SED 降雨-流出모델에서의 媒介變數 推定

趙顯景* · 李舜鐸**

1. 序　論

降雨-流出모델이 실제의 流出現象을 제대로 模擬하려면 모델 媒介變數들의 合理的인 推定이 필수적인 선결과제이다. 媒介變數 推定方法 중에서 가장 많이 이용되는 方法으로 目的函數 最小化法이 있는데, 여기서 目的函數는 殘差제곱合, 殘差絶對値合 등이 널리 쓰인다. 目的函數 最小化法에 의해 媒介變數를 推定하려면 反復計算에 의한 數値技法이 필요하고 이 技法들은 어떤 값을 最小化하거나 最大化하는 過程을 포함하고 있다. 數値技法에 의한 最適 媒介變數를 決定하는 方法에는 단순히 施行을 반복하여 값을 決定하는 試行錯誤法(Trial and Error Method)과 線形, 非線形計劃法 등 最適化 技法에 의한 自動推定法(Automatic Calibration)이 있다. 여기서, 最適化는 주어진 目的函數의 값이 最小가 되는 媒介變數의 近似點을 구하는 것이다.

2. SED모델의 理論

어떤 流域에서 降雨-流出關係는 動的過程이면서 非線形性을 내포하고 있기 때문에 流出은 貯留狀態의 連續的인 變化에 의해서 발생된다고 볼 수 있다. SED(Storage-Effective Drainage)모델은 이러한 對象流域의 貯留狀態를 나타내는 理論成長曲線(ϕ曲線과 SED曲線)을 이용하는데, 이는 다음 식과 같이 나타낸다.

$$\phi = x \cdot y = \frac{\alpha \cdot y}{(1+\beta \cdot e^{\gamma \cdot y})} \tag{1}$$

$$x = \frac{\alpha}{(1+\beta \cdot e^{\gamma \cdot y})} \tag{2}$$

따라서 座標 x, y를 가지는 點들에 대해서 最小自乘法을 이용하여 曲線式의 常數인 α, β, γ의 값을 구할 수 있으며, 이 常數들에 의해서 對象流域에 대한 曲線의 形態가 정해진다.

한편 水文曲線은 時間에 따라 分布된 流出量이므로 降雨量과 初期貯留高 y_{in}이 주어진다면 임의 時間에 대한 流出量을 다음 식으로 구할 수 있다.

$$Q_{vi} = \frac{a \cdot \Delta R_i}{\Delta t_{vi}} = Q_{wi} = \frac{b \cdot \Delta R_i}{\Delta t_{wi}} \tag{3}$$

* 嶺南大學校 大學院 博士課程
** 嶺南大學校 敎授

본 研究에서 超過降雨量은 Darcy法則을 응용한 物理的인 浸透모델인 Green-Ampt 方法을 이용하였으며, 그 關係式은 다음과 같다.

$$f = \frac{dF}{dt} = K_s + \frac{K_s \cdot SM}{F} \tag{4}$$

여기서, f는 浸透率, F는 累加浸透量, K_s는 水理學的 傳導度, SM은 初期土壤濕潤狀態를 나타내는 指數이다.

3. 媒介變數 推定 理論

본 研究에서는 다음 식(6)과 같이 對象地點에서 實測値와 모델 計算値間의 차이의 제곱의 合을 最小化하는 것을 目的函數로 하였다.

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i^* - Y_i)^2 \tag{5}$$

여기서, S는 目的函數, Y_i^*는 實測値, Y_i는 計算値이다.

그런데 식(6)의 目的函數는 非線形 關係라고 할 수 있다. 이러한 非線形問題의 解析法은 크게 구배법(Gradient Method)과 直接探索法(Direct Search Method)의 두 종류로 분류할 수 있다.

본 研究에서는 最適化 方法으로 구배법의 하나인 Fletcher-Powell法과 직접탐색법의 하나인 Rosenbrock法을 제시하였으며, 이를 旣存의 試行錯誤法과 비교하여 目的函數를 最適化하는 알고리즘을 개발토록 하였다. 각 方法別 節次는 다음과 같다.

3.1 Fletcher-Powell法

먼저, 始作點을 選擇하고 探索을 수행한다. 이때 探索方向은 다음 식으로 計算한다.

$$M_i^{(k)} = \left\{ \frac{-\sum_{j=1}^{N} H_{i,j}\left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)}{\left[\sum_{l=1}^{N}\left(\sum_{j=1}^{N} H_{l,j}\left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)\right)^2\right]^{1/2}} \right\} \tag{6}$$

여기서, k : 反復指數(始作點에서는 0), M_i : 方向벡터成分, $\frac{\partial F}{\partial X_j}$: 傾斜벡터成分,
$H_{i,j}$: 正規對稱行列(N x N)

따라서 初期 探索方向은 급격히 下降하는 經路를 갖는다.

