 같이 전국에 걸쳐 표시한 후 등우량선을 그림으로서 전국 확률가뭄우량도(drought rainfall frequency map)를 작성하였다. 사용된 가뭄지속기간은 6, 12, 18, 21, 24개월이며, 재현기간은 5, 10, 20, 30, 50년이다.

D=12 Months, T=10 Year

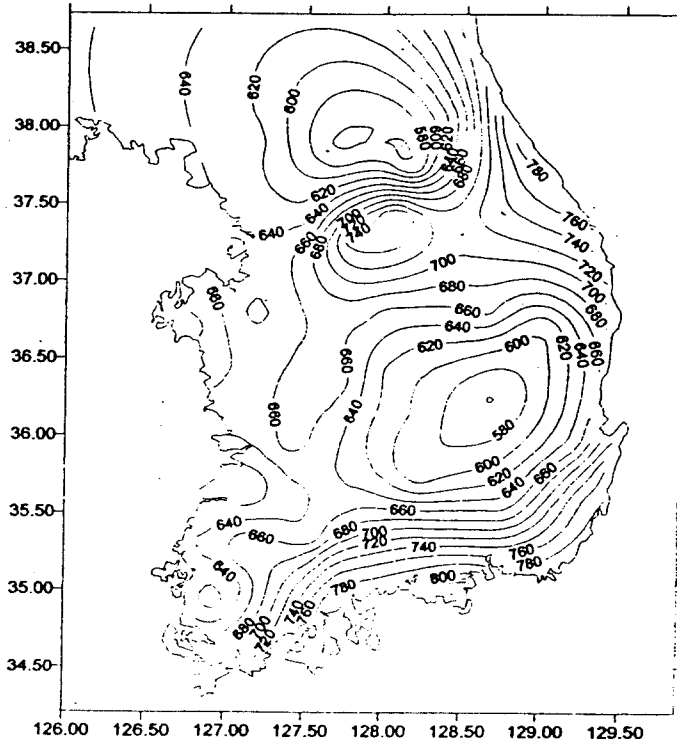


그림 2. 전국 확률 가뭄우량도

그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이 재현기간 10년인 12개월 지속기간의 가뭄우량은 전국적으로 약 560<sup>mm</sup>~800<sup>mm</sup>로 변동하며, 이는 연평균 강수량 1,274<sup>mm</sup>의 약 44%~63%에 해당함을 알 수 있다. 그림 2의 등우선도에서 관찰할 수 있는 바와 같이 가뭄이 가장 심각한 지역은 지금까지 알려져 있는 바와 같이 낙동강의 중류부, 영산강 및 금강의 하류부 및 서해안 일원임을 알 수 있다.

##### 4.2 기왕 주요가뭄의 재현기간 평가

전술한 바 5개 주요가뭄기간동안 가뭄지속기간별 가뭄우량은 공간적 분포 및 발생확률에 있어서 큰 변동을 보이는 것으로 나타났다. 표 2는 주요가뭄기간별로 가뭄이 우심했던 소유역과 소유역별 가뭄우량의 재현기간을 표시하고 있으며, 이는 주요가뭄기간별로 가뭄지속기간별 최소 가뭄우량을 계산한 후 이를 전국의 가뭄지속기간-재현기간-가뭄우량관계와 비교하여 발생 빈도를 재현기간으로 표시한 것이다.

