

밀도변화 지하수 수치모델들의 정확성 비교

Accuracies of numerical codes for density-dependent ground water flow and transport

이용근, 박남식

1. 서론

본 논문에서는 밀도변화 지하수흐름과 용질수송을 모의하기 위하여 개발된 수치모델들의 정확성을 조사하고자 한다. 이를 위하여 3경우의 문제를 설계하였다. 설계된 문제는 연직 1차원 흡기동에서 정상상태의 간단한 문제들이다. 그러나 균질한 흡기동(Park, 1996)에서는 물론, 불균질 흡기동(박남식, 1996)에 대해서도 해석해를 얻을 수 있고, 여러 종류의 경계조건과 유속에 종속하는 확산항도 처리할 수 있는 등 신축성이 있다. 따라서 현재까지 밝혀진 바 없었던 수치모델들의 정확성과 상대적 우열을 가리는 것이 가능해졌다. 본 연구에서는 1차로 다음의 수치모델을 선정하였다: DSTRAM(Huyakorn and Panday, 1990)과 SUTRA(Voss and Souza, 1987).

2. 해석해와 수치해의 비교

2.1 경우 1

2.1.1 문제개요

단층인 2m의 연직흡기동에 대하여 유효공극률(θ)은 0.4이고, 고유투수계수(k^*)는 $1.0 \times 10^{-10} \text{m}^2$ 이고, 기계확산지수(α^*)는 0.08m이고, 분자확산지수(D_m^*)는 $1.96 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$ 이다. 흐름에 대한 경계조건은 $z^*=0\text{m}$ 과 $z^*=2\text{m}$ 에서 각각 압력(p^*)은 29,400 Pa($=1.5 \gamma_f h^*$)과 0 Pa를 지정하였다. 농도에 대한 경계조건은 $z^*=0\text{m}$ 에서 최대밀도에서의 농도를 지정하였고, $z^*=2\text{m}$ 에서는 담수의 농도를 지정하였다. 농도에 대한 경계조건을 지정할 때 사용한 최대밀도는 $1025 \text{kg}/\text{m}^3$ (평균해수밀도)와 $1200 \text{kg}/\text{m}^3$ 이다(Herbert, et al., 1988; Reilly and Goodman, 1985). 그림 1은 경우 1에 대한 개요도이다.

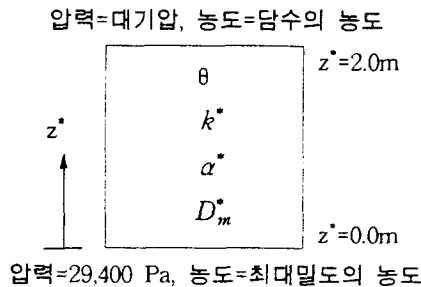


그림 1 경우 1의 개요도

2.1.2 해석해와 수치해의 비교

그림 2는 최대밀도가 1025kg/m^3 인 경우의 무차원 농도와 무차원 수두에 대한 것이다. 그림 3은 최대밀도가 1200kg/m^3 인 경우의 무차원 농도와 무차원 수두에 대한 것이다. 모든 수치해는 80 요소(element)를 사용한 결과이다.