그리고 前段階에서 選擇된 方向으로부터 다음과 같은 관계를 이용하여 最小點이 정해질 때까지 1次元 探索이 수행된다.

$$X_{i(n)} = X_{i(old)} + SM_i \qquad i=1,2,\cdot\cdot\cdot,N \tag{7}$$

여기서, S : 探索方向에서의 段階크기

그 다음에 收斂 여부가 判定되며, 이때 收斂이 되었으면 절차가 종료되고, 收斂이 되지 않았으면 새로운 探索方向이 段階마다 선택된다. 이 과정이 收斂이 될 때까지 反復된다.

3.2 Rosenbrock法

먼저, 始作點과 初期段階의 크기(S_i, i=1,2,· · ·,n)가 정해지고 目的函數가 計算된다. 이때 첫번째 變數 X_1은 축에 평행하게 거리 S_1을 이동하고 函數가 산정된다.

다음 變數 X_i가 차례로 축에 평행하게 거리 S_i를 이동한다. 모든 變數에 대해서 위와 같은 절차를 反復하고 모든 方向에 대해 수행된다. 그 다음에 축은 다음 식에 의해서 回轉되며, 이 때 축의 각 回轉은 段階別로 이루어진다.

$$M_{i,j}^{(k+1)} = \frac{D_{i,j}^{(k)}}{\left[\sum_{l=1}^{n} (D_{l,j}^{(k)})^2\right]^{1/2}} \tag{8}$$

$$D^{(k)}_{i,1} = A^{(k)}_{i,1} \tag{9}$$

$$D_{i,j}^{(k)} = A_{i,j}^{(k)} - \sum_{l=1}^{i-1}\left[\left(\sum_{n=1}^{j} M_{n,l}^{(k+1)} \cdot A_{n,j}^{(k)}\right) \cdot M_{i,l}^{(k+1)}\right], \; j=2,3,\cdot\cdot\cdot,n \tag{10}$$

$$A_{i,j}^{(k)} = \sum_{l=j}^{n} d_l^{(k)} \cdot M_{i,l}^{(k)} \tag{11}$$

여기서, i : 變數指數(1,2,3,· · ·,n), j : 方向指數(1,2,3,· · ·,n), k : 段階指數,

d_i : 축의 마지막 方向까지 i方向에서 이동한 거리의 합, $M_{i,j}$: 方向벡터成分

그 다음에 새로운 座標軸을 이용하여 x方向의 각각에 대하여 探索이 수행된다.

$$X_i^{(k)} = \text{old}\;\; X_i^{(k)} + S_j^{(k)} \cdot M_{i,j}^{(k)} \tag{12}$$

收斂이 되면 절차가 종료된다.

4. 適用 및 分析

본 硏究의 對象流域은 비교적 정밀한 降雨, 水位 및 流量 등의 水文資料가 있는 IHP代表流域인 洛東江 渭川代表流域을 選定하였다. 流域內에는 自記 降雨觀測所 11個所와 自記水位觀測所 6個所가 있으며, 1982年부터 1994年 現在까지 약 13年間에 걸쳐서 水文觀測이 실시되어 왔다. 그리고 渭川流域의 河川水系 構成은 本流와 비교적 큰 1개의 支流로 構成되어 있으며, 適用地點은 渭川流域의 出口點인 武城 水位標地點을 選定하였다.

4.1 媒介變數 推定結果

河川流域의 降雨-流出過程을 解析하기 위한 基本모델은 본 硏究에서 제시한 SED모델이며, 모델의 分析 및 媒介變數 推定結果는 다음과 같다.

4.1.1 *SM*과 K_s의 推定

본 硏究에서는 Green-Ampt方程式에 관계있는 媒介變數인 *SM*과 K_s의 決定을 위하여 既往에 流域內에서 발생한 水文觀測資料를 蒐集하였다. 蒐集된 資料를 이용하여 降雨의 發生特性 즉, 5日, 10日, 20日 및 30日 先行降雨量에 따른 降雨-流出過程의 解析을 실시하여 計算値를 算定하고, 그 結果를 觀測流量과 比較하면서 試行錯誤法, Fletcher-Powell法 및 Rosenbrock法으로 對象豪雨에서의 最適値을 推定하였다.

