

추계학적 하도추적모형의 다중예측

Multiple Forecasts with Stochastic Channel Routing Model

배 덕 효*, 윤 세 의**

1. 서론

어떤 수공학적 현상을 규명하거나 실무에 응용하기 위하여 모형을 사용하고자 할 때에는 사용목적에 따라 모형의 선정기준이 달라지지만 일반적으로 모형의 정확성, 간결성 및 입력자료의 가용성 등이 중요한 기준이 된다. 홍수예측모형은 이와 같은 기준 이외에도 홍수시 급변하는 하천유량에 영향을 미칠 수 있는 모든 기상학적, 수문학적 변동상황에 따라 이를 반영할 수 있는 실시간 예측모형이 중요한 기준으로 알려져 있다. 이를 위해서는 Modern Estimation Theory에 의한 Kalman Filter를 이용한 추계학적 모형이 적합한 것으로 알려져 있다(Bras and Rodriguez-Iturbe, 1985, Kitanidis and Bras, 1980, Georgakakos and Bras, 1982). 이 모형의 기본개념은 모형 시스템과 관측 시스템을 설정하여 매 시간단계마다 실시간으로 입력되는 새로운 자료를 다음 시간단계의 모형 예측시 반영하는 기법이다. 이와 같이 이상적인 실시간 홍수예측 시스템은 시기 적절한 수문·기상자료의 관측 시스템과 정확한 홍수량 예측모형 시스템이 조화를 이룰 때 가능하다. 또한 실시간 예측 시스템에서는 모형의 정확도 못지 않게 예측가능시간(forecast lead time)이 중요하다. 왜냐하면 홍수시 예측가능시간이 길면 길수록 대피할 수 있는 시간적 여유를 가질 수 있기 때문이다.

본 연구에서는 실시간 하도 홍수추적이 가능한 상태·공간 형태의 추계학적 Muskingum-Cunge 모형의 다중예측을 수행하여 단일예측과 다중예측에 따른 예측 결과의 정확도를 분석하고자 한다.

2. 실시간 하도추적 모형

2.1 추계학적 모형

하도 홍수추적은 홍수파의 시간적, 공간적 변동을 예측하기 위한 것이며, 상류단의 유입 수문곡선으로부터 하류단의 유출 수문곡선을 산정하는 것으로 수공학의 제반 분야에 이용될 수 있으며 특히 홍수예측 시스템에서 모형의 중요한 일부분을 차지하고 있다. 하천의 홍수파는 연속 방정식과 운동량 방정식으로 구성된 1차원 부정류 방정식인 Saint-Vernant 방정식으로 그 거동을 해석할 수 있다.

일반적으로 하천의 흐름이 상류(subcritical flow)인 경우 임의의 지점에서 홍수량이 변하게 되면 그 영향이 상류로 미치는 배수효과가 발생하게 되지만 어떤 지역에서는 이들 영향이 아주 미소한 경우가 있어 Saint-Vernant 방정식의 운동량 방정식을 간략화한 형태가 유용한 경우가 있다. 이들 모형 가운데

* 창원대학교 토목공학과, 조교수

** 경기대학교 토목공학과, 교수

Muskingum-Cunge 모형은 모형의 구조가 비교적 단순하면서도 정확도가 우수한 것으로 알려져 있다. Muskingum 방법은 kinematic wave 방정식으로부터 유도된 것이라 볼 수 있기 때문에 이론적으로는 홍수파가 하류로 진행됨에 따라 파의 감쇄가 없이 그대로 전파되어야 한다. 그러나 Muskingum 법에 의한 홍수추적 결과는 실제로 유로를 따라 진행하는 파의 감쇄현상을 표현하는 것으로 알려져 있다. Cunge(1969)는 이러한 근본적인 차이가 Muskingum 홍수추적 방정식이 kinematic wave의 원 편미분 방정식으로부터 유도된 것이 아니라 이산화된 차분 방정식으로부터 직접 유도되었기 때문이며, Muskingum 방법에서 표현되는 홍수파의 분산현상은 차분기법 자체에서 발생하는 수치분산에 의한 것이라고 생각하여 기존의 Muskingum 법에서 상하류단의 수문곡선으로부터 결정하던 매개변수 K, X 를 하천의 물리적 특성으로부터 결정할 수 있게 하였다.