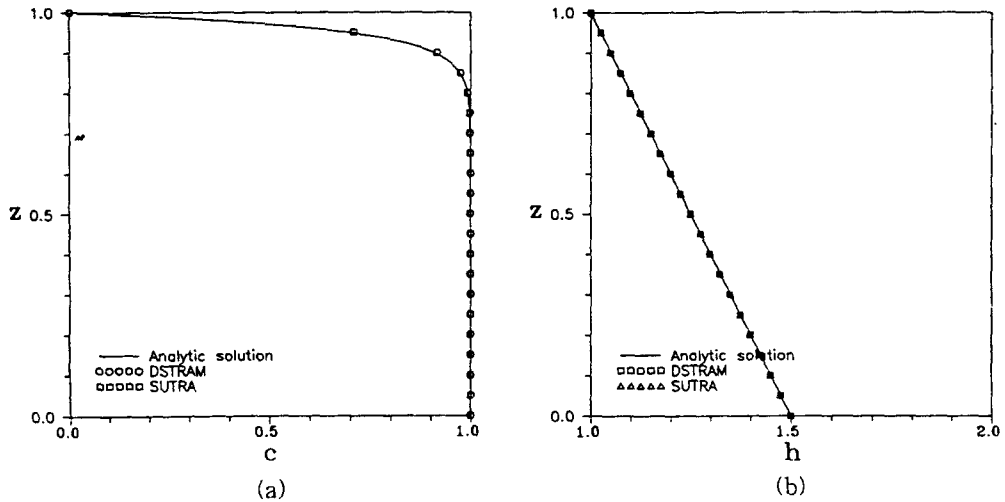


그림 2 경우 1의 최대밀도가 1025kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

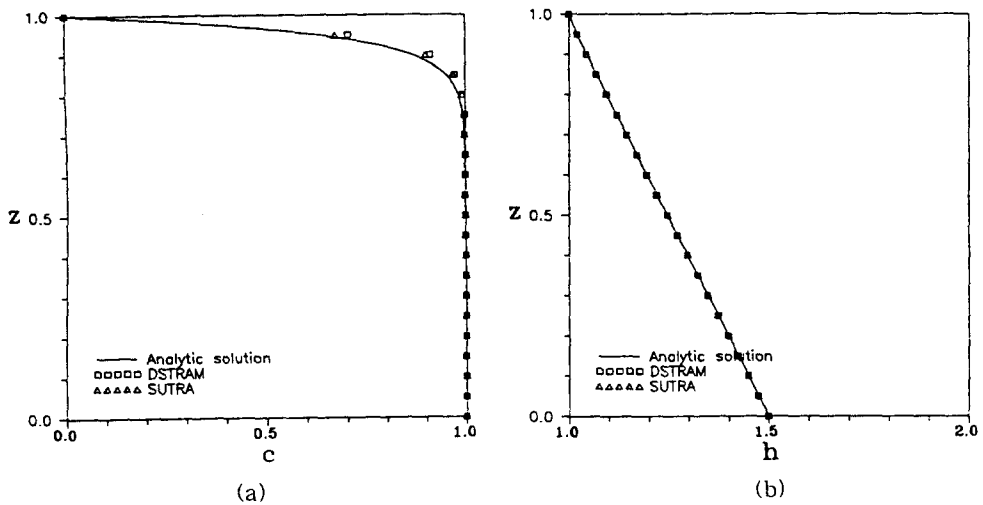


그림 3 경우 1의 최대밀도가 1200kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

2.2 경우 2

2.2.1 문제개요

2개의 층으로 구성된 연직 흙기둥에 대하여 다른 조건들은 경우 1과 동일하고 기계확산지수 단층 1과 층 2에서 다른 경우이다. 층 1과 층 2의 기계확산지수는 각각 0.1m와 2.0m이다. 그림 4는 경우 2에 대한 개요도이다.

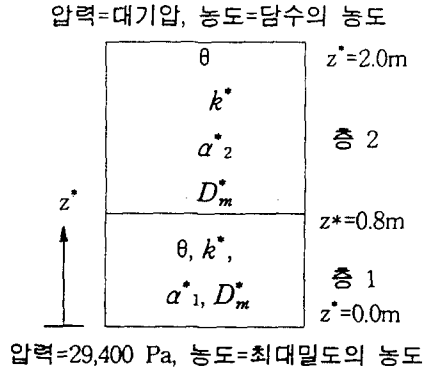


그림 4 경우 2의 개요도

2.2.2 해석해와 수치해의 비교

그림 5는 최대밀도가 1025kg/m^3 인 경우의 무차원 농도와 무차원 수두에 대한 것이다. 그림 6은 최대밀도가 1200kg/m^3 인 경우의 무차원 농도와 무차원 수두에 대한 것이다.

