

밀도변화 지하수 수치모델링의 문제점과 해석해

Problems with density-dependent ground-water modeling and analytical solutions

박남식, 이용곤

1. 서론

지하수는 수자원으로서 뿐 아니라 대기와 지표수처럼 오염물 수송매체로서의 역할도 담당한다. 지하수는 일반적으로 담수(total dissolved solid 농도 50ppm이하)이나 지표아래 깊숙한 곳에 위치한 광물질이나 해수의 영향을 받으면 대수층에 담수와 염수가 동시에 존재하게 된다.

대수층 내 담수와 염수의 상호작용이 중요한 문제가되는 경우가 많이 있다. 예를 들면, 최근에 중-저준위 핵폐기물의 영구저장소로 굴업도가 선정되었다가 활성단층의 발견으로 취소된 바 있다. 환경에 대한 인식의 고취로 폐기물 저장시설의 부지선정에는 어려움이 예상되고, 따라서 격리된 다른 도서지방이 부지로 선정될 가능성이 매우 높다. 도서지방의 폐기물 저장시설은 해수면 아래 암반에 위치하게 되는데 섬에 내린 강수(담수)가 지하에 침투하여 저장시설 주변에 담수와 해수가 동시에 존재하게 된다. 따라서 저장시설에서 누출될 수 있는 핵물질의 수송은 담수와 해수의 동력학적 상호작용에 따라 결정된다. 또 다른 예로, 지역에 따라 차이는 있으나, 각종 용수를 지하수에 의존하는 곳이 많다. 특히 제주도에서는 지하수가 차지하는 비율이 90%를 넘는다(건설부 등, 1993). 그런데 해안에서의 과잉 양수는 해수의 침투를 일으켜 지하수질의 저하를 야기한다. 또한, 현재까지는 각종 산업폐기물을 주로 육지에 매립하였으나 부지선정 등의 어려움으로 해안 매립이 대안으로 부각되고 있다. 이러한 현실에서 대수층 내의 담수와 염수의 동수역학적 상호작용에 대한 정확한 이해는 지하수 자원의 보호 및 위해물의 지구순환 환경으로부터의 고립을 위하여 매우 중요한 문제이다.

담수와 염수의 동력학적 상호작용에 대한 예측에는 수학적 모델링을 사용하는 것 외에는 현실적 대안이 없다. 이때 두 흐름은 지하수와 응질에 대한 질량보존 법칙으로부터 얻어지는 2개의 비선형 연립 편미분 방정식으로 묘사된다.

$$\nabla \cdot (\theta \rho^* \mathbf{v}^*) = \frac{\partial(\theta \rho^*)}{\partial t^*} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\theta \mathbf{D}^* \cdot \nabla^* c^*) - \nabla^* \cdot (\theta \mathbf{v}^* c^*) = \frac{\partial(\theta c^*)}{\partial t^*} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{r}^* 는 차원을 가진 변수들을 가리키며, μ^* 는 점성계수, θ 는 유효공극율, c^* 는 응질의 농도(응질의 질량/응액의 부피)이다. 지하수밀도 ρ^* 는 응질의 농도와 선형관계가 있는 것으로 가정하면

$$\rho^* = \rho_f^* + \widehat{a}^* c^* \quad (3)$$

위에서 ρ_f^* 는 담수의 밀도, \widehat{a}^* 는 비례상수이다. \mathbf{v}^* 는 지하수 공극유속벡터로, 수정된 Darcy의 법칙으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{v}^* = -\frac{\mathbf{k}^*}{\mu^* \theta} \cdot (\nabla^* p^* + \rho^* \mathbf{g}^* \nabla^* z^*) \quad (4)$$

여기서 \mathbf{k}^* 는 고유투수계수텐서, p^* 는 지하수압력, \mathbf{g}^* 는 중력가속도, z^* 는 연직방향좌표이다. 또한 확산의 크기를 좌우하는 확산계수텐서는

$$D_{ij}^* = \alpha_T^* \delta_{ij} + (\alpha_L^* - \alpha_T^*) \frac{v_i^* v_j^*}{|\mathbf{v}^*|} \quad (5)$$

여기서 α_T^* 는 횡확산지수, α_L^* 은 종확산지수, δ_{ij} 는 Kronecker delta이다.