한편, 공간 및 시간 가중 격자도에서 시간준위 t_{k+1} 에 대한 각각의 소구간 격자에서의 유량 $Q_i(t_{k+1})$ ($i = 1, 2, \dots, N$)을 요소로 하는 유량 행렬을 $Q(t_{k+1}) = [Q_1(t_{k+1}), Q_2(t_{k+1}), \dots, Q_N(t_{k+1})]^T$, 시간준위 t_k 와 t_{k+1} 에서 상류단의 유입유량 $Q_0(t_k), Q_0(t_{k+1})$ 을 요소로 하는 상류 경계조건을 나타내는 행렬을 $Q_U(t_k) = [Q_0(t_k), Q_0(t_{k+1})]^T$ 라 할 때, 모형과 관측 시스템의 오차(불확실성)를 고려할 수 있는 상태·공간 형태(state-space form)의 추계동력학적 Muskingum-Cunge 모형은 다음과 같이 표현할 수 있다. (Georgakakos et al, 1990, 조원철 등, 1995).

$$Q(t_{k+1}) = A Q(t_k) + B Q_U(t_k) + C \underline{q}_1(t_k) + w(t_k) \quad (1)$$

$$Z(t_k) = H^T Q(t_k) + y(t_k) \quad (2)$$

여기서 식 (1)의 A, B, C 는 모형의 매개변수 K, X 를 요소로 하는 계수 행렬을 나타내며 $w(t_k)$ 는 모형의 간략화에서 발생할 수 있는 모형의 불완전성과 매개변수 산정치의 오차 등으로 인한 모형의 불확실성을 나타내는 항이다. 한편 임의의 시간 t_k 에서 각각의 소구간에서의 관측유량을 $z_1(t_k), z_2(t_k), \dots, z_n(t_k)$ 라 할 때 $Z(t_k)$ 는 이들을 요소로 하는 관측 벡터를 나타내며, $y(t_k)$ 는 관측치의 오차를 나타내는 항이다. 식 (1)과 식 (2)는 시간이 경과함에 따라 다음과 같은 평균(state mean) $\hat{Q}(t_k)$ 와 공분산(covariance) $\Sigma(t_k)$ 의 예측단계(prediction step)와 갱신단계(updated step)의 순환과정을 거친다.

예측단계:

$$\hat{Q}(t_{k+1}|t_k) = A \hat{Q}(t_k|t_k) + B \hat{Q}_U(t_k) + C \hat{q}_1(t_k) \quad (3.a)$$

$$\Sigma(t_{k+1}|t_k) = A \Sigma(t_k|t_k) A^T + B \Sigma_U(t_k|t_k) B^T + C \Sigma_1(t_k|t_k) C^T + P_w \quad (3.b)$$

갱신단계:

$$\hat{Q}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{Q}(t_{k+1}|t_k) + K(t_{k+1}) \cdot [Z(t_{k+1}) - H^T \hat{Q}(t_{k+1}|t_k)] \quad (4.a)$$

$$\Sigma(t_{k+1}|t_{k+1}) = [I - K(t_{k+1}) H^T] \Sigma(t_{k+1}|t_k) \quad (4.b)$$

$$K(t_{k+1}) = \frac{\Sigma(t_{k+1}|t_k) H^T}{H^T \cdot \Sigma(t_{k+1}|t_k) \cdot H^T + R(t_{k+1})} \quad (4.c)$$