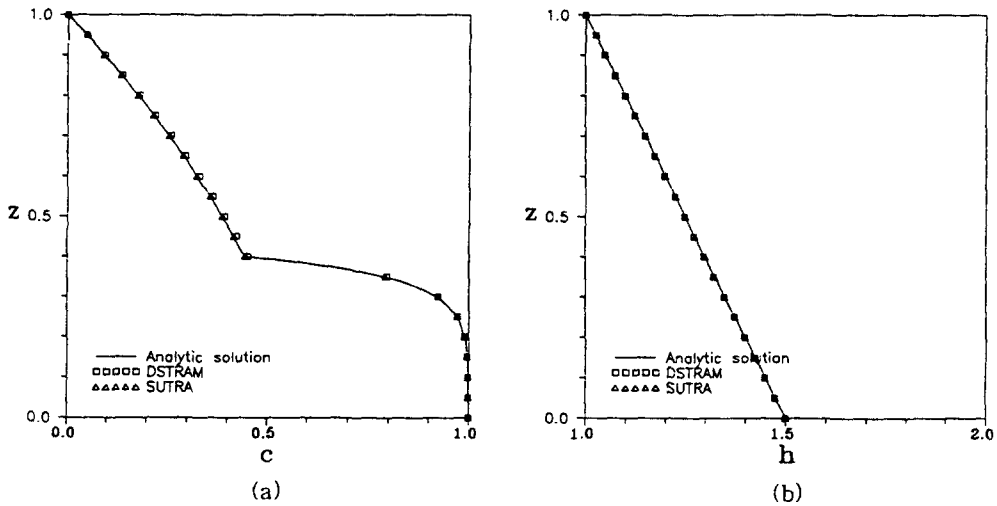


그림 5 경우 2의 최대밀도가 1025kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

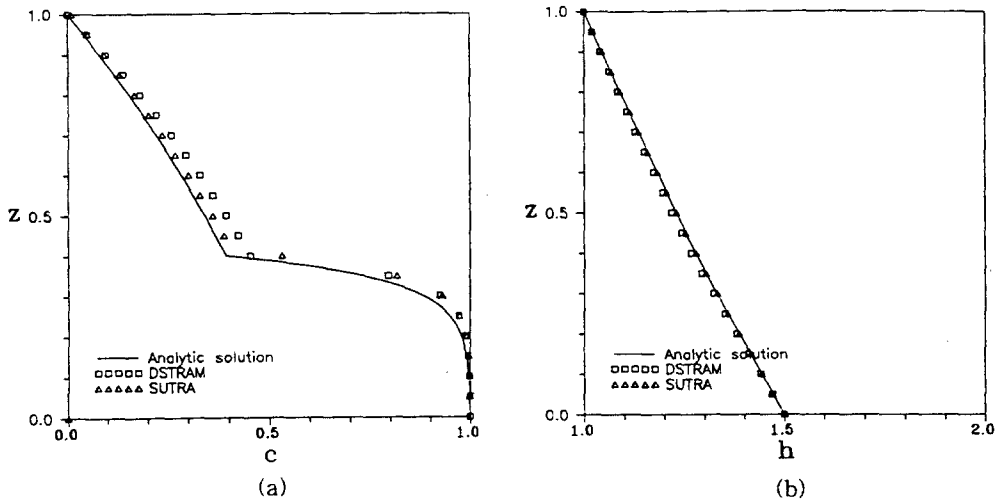


그림 6 경우 2의 최대밀도가 1200kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

2.3 경우 3

2.3.1 문제개요

2개의 층으로 구성된 2 m의 연직불기동에 대하여 층 1과 2의 유효공극율이 각각 0.4와 0.1인 경우이다. 고유투수계수는 $1.0 \times 10^{-10} \text{m}^2$ 이고, 기계확산지수는 0.4m이고, 분자확산지수는 $1.96 \times 10^{-4} \text{m}^2/\text{s}$ 이다. 흐름에 대한 경계조건은 $z^*=0\text{m}$ 과 $z^*=2\text{m}$ 에서 각각 압력은 $19,600 \text{ Pa}(=1.0 \gamma_w^* h^*)$ 과 0 Pa를 지정하였다. 농도에 대한 경계조건은 경우 1과 동일하다.

2.3.2 해석해와 수치해의 비교

그림 7과 8은 각각 최대밀도가 1025kg/m^3 와 1200kg/m^3 인 경우의 무차원 농도와 무차원 수두에 대한 것이다.