2. 기 개발된 수치코드와 문제점

2.1 기 개발된 수치코드

식 (1)-(5)의 수치해를 구하기 위하여 많은 수치코드들이 개발되었다. 주로 사용되는 수치방법은 유한요소법과 유한차분법 등이다. 최근의 연구 결과들은 지배방정식의 미세한 표현 차이를 제외하면 이산화 방법과 비선형의 처리 기법에 주된 차이가 있다. Oldenburg and Pruess(1995)는 적분 유한차분법을 이용하였다. Huyakorn and Panday(1990)는 상류부 가중 유한요소법을 이용하였다. Herbert et al.(1988)과 Voss and Souza(1987)는 mixed order 유한요소법을 이용하였다. Herbert등은 비선형성의 처리를 위하여 매개변수 연속법을 사용하였다. 언급된 것들을 포함하여 최근에 개발된 수치코드들의 일부를 표 1에 나열하였다.

표1 최근에 개발된 수치코드들

모델명	저자	개발연도
CFEST	Gupta et al.	1983
HST3D	Kipp	1986
SWIFT	Reeves et al.	1986
SUTRA	Voss & Souza	1987
NAMMU	Herbert et al.	1988
DSTRAM	Huyakorn & Panday	1991
SWICHA	Lester	1991
MOCDENSE	Sanford & Konikow	1994
TOUGH2	Oldenburg & Pruess	1995

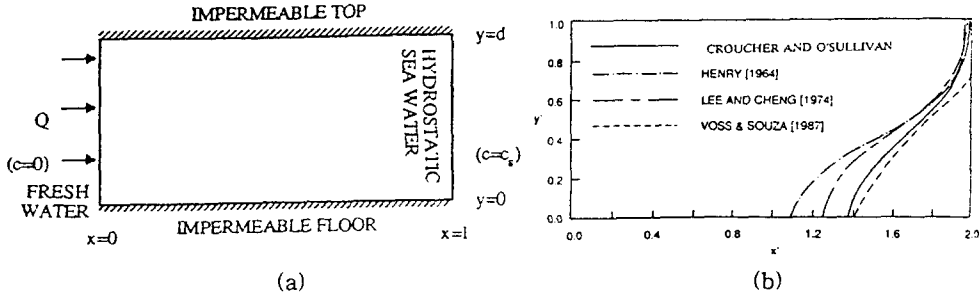


그림 1 (a) Henry문제의 개요도; (b) Henry의 근사해와 여러 수치해들(after Croucher and Sullivan, 1995)

2.2 수치코드의 검증과 검정

일반적으로 수치코드는 간단한 문제에 대하여 얻어지는 해석해와 비교함으로써 검증된다. 그러나 (1)-(5)의 경우는 해석해는 유도된 바 없었고 1964년 Henry가 유도한 근사해만이 존재할 뿐이었다. 따라서 Henry의 해는 수치코드의 검증에 사용할 수 있는 유일한 수단으로 존재하였다. 수치코드의 검정에는 1967년 Elder가 수행한 실험결과가 이용된 바 있다. 또한 여러 수치코드들의 성능을 비교하기 위하여 제안된 HYDROCOIN 문제(OECD, 1988)가 있다. 그러나 이 문제는 해석해가 존재하지 않기 때문에 수치해들이 얼마나 정확한지 판단할 방법이 없다. 여기서는 각각의 문제를 소개하고, 여러 수치코드들의 결과를 비교함으로써 개발된 수치코드들의 문제점을 지적하고자한다.