표 2. 주요가뭄기간별, 지속기간별 가뭄 우심 소유역의 가뭄재현기간

D(mon.) Period	12 month		18 month		24 month	
	Subbasins	T (year)	Subbasins	T (year)	Subbasins	T (year)
'67-'68	남해안 중서부(SM,SL)	40-50	남해안 서부(SL)	25	남해안 서부(SL)	24
	영산강(D1,D2,D3)	17-30	영산강(D3)	8	영산강(D2)	7
	금강(C2)	20	금강(C2)	21	금강(C2)	18
	형산강(J)	14	형산강(J)	7	형산강(J)	6
			낙동강(B1,B4,B5,B6)	6-12	낙동강(B1,B4,B5,B6)	4-7
'76-'77	낙동강(B5,B6,B7,B8)	12-15	낙동강(B4,B5,B6,B7)	7-9	낙동강(B6,B7,B9)	8
	영산강(D1,D2,D3)	12-20	한강(A1)	11	안경강(I)	8
'81-'82	낙동강(B2,B3,B4,B5)	7-12	낙동강(B1,B2,B3,B4,L5)	7-16	낙동강(B3,B4,B5)	4-7
	금강(C2)	9	금강(C2)	10	금강(C2)	8
	한강(A2,A3,A7)	8-13	한강(A2,A3,A6,A7)	8-9	한강(A2,A3,A7)	4
'87-'88	낙동강(B4,B5,B6,B7)	4-8				
	금강(C1,C5)	8-9				
	삼교천(G)	11	삼교천(G)	9	삼교천(G)	6
	동진강(H)	9	동진강(H)	8	동진강(H)	3
'94-'95	낙동강(B1,B4,B5,B6)	7-13	낙동강(B1,B4,B5,B6,B7,B9)	7-15	낙동강(B4)	4
	금강(C2,C3)	9-17	금강(C2)	6		
	형산강(J)	12	형산강(J)	15		
	동진강(H)	5	동진강(H)	12		
	영산강(D1,D2,D3)	4-5	영산강(D1,D2,D3)	7-9	영산강(D1,D2,D3)	2-3

Rainfall, D=12 Months  
1994-1995

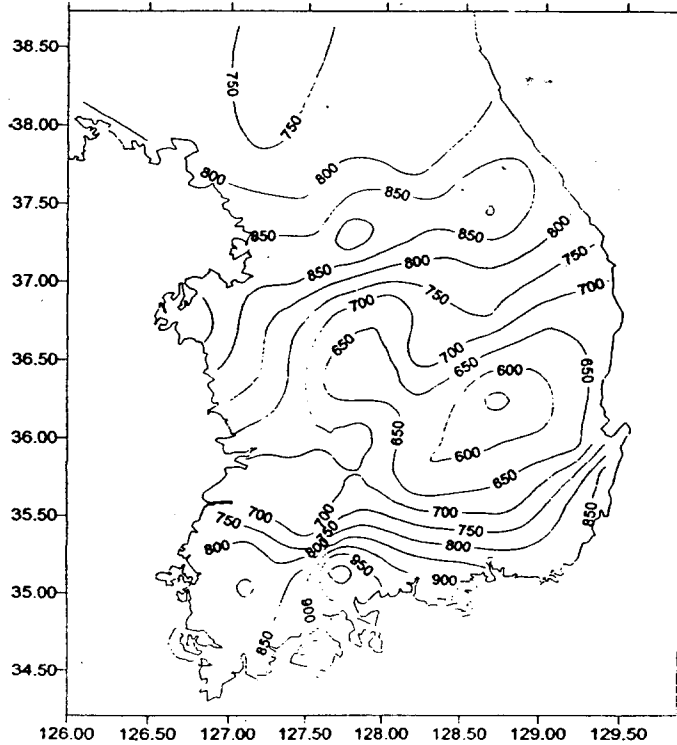


그림 3 '94-'95 가뭄기간동안의 12개월 최소 강우량

표 2에서 보는 바와 같이 '67-'68 가뭄은 12개월 지속가뭄의 경우 남해안 일부지역과 영산강 전역에서 심각하였으며 형산강 전역과 금강일부지역에서도 상당한 가뭄으로 나타났다. '76-'77 가뭄은 낙동강 중상류지역과 영산강전역에서 약 10~20년 빈도의 크기로 나타났으며, '81-'82 가뭄은 낙동강 상류지역과 한강상류 및 금강 일부지역에서 약 10년 빈도로 나타났고, '87-'88 가뭄은 낙동강과 금강, 삼교천, 동진강 유역에서 10년 이하의 빈도로 나타났다. 최근의 가뭄인 '94-'95 가뭄은 표 2와 그림 3에서 볼 수 있는 바와 같이 낙동강 중상류 부와 금강중류부, 형산강, 동진강등에서 약 10~20년 빈도로 발생했음을 알 수 있다. 한편, 영산강유역의 경우 12개월 지속기간 가뭄우량의 재현기간이 4~5년으로 나타났으나 이는 '94년 8월과 '95년 4월의 2개 호우로 인한 것이며 가뭄지속기간을 12개월 이하(6개월, 9개월)로 잡을 경우의 재현기간은 훨씬 크게 나타났다.