分析 結果 媒介變數 *SM*과 K_s는 先行降雨量과 아주 밀접한 關係를 나타내고 있음을 알 수 있었으며, 이들 關係로부터 降雨-流出解析에 이용하기 위하여 回歸分析을 실시한 結果 다음 Table 1 및 Table 2와 같이 5日, 10日, 20日 및 30日 先行降雨量과의 關係式을 誘導할 수 있었다. 여기서, y는 *SM* 또는 K_s, x_1은 5日 先行降雨量, x_2는 10日 先行降雨量, x_3는 20日 先行降雨量, x_4는 30日 先行降雨量이다.

Table 1. Relationships of *SM* and Antecedent Precipitation

(Unit : mm/hr)

Method	Regression Formula	R
F-P	$SM=365.34-0.75831x_1-0.28574x_2+0.28322x_3+0.48752x_4$	0.934
R	$SM=381.50-0.65874x_1-0.58712x_2+0.21458x_3+0.43128x_4$	0.902
T & E	$SM=360.20-0.68817x_1-0.69733x_2+0.18065x_3+0.52535x_4$	0.891

Table 2. Relationships of K_s and Antecedent Precipitation

(Unit : mm/hr)

Method	Regression Formula	R
F-P	$K_s=0.54312+0.00120x_1-0.00161x_2+0.00108x_3+0.00112x_4$	0.938
R	$K_s=0.52145+0.00121x_1-0.00124x_2+0.00108x_3+0.00101x_4$	0.933
T & E	$K_s=0.43370+0.00110x_1-0.00063x_2+0.00018x_3+0.00001x_4$	0.923

4.1.2 媒介變數 y_{in}의 推定

본 硏究에서는 媒介變數 y_{in}의 決定을 위하여 既往에 流域內에서 발생한 水文觀測資料를 蒐集하였으며, 이를 이용하여 蒐集된 資料를 이용하여 降雨의 發生特性 즉, 5日, 10日, 20日 및 30日 先行降雨量에 따른 降雨-流出過程의 解析을 실시하여 計算値를 算定하고, 그 結果를 觀測流量과 比較하면서 Fletcher-Powell法, Rosenbrock法 및 試行錯誤法으로 對象豪雨에서의 最適値을 推定하였다.

分析 結果 媒介變數 y_{in}은 先行降雨量과 아주 밀접한 關係를 나타내고 있음을 알 수 있었으며, 이들 關係로부터 降雨-流出解析을 위하여 回歸分析을 실시한 結果 다음 Table 3과 같았다.

Table 3. Relationships of y_{in} and Antecedent Precipitation

Method	Regression Formula	R
F-P	y_{in}=0.30287+0.00389x_1-0.00138x_2+0.00210x_3+0.00128x_4	0.922
R	y_{in}=0.41025+0.00130x_1-0.00132x_2+0.00125x_3+0.00121x_4	0.913
T & E	y_{in}=0.30433+0.00129x_1-0.00154x_2+0.00101x_3+0.00030x_4	0.895

4.2 適用結果

본 硏究에서는 SED모델에 대한 降雨-流出解析을 위해서 前節에서 Fletcher-Powell法, Rosenbrock法 및 施行錯誤法으로 유도한 媒介變數 推定値를 이용하여 渭川流域의 武城水位標地點에 대하여 1986年 7月 21日 및 1989年 7月 11日 豪雨에 適用하였으며, 그 結果 다음 Fig. 1~2와 같은 水文曲線이 算定되었다.