2.2.1 Henry의 문제

Henry의 문제는 그림 1(a)와 같은 직사각형 피압대수층의 한쪽 변에서는 담수가 유입되고, 다른 쪽 변에는 해수가 존재할 때 대수층 내의 농도분포와 지하수흐름을 모델링하는 문제이다. Henry는 농도와 유함수(stream function)를 절단된 double Fourier-Galerkin 급수를 이용하여 나타내었으며, 급수의 계수를 수치방법으로 구하였다. 많은 연구자들이 Henry의 해와 수치해를 비교하였으나, 좋은 결과를 얻지 못하였다 (그림 1(b)).

2.2.2 Elder의 문제

Elder의 문제는 다공성매질 내의 자유열대류문제이나, 그 결과는 응질의 수송에 관한 문제로 전환될 수 있다(그림 2(a)). Elder의 문제에서 최대 농도 차이는 20%에 달하므로 지하수 흐름과 응질수송의 연결성이 해수와 담수의 경우보다 훨씬 더 큰, 어려운 문제이다. Elder의 문제에 대하여 Voss and Souza(1987)와 Oldenburg and Pruess(1995)가 수치해를 제시하였다. 두 결과는 그림 2(b)와 (c)에 제시한 것처럼 큰 차이를 보인다.

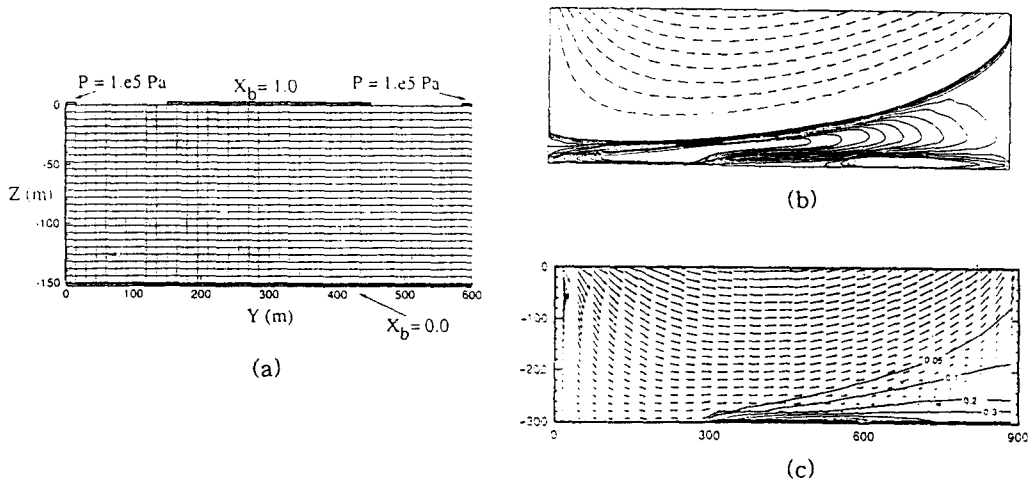


그림 2 (a) Elder문제의 개요도; (b) Voss and Souza의 수치해; (c) Oldenburg and Pruess의 수치해 (after Oldenburg and Pruess, 1995)

2.2.3 HYDROCOIN 문제

HYDROCOIN 문제는 핵폐기물의 지하저장 시설의 성능평가를 위하여 제안된 문제이다 (OECD, 1988). 이 문제는 그림 3(a)에 도시한 개요에서처럼 상부경계의 왼쪽에서 유입된 담수가 하부경계에 접해있는 소금을 용해하며 발생하는 흐름을 모델링하는 것이다. Herbert et al.(1988) 과 Oldenburg and Pruess(1995)는 서로 상이한 수치해를 제시하였다(그림 3(b)와 (c)).