여기서 식 (3)의 예측단계는 현재의 시간을 t_k 라 할 때 미래의 t_{k+1} 에 대한 유량을 예측하는 단계로서

$\hat{Q}(t_{k+1}|t_k)$ 는 예측유량을 $\Sigma(t_{k+1}|t_k)$ 는 공분산 행렬을 나타낸다. 식 (4)의 갱신단계는 시간이 경과하여 t_{k+1} 시점이 되었을 때 관측 시스템으로부터의 관측 유량과 모형에 의한 예측 유량 사이의 최적추정을 하는 과정을 나타낸다. 또한 E_w , R 는 각각 평균이 0이고 상호 독립적인 Gaussian 과정을 이루는 백색잡음 과정으로 가정된 모형과 관측에 관한 무작위 오차벡터 $w(t)$, $v(t)$ 의 공분산 행렬이다.

2.2 다중예측(multiple forecast)

실시간 하도 홍수추적은 매 시간단계에서 입력되는 각종 입력자료를 모형에 의해서 미래에 발생할 홍수 사상의 변동성을 예측할 때 적절히 이용될 수 있어야 한다. 또한, 실시간 홍수예측에서는 앞에서 언급한 것처럼 예측모형의 정확도뿐만이 아니라 예측가능시간이 중요하다.

단일예측(single forecast)은 임의의 시간간격 t_k 에서 식 (3)에 의해서 예측선행시간(forecast lead time)이 한 시간간격 앞선 t_{k+1} 에 대한 유량을 예측하고, 시간이 경과하여 t_{k+1} 시간간격이 되었을 때 식 (4)에 의해서 관측유량과 예측유량 사이에 최적추정을 하여 다음 시간단계인 t_{k+2} 시간단계의 유량예측을 위한 최적조건을 제시하는 것을 말한다. 이에 비해 다중예측의 기본개념은 시간간격 t_k 에서 관측 유량과 모형에 의한 예측 유량 사이에 최적추정을 한 후 최대 예측가능시간까지 식 (3)에 의해서 단지 예측단계만을 수행하는 경우이다. 이는 식 (3)과 식 (4)로 구성된 예측단계와 갱신단계의 순환과정에서 Kalman Gain으로 알려진 식 (4.c)에서 관측치의 불확실성을 나타내는 R 이 다른 요소에 비해 상대적으로 너무 커서 Kalman Gain이 0이 되는 경우이다.

3. 적용대상 지역 및 입력 자료

본 연구에서는 실시간 하도 홍수추적 모형의 단일예측과 다중예측에 따른 모형의 정확성을 검토하기 위하여 팔당댐을 상류단 경계조건으로 하고 인도교 지점을 하류단 경계조건으로 하는 한강유역을 적용대상 구간으로 설정하였다. 총 유로연장 35.3 km에 해당하는 이 구간은 그림 1에서와 같이 중랑천, 탄천, 왕숙천이 지류로서 유입되고 있다. 강동대교에서 인도교 지점의 구간은 1986년 한강종합개발사업이 완료되었고 경기지구 한강구간은 미사리 지역의 개발사업이 완료된 상태이다.

모형의 입력자료로는 계산 시간간격, 소구간 거리, 하천 횡단면 자료, 조도계수, 하상경사 등이 요구된다. 계산 시간간격은 1시간으로 결정하였으며, 소구간 거리는 수치계산의 정확도를 고려하여 6 km 이내로 결정하였다. 하천 횡단면 자료는 한강 저수로 정비감리 및 골재관리 용역 보고서(한강관리사업소, 1993)와 경기지구 한강 종합개발사업 기본계획 보고서(경기도, 1985)의 하상자료를 이용하였다. Manning의 조도계수와 하상경사는 지역에 따라서 변하지만 초기값으로 각각 0.025, 0.00013으로 결정하였다.