전반적으로 볼 때 '94-'95 가뭄은 10년을 약간 상회하는 빈도로 우심 지역에서 발생하였으며 가뭄의 지역적 범위가 가장 광범위하였던 것으로 평가된다.

#### 4.3 기왕 주요가뭄의 심도를 고려한 이수 안전도의 제안

용수공급을 위한 댐 및 부속시설물이라든지 기타 하천시설물의 이수 안전도란 용수수요를 충족시킬 수 있는 물 공급의 안전성 정도를 표시하는 것으로서 주로 건설코자하는 시설물의 설계대상 가뭄의 발생빈도(혹은 재현기간)를 그 지표로 택하고 있다.

외국의 이수안전도 자료를 보면 (한국수자원공사, 1990) 일본의 경우는 10년 빈도의 제 1위 상당 갈수량을 대상으로 하고 있으며, 영국은 50년 빈도, 미국의 Washington, D.C.에서는 10년 빈도 7일 평균 갈수량, California주에서는 과거 기록상의 최소유량을 대상으로 하고 있다. 한편, 우리나라의 경우 「농지개발사업계획설계기준, 댐편(1982)」에서는 10년 빈도 갈수량을 설계대상으로 하고 있고, 수자원 장기종합계획(한국수자원공사, 1990)에서는 기왕의 최대 가뭄으로 알려져 있는 '67-'68 혹은 '66-'68 갈수량계열을 대상으로 하고 있다.

그러나, 본 연구의 5개 주요가뭄기간동안의 가뭄빈도분석 결과(표2)에 의하면 10년 빈도가뭄을 대상으로 한 설계는 용수수요량에 대비하여 저수용량을 확보하기에는 부족한 것으로 판단된다.

따라서 본 연구 결과로 얻어진 표 2를 참고로 하여 다음과 같이 우리 나라 주요 하천유역에 대한 가뭄우량기준의 이수 안전도를 제안하는 바이다.

표 3. 유역별 이수안전도 제안 (가뭄우량기준)

유역	최대가뭄기간	재현기간(년)	이수안전도제안 재현기간(년)
한강	'81-'82	8-13	15
낙동강	'94-'95	7-15	15
금강	'94-'95	9-17	20
영산강	'67-'68	17-30	25
섬진강	'67-'68	11	15
형산강	'94-'95	12-15	15
만경강	'76-'77	8	15
동진강	'94-'95	8-12	15
삼교천	'87-'88	9-11	15
안성천	'87-'88	9-11	15

여기서 한가지 논해야 할것은 지금까지의 수자원 장기 종합계획이나 댐 용량결정을 위한 분석에서 '67-'68년의 가뭄우량을 전국적으로 적용했다는 점이다. 표2와 표3에서 볼 수 있는 바와 같이 '67-'68 가뭄은 영산강과 섬진강 및 낙동강 일부지역에서만 심각하였을 뿐, 다른 유역에서의

가뭄우량의 빈도는 10년을 하회하는 것으로 밝혀졌다. 따라서, '67-'68 가뭄자료를 대상으로 수자원 계획 혹은 댐 개발 계획을 수립할 경우는 영산강, 섬진강 및 낙동강 일부 지역을 제외하고는 과소설계를 하는 결과가 초래 될 것이다. 따라서 본 연구(건설교통부,1995)에서는 47개 소유역에 대한 가뭄 지속기간 (4,6,9,12,15,18,21,24개월)별 최소 가뭄우량 과 그의 발생시점을 분석한 바 있으므로 수자원 개발지점이 위치하고 있는 소유역의 이들 가뭄 우량계열을 대상으로 하여 설계할 수 도 있을 것이다.