3. 해석해: 연직 1차원 정상상태

3.1 지배방정식

위에서 언급한대로 밀도변화 지하수흐름 문제에 대한 정확해의 부재로 현재까지 개발된 수치방법들의 정확도는 제대로 검증되지 못하였다. 그러나 균질한 흡기동에서 정상상태의 연직방향 흐름과 수송방정식에 대하여 개발된 해석해(Park, 1996)와 불균질 흡기동에 대한 해석해(박남식, 1996)는 수치방법들 간의 우열을 가리는 수단이 될 수 있을 것으로 사료된다. 그 해는 연직 1차원 흡기동 내의 흐름과 수송에 대한 것으로, Henry의 영역(2차원 단면)보다는 간단하지만, 해에 오차가 없고, Henry의 해에서 허용되지 않는 유속에 증속하는 기계확산과 불균질한 매질이 허용되는 등 매우 신축적이라 할 수 있다(박남식, 1996).

담수와 염수의 흐름에 대한 지배방정식은 (1)과 (2) 두 개의 편미분 방정식으로 묘사된다. 이때 연직방향으로 놓인 흡기동 내의 흐름과 수송의 정상상태에 대하여 고려하면 흐름과 물질의 농도는 연직좌표에만 증속하게 되므로 지배식은 상미분방정식이 된다. 지배식들은 다음의 표준화된 변수들로 무차원화되었다.

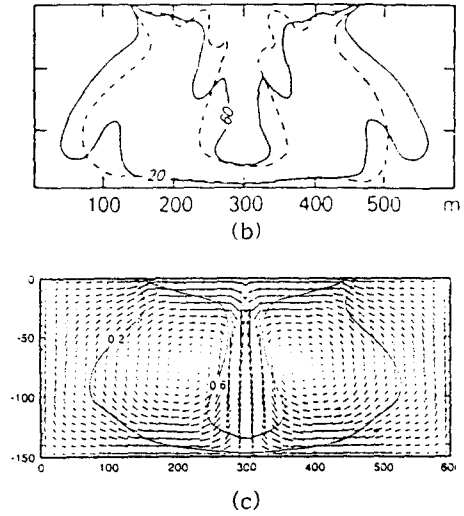
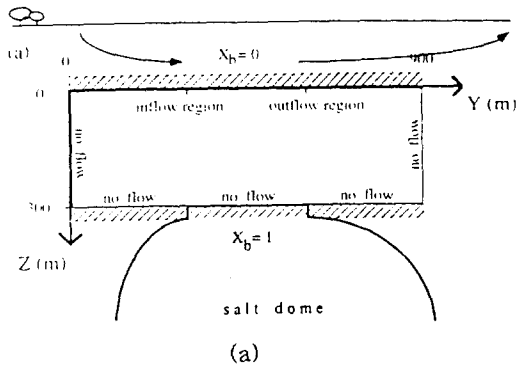


그림 3 (a) HYDROCOIN문제의 개요도; (b) Herbert et al.의 수치해; (c) Oldenburg and Pruess의 수치해 (after Oldenburg and Pruess, 1995)

$$\begin{aligned}
 z^* &= L^* z \\
 v^* &= V^* v \\
 c^* &= c_s^* c \\
 \rho^* &= \rho_j^* \rho \\
 k^* &= k_j^* k \\
 p^* &= \rho_j^* g^* L^* p
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서 L^* 는 흡기둥의 길이, V^* 는 표준공극유속, c_s^* 는 최대농도, k_j^* 는 표준고유투수계수이다. 그러면 무차원화된 응질의 질량보존식은

$$\frac{d}{dz} \left[- \left(\frac{|v|}{P_a} + \frac{1}{P_m} \right) \frac{dc}{dz} + vc \right] = 0 \tag{7}$$

여기서 $P_a (= L^*/\alpha_l^*)$ 는 증확산지수에 대한 Peclet 수, $P_m (= V^*L^*/D_m^*)$ 은 분자확산계수에 대한 Peclet 수이다. 지하수 질량보존식은

$$\frac{d}{dz} (\rho \theta v) = 0 \tag{8}$$

지하수 공극유속은 다음과 같이 무차원화 되었다.