4. 모형적용 결과

실시간 하도 홍수추적 모형의 예측가능시간에 따른 모형의 정확도를 검토하기 위하여 1987년~1994년에 발생한 홍수사상(건설부, 1987-1993) 가운데 1989년 7월 27일 0:00~7월 29일 23:00의 사상을 대표적으로 선정하였다. 이 홍수는 그림 2에 나타난 바와 같이 팔당댐 방류량(법례의 U/S FLOW)은 시간간격 15에서 1,920 cms로 부터 증가하기 시작하여 약 13시간 후에 첨두유량 부분에 도달하였다. 인도교 지점의 관측유량(법례의 D/S FLOW)은 팔당댐 방류량이 증가하기 시작한 후 약 6시간 이후에 증가하기 시작하였으며, 증가

하기 시작한 후 약 15시간 이후에 첨두유량 부분에 도달하였다. 즉 상류단과 하류단에서 유량이 증가하기 시작한 후 고유량에 도달한 시간격차는 약 8시간 차이가 났다. 그러나 상류단과 하류단의 하강부의 시간격차는 약 3시간으로 상승부와는 많은 차이가 있음을 알 수 있다. 범례의 "NF"는 예측가능시간을 나타낸다. 즉 NF=1은 임의의 시간단계 t_k 에서 식 (3)에 의한 유량예측을 수행하고 시간이 경과하여 t_{k+1} 시간이 되었을 때 식 (4)에 의해 갱신단계를 수행한 후 다음 시간단계인 t_{k+2} 시간에 대한 모형의 예측을 수행하지만, NF= δ 인

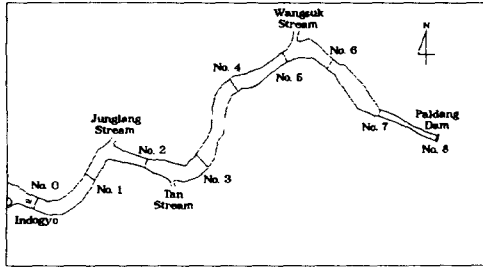


그림 1. 모형 적용대상 구간

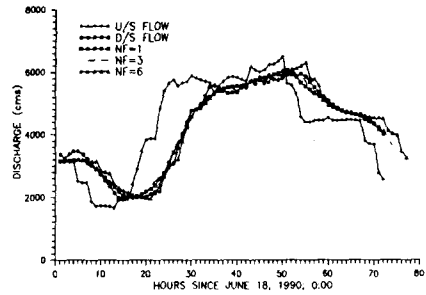


그림 2. 단시간의 예측가능시간에 대한 모형의 적용결과 비교(비선형 하도추적, 미지 유입량)

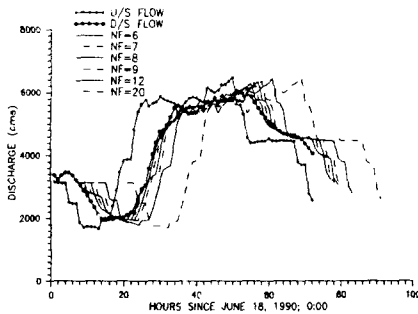


그림 3. 장시간의 예측가능시간에 대한 모형 적용결과 비교(비선형 하도추적, 미지 유입량)

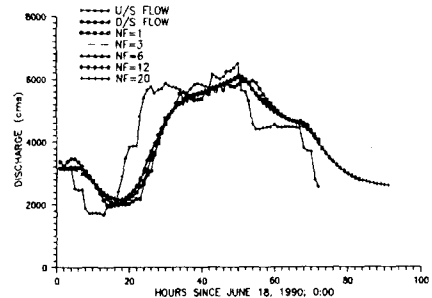


그림 4. 예측가능시간에 대한 모형의 적용결과 비교(비선형 하도추적, 기지 유입량)