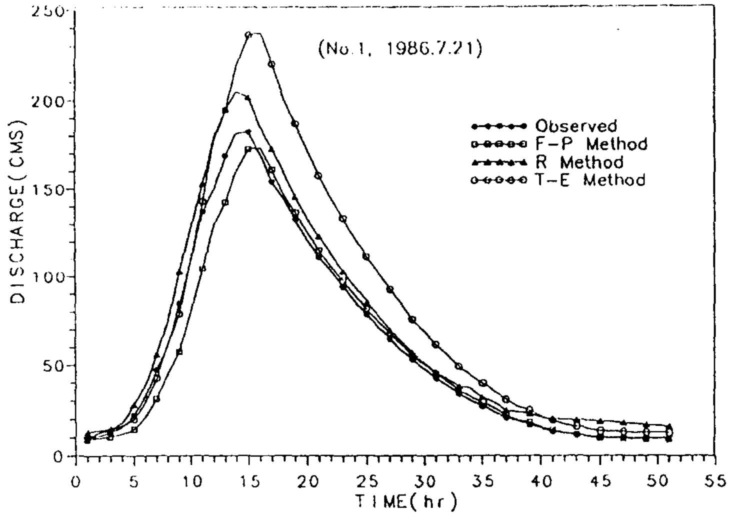

Fig. 4. Comparison of Calculated and Observed Hydrograph

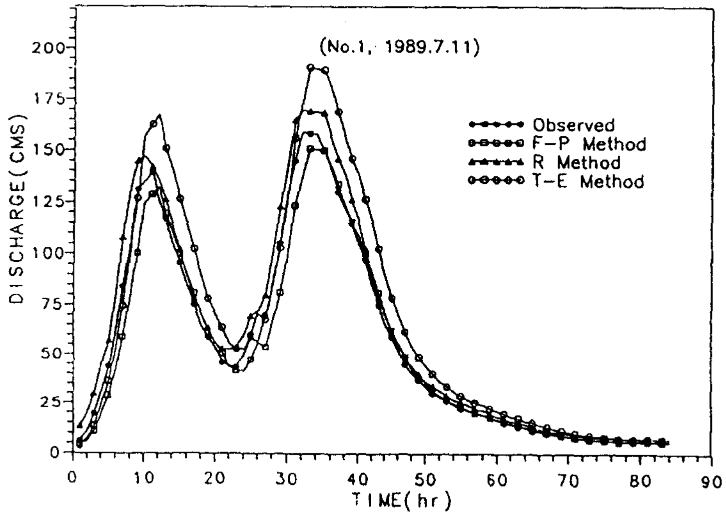

Fig. 5. Comparison of Calculated and Observed Hydrograph

流出水文曲線의 比較에서 각 豪雨事象에 適用하여 媒介變數 推定方法別로 計算된 流出水文曲線은 Fig. 1~2와 같이 대체로 實測水文曲線에 접근하여 그 形狀을 잘 나타내고 있었으며, 水文曲線의 尖頭値를 比較해 볼 때 流域의 遲滯를 잘 반영시키고 있음을 알 수 있었다.

이와 같이 Fig. 1~2 및 適合性 檢定 結果를 비교해 볼 때 Fletcher-Powell法, Rosenbrock法 및 試行錯誤法 등 3가지 媒介變數 推定方法 중에서 Fletcher-Powell法이 實測水文曲線에 가장 적합한 것으로 나타났다.

5. 結 論

본 硏究에서는 河川流域의 降雨-流出過程을 模擬하기 위해 필요한 媒介變數들을 推定하는 알고리즘을 確立하였다. 이로부터 推定한 媒介變數들을 確定論的 모델인 SED모델에 적용하여 渭川流域의 流出量을 算定하고 實測 水文曲線과 比較 分析하였으며, 그 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) SED모델에 대한 모델 媒介變數를 推定하기 위해서 Rosenbrock法, Fletcher- Powell法 및 試行錯誤法 등 3가지 媒介變數 推定方法을 제시하였으며 이를 Green-Ampt方程式의 媒介變數(SM, K_s)와 初期貯留高(y_{in})를 推定하는데 이용하였고, 檢定 結果 이 3가지 方法 중에서 Fletcher-Powell法이 實測水文曲線에 가장 適合한 것으로 나타났다.

2) SED모델에 의한 降雨-流出解析을 위하여 3가지 媒介變數 推定方法으로 小流域別 最適媒介變數를 決定하였으며, 또한 Green-Ampt方程式의 媒介變數(SM, K_s)와 初期貯留高(y_{in})는 5日, 10日, 20日 및 30日 先行降雨量과 큰 相關性을 갖고 있음을 알 수 있었다.

따라서 본 硏究에서 제시한 媒介變數 推定方法을 이용하여 降雨-流出모델에 適用한 結果 適用모델은 降雨-流出過程의 物理的 不確實性을 減少시킴으로서 河川流出解析에 양호한 結果를 얻을 수 있었다.

參 考 文 獻

1. Johnston, P.R., and D.H., Pilgrim, "Parameter Optimization for Watershed Models," Water Resources Research, Vol.12, No.3, pp.477~486, 1976.
2. Bard, Y., "Nonlinear Parameter Estimation," Academic, Orlando, Fla., 1974.
3. Beck, J.V., and K.J. Arnold, "Parameter Estimation in Engineering and Science," John Wiley, Inc., New York, 1977
4. Kuester, J. L. and J.H. Mize, "Optimization Techniques with FORTRAN," McGraw-Hill Book Company, 1973.