$$v = - \frac{k}{\theta} \left(\frac{dp}{dz} + \rho \right) \tag{9}$$

3.2 해석해

식 (7)은 유속을 농도의 함수로 나타낼 수 있기 때문에 (8)로부터 분리될 수 있다. 분리된 식을 적분하면 다음의 농도분포식을 얻는다(Park, 1996).

$$1-z + \frac{1}{P_m(am_s - m_f)} \left(\frac{1}{\beta_f} \ln \frac{1+\beta_s c}{1+\beta_s c_1} - a(c-c_1) \right) - \frac{1}{P_a \beta_f} \frac{|m_f|}{m_f} \ln \frac{1+\beta_s c}{1+\beta_s c_1} = 0 \quad (10)$$

여기서 $\beta_s = (am_s - m_f)/m_s$, $\beta_f = (am_s - m_f)/m_f$, $\beta'_f = (am_s - m_f)/|m_f|$, m_s 는 응질의 질량흐름률을, c_1 은 $z=1$ 에서의 농도를 나타내는 적분상수이다.

흐름식 (8)은 독립변수를 c 로 치환하면 적분이 용이해진다. 적분 수행 후 압력분포는

$$p = p_1 + \frac{1}{P_a \beta'_f} \left\{ a(c-c_1) - \left[am_s - m_f + \frac{1}{\beta_f} \right] \ln \frac{1+\beta_s c}{1+\beta_s c_1} + (am_s - m_f) \ln \frac{1+ac}{1+ac_1} \right\} \quad (11)$$

$$+ \frac{1}{P_m \beta_f} \left\{ \frac{a(c-c_1)}{m_f} \left[1 - \frac{1}{\beta_f} + \frac{a(c+c_1)}{2} \right] + \left[1 + \frac{1}{m_f \beta_f^2} \right] \ln \frac{1+\beta_s c}{1+\beta_s c_1} \right\}$$

여기서 m_i 는 지하수 질량흐름률을, p_1 은 $z=1$ 에서의 압력을 나타내는 적분상수이다.

4. 참고문헌

1. 건설부, 제주도, 수자원 공사 (1993) 제주도 수자원 종합개발 계획수립 보고서.
2. 박남식 (1996) 불균질 흡기동에서 담수와 염수의 동수역학에 대한 해석해, 대한토목학회 논문집 5월호 수록예정.
3. Croucher A.E. and M.J. O'Sullivan (1995) The Henry problem for saltwater intrusion, Water Resources Research, 31(7), 1809-1814.
4. Elder, J.W. (1967) Transient convection in a porous medium, J. Fluid Mech., 27(3), 609-623.
5. Henry, H.R. (1964) Effects of dispersion on salt encroachment in coastal aquifers, U.S Geol. Surv. Water Supply Pap., 1613-C, C71-C84.
6. Herbert, A.W., C.P. Jackson, and D.A. Lever (1988) Coupled groundwater flow and solute transport with fluid density strongly dependent on concentration, Water Resources Research, 24(10), 1781-1795.
7. Huyakorn, P.S. and S. Panday (1990) DSTRAM: Density-dependent solute transport analysis finite element model, HydroGeoLogic, Herndon, VA.
8. OECD, The International Hydrocoin Project (1988) level 1: Code verification, Rep. 71617, Paris.
9. Oldenburg, C.M. and K. Pruess (1995) Dispersive transport dynamics in a strongly coupled groundwater-brine flow system, Water Resources Research, 31(2), 289-302.
10. Park, N. (1996) Closed-form solutions for steady-state density-dependent flow and transport in a vertical soil column, To appear in 32(5) of Water Resources Resesarch.
11. Voss, C.I. and W.R. Souza (1987) Variable density flow and solute transport simulation of regional aquifers containing a narrow freshwater-saltwater transition zone, Water Resources Research, 23(10), 1851-1866.