경우에는 임의의 시간단계 t_k 까지는 NF=1의 경우와 같이 식 (3)과 식 (4)에 의해서 예측단계와 갱신단계의 순환과정을 거치지만 시간단계 t_k 에서 $t_{k+\delta}$ 까지는 단지 식 (3)에 의한 예측단계만을 수행하는 경우이다. 다중 예측의 경우 비선형 하도추적에서는 각각의 소구간에서의 매 시간당 변화하는 유량에 대한 모형의 매개변수 K와 X를 산정하기 위해서 상류단의 유입유량이 요구된다. 그림 2는 상류단의 유입유량을 단지 한 시간단계 앞선 경우에만 알고 있는 경우로 간주하여 이 유량값이 최대 예측가능시간 δ 까지 지속된다고 가정하여 모형의 예측을 수행한 결과이다. 그림 2에서 알 수 있는 것처럼 예측가능시간이 6시간 이내인 경우 적용구간의 하류단인 인도교 지점에서의 관측 유량과 모형의 예측치는 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 3은 그

림 2와 동일한 조건하에서 예측가능시간이 긴 경우(6시간 이상에서 20시간까지)의 모형에 의한 예측 결과를 나타낸다. 그림에 나타난 바와 같이 예측가능시간이 길어지면 질수록 모형의 결과는 지체되는 결과를 나타내고 이에 따라 정확도 역시 부정확함을 볼 수 있다. 그림 4는 그림 2와 동일한 홍수사상에 대해서 다중예측시 상류단의 유입유량이 최대 예측가능시간까지 알고 있는 경우의 인도교 지점에 대한 예측 유량을 나타낸다. 동일한 예측가능시간에 대해서 그림 2 (또는 그림 3)에서의 결과와 그림 4에서의 결과를 비교해 보면 상류단의 유입유량을 알고 있는 경우에는 임의의 시간단계에서 최대 예측가능시간 δ 까지 단지 식 (3)에 의한 예측 단계만을 수행하여도 훨씬 정확한 예측을 할 수 있음을 알 수 있다. 이에 대한 결과는 표 1과 표 2에 나타난 각종 통계 특성치에서도 잘 나타난다.

표 1. 모형 예측결과의 정확도 평가를 위한 통계 지표

항 목	관련 식	비 고
잔차 절대치 평균 (ARM)	$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Q_0(t) - Q_c(t) $	n: 자료의 개수 $Q_0(t)$: 관측유량 $Q_c(t)$: 계산유량
평균 제곱 오차 (ERMS)	$\left[\frac{\sum_{t=1}^n [Q_0(t) - Q_c(t)]^2}{n} \right]^{1/2}$	Q_m : 관측유량의 평균 Q_{mc} : 계산유량의 평균
상관계수 (CC)	$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\frac{Q_0(t) - Q_m}{\sigma_0} \right] \left[\frac{Q_c(t) - Q_{mc}}{\sigma_c} \right]$	σ_0 : 관측유량의 표준편차 σ_c : 계산유량의 표준편차
모형 효율성 계수 (ME)	$\frac{\sum_{t=1}^n [Q_0(t) - Q_m]^2 - \sum_{t=1}^n [Q_0(t) - Q_c(t)]^2}{\sum_{t=1}^n [Q_0(t) - Q_m]^2}$	

표 2. 예측가능시간에 따른 모형 예측결과의 통계 특성치

항 목	단일예측의 상류단 조건			다중예측의 예측가능시간(NF) 및 상류단 조건			
	NF	n	기지 유입량	NF	n	기지 유입량	기지 유입량
ARM	1	71	124.06	3	69	136.13	163.04
				6	66	146.86	173.89
				12	60	559.60	180.71
				20	52	1259.94	174.52
ERMS	1	71	156.37	3	69	172.57	204.74
				6	66	185.94	221.51
				12	60	764.03	233.22
				20	52	1640.32	233.98
CC	1	71	0.9938	3	69	0.9927	0.9899
				6	66	0.9916	0.9897
				12	60	0.8650	0.9899
				20	52	0.3863	0.9802
ME	1	71	0.9869	3	69	0.9843	0.9779
				6	66	0.9822	0.9748
				12	60	0.6875	0.9709
				20	52	-	0.9484
Q_m		71	4276.06	12	60	4497.48	
Q_{mc}		71	4273.33	12	60	4444.05	4557.03
σ_0		71	1366.41	12	60	1366.73	
σ_c		71	1320.18	12	60	1514.56	1237.25