## 5.결론

수문관측자료의 신뢰도가 비교적 높은 1960-1995. 6월의 월 강우량자료로 부터 분할된 47개 소유역별로 지속기간별 가뭄우량 계열을 작성하여 L-Moment법을 사용한 지역빈도 분석을 실시하였다. 소유역별로 지속기간별, 가뭄우량 계열을 적정 확률분포형에 맞추어 L-Moment 법으로 지역빈도 분석을 실시한 결과 자료를 사용하여 전국 가뭄우량 빈도 도를 작성하였다. 작성된 확률가뭄우량도는 지금까지 알려져 있는 우리 나라 가뭄의 지역적 분포를 잘 표시하고 있는 것으로 평가되었다.

한편, '60년도 이후에 발생한 5개 주요 가뭄기간을 선정하고 각 가뭄기간동안의 소유역별 지속기간별 최소 가뭄우량의 크기를 전국 확률가뭄우량도와 비교함으로써 주요 가뭄기간동안의 가뭄우심지역의 가뭄빈도를 추정하였다. 이들 추정가뭄빈도는 우리 나라 10대 하천 유역의 경우 대부분이 10년을 상회하고 있으므로 현재 각종 수자원 계획 및 댐 개발계획시 사용되고 있는 10년 빈도 기준의 이수안전도는 상향 조정되어야 할 것으로 판단되며, 특히, '67-'68 가뭄은 영산강, 섬진강 및 낙동강 일부 유역에서만 심각하였을 뿐이므로 이들 이외의 유역에 대해 '67-'68 가뭄우량을 대상으로 설계할 경우는 과소설계로 소요 용수수요량의 공급이 불가능할 것으로 생각된다.

## 6. 참고 문헌

- 건설교통부(1995), 가뭄기록조사보고서  
 농수산부(1982), 농지개량사업계획설계기준-댐편  
 한국수자원공사(1990), 수자원 장기종합계획('91-2001)  
 윤용남. (1972)"급수용 저수지 설계를 위한 저 유하량의 통계학적 해석에 관한 연구"  
 대한토목학회지,제20권 1호
- Greenwood, J.A. and Landwehr, J.M., Matalas, N.C., Wallis, J.R. (1979). "Probability Weighted Moments: Definition and Relation to Parameters of Distributions Expressible in Inverse Form." Water Resources Research, AGU, vol.15,No.5
- Guttman, N.B. (1993). "The Use of L-Moments in the Determination of Regional Precipitation Climates," Journal of Climate, American Meteorological Society, Vol.6
- Guttman, N.B. (1993). "Regional Precipitation Quantile Values for the Continental United States Computed from L-Moments." Journal of Climate, American Meteorological Society, Vol.6
- Haan, C.T. (1977). "Staistical Methods in Hydrology." Iowa State University Press, Ames
- Hosking, J.R.M.(1989). "The Theory of Probability Weghted Moments." Research Report,IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, New York



Hosking, J.R.M.(1990). "L-Moments : Analysis and Estimation of Distributions using Linear Combinations of Order Statistics." Journal of Royal Statistical Society, Vol.52, No.1

Hosking, J.R.M.(1991). " Fortran Routines for Use with the Method of L-Moments." Version2, Research Report, IBM Research Division, T.J. Watson Research Center, New York

Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R.(1993). "Some Statistics Useful in Regional Frequency Analysis." Water Resources Research, Vol. 29, No2.

Lettenmaier, D.P. and Potter, K.W.(1985)."Testing Flood Frequency Estimation Methods Using a Regional Flood Generating Model." Water Resources Research, Vol.21, No.12

Matalas, N.C. and Wallis, J.R., Slack, J.R.(1975). "Regional Skew in Search of a Parent." Water Resources Research, Vol.11, No.6

Stall, J.B. (1964). "Low Flows of Illinois Streams for Impounding Reservoir Design," Bulletin 51, Illinois State Water Survey, Urbana, Illinois

Vogel, R.M. and Fennessey, N.M.(1993). "L-Moment Diagrams Should Replace Product Moment Diagrams." Water Resources Research, Vol.29,No.6

Vogel, R.M. and McMahon, T.A., Chiew, F.H.S.(1993). "Flood Frequency Model Selection in Australia." J. of Hydrology, Vol.146

World Meteorological Organization.(1989). "Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis." WMO, Geneva