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 실시간 홍수예측이 가능한 추계학적 하도 홍수추적 모형의 예측가능시간에 따른 모형의 정확도를 검토하기 위하여 팔당댐에서 인도교 지점의 구간을 선택하여 수행하였다. 다중예측시 하류단의 유량예측 결과에 상류단 유입유량이 미치는 영향을 검토하기 위하여 유입유량이 현재의 시간단계에서 단지 한 시간단계 선행된 경우에만 알고 있는 경우(이 경우 한 시간단계 선행된 유량이 최대 예측가능시간까지 지속된다고 가정)와 최대 예측가능시간까지 알고 있는 경우로 나누어 검토하였다. 1989년 6월 홍수를 선택하여 실시간 하도 홍수추적을 한 결과 모형의 매개변수가 매 시간단계마다 변하는 비선형 하도추적의 경우 최대 예측가능시간까지의 유입유량을 모를 경우(한 시간단계 선행된 유량은 알고 있음)에는 예측가능시간이 6시간 이내에서는 비교적 정확한 예측이 가능하지만 6시간 이상에서는 예측 유량 수문곡선의 형태는 거의 변화가 없지만 관측치보다 지체되어 나타나 예측의 정확도는 예측가능시간이 길어지면 길어질수록 저하되었다. 그러나 최대 예측가능시간까지의 유입유량을 알고 있는 경우에는 최대 예측가능시간에 관계없이 거의 비슷한 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

이와 같은 결론을 뒷받침하기 위해서는 앞으로 더 많은 홍수사상에 대한 검토가 이루어져야 한다고 생각된다. 그러나 현재까지의 연구 결과를 종합해 보면 본 연구의 적용 대상 구간인 팔당댐에서 한강 인도교 구간의 실시간 하도 홍수추적의 결과는 앞 절의 결과에서 알 수 있는 것처럼 앞으로 유입될 상류단의 유입유량에 결정적인 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 따라서 한강 인도교 지점의 보다 정확한 실시간 하도 홍수추적을 위해서는 팔당댐에 앞으로 유입될 유량을 정확히 예측할 수 있어야 하며, 이를 위해서는 정확도가 높은 실시간 유역 홍수추적 모형의 개발과 강우를 사전에 예측할 수 있는 기법(예: 강우예측모형, 레이더나 인공위성의 원격탐사 기법)의 이용이 하도 홍수추적과 병행되어야 할 것이다.

6. 참고 문헌

- 건설부 (1987-1993). "한강홍수예경보," 건설부 한강홍수통제소.
- 경기도 (1985). "경기지구 한강종합개발사업 기본계획 보고서," 경기도.
- 조원철, 배덕효 (1995). "수문학적 홍수추적 방법으로서의 Muskingum 방법의 개선", 국제수문개발계획 연구보고서, 건설교통부.
- 한강관리사업소 (1993). "한강 저수로 정비감리 및 골재관리용역 보고," 건설부.
- Bras, R.L., and Rodriguez-Iturbe, I. (1985). *Random Functions and Hydrology*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Cunge, J.A. (1969). "On the Subject of a Flood Propagation Computation Method(Muskingum Method)," *J. of Hydraulic Research*, Vol. 7, No. 2, pp. 205-230.
- Georgakakos, A.P., Georgakakos, K.P., and Baltas, E.A. (1990). "A State-Space Model for Hydrologic River Routing," *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 6, pp. 827-838.
- Georgakakos, K.P., and Bras, R.L. (1982). "A Precipitation Model and Its Use in Real-Time River Flow Forecasting," *Report No. 286*, Ralph M. Parsons Lab., Dept. of Civil Eng., M.I.T., Cambridge, Mass.
- Kitanidis, P.K. and Bras, R.L. (1980). "Real-Time Forecasting with a Conceptual Hydrologic Model, 1, Analysis of uncertainty," *Water Resources Research*, Vol. 16, No. 6, pp. 1025-1033.