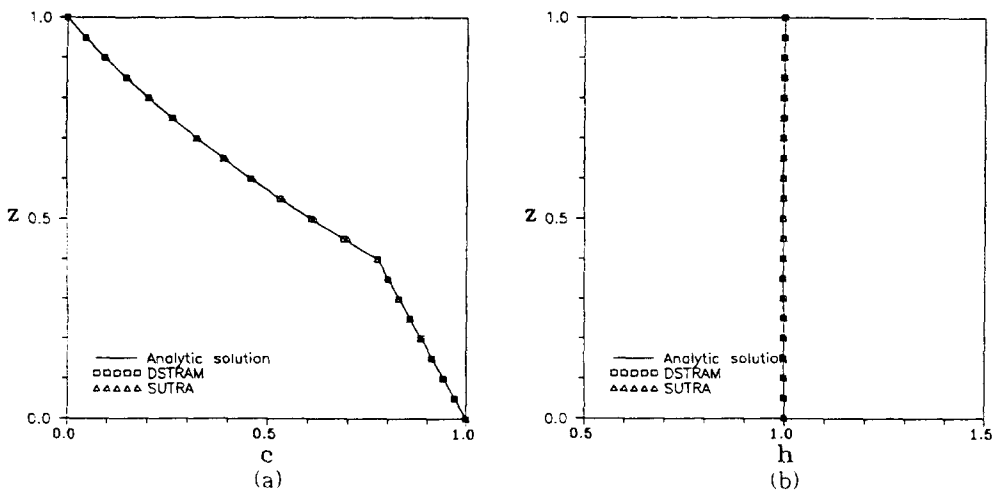


그림 7 경우 3의 최대밀도가 1025kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

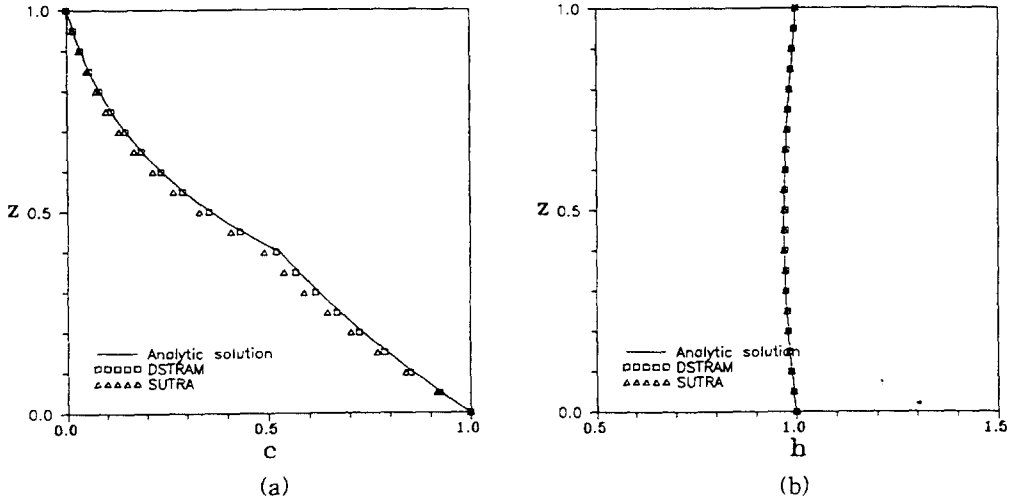


그림 8 경우 3의 최대밀도가 1200kg/m^3 에 대한 무차원 농도(a)와 수두(b)

3. 결과분석

3.1 농도에 대한 분석

농도비교에는 계산된 농도를 이용하여 응질의 질량을 계산하고, 이것을 최대밀도에서의 응질의 질량으로 나눈 무차원 농도(c)를 사용하였다.

3.1.1 경우 1

최대밀도가 1025kg/m^3 일 때 2 수치해(DSTRAM과 SUTRA)가 해석해와 거의 동일한 결과를 나타냈다(그림 2 (a)). 최대밀도가 1200kg/m^3 일 때 수치해가 해석해와 비슷한 형태를 보여주었지만 큰 차이를 나타냈다(그림 3 (a)). 큰 차이를 나타내는 곳은 농도의 변화가 급격한 곳이다.

3.1.2 경우 2

최대밀도가 1025kg/m^3 일 때 수치해가 해석해와 거의 동일한 결과를 나타냈다(그림 5 (a)). 최대밀도가 1200kg/m^3 일 때 수치해가 해석해와 농도분포의 형태는 비슷하지만 큰 차이를 나타냈다(그림 6 (a)). SUTRA와 DSTRAM의 결과가 해석해보다 큰 값을 나타냈었고, 층 1에서는 DSTRAM의 결과가 SUTRA보다 해석해에 가까운 결과를 나타내었고, 층 2에서는 SUTRA의 결과가 DSTRAM보다 해석해에 근사한 값을 보여주었다. 경우 1과 마찬가지로 농도변화가 급격한 곳에서 큰 차이를 보여주었다.

3.1.3 경우 3

최대밀도가 1025kg/m^3 일 때 수치해가 해석해와 거의 동일한 결과를 나타냈다(그림 7 (a)). 최대밀도가 1200kg/m^3 일 때 수치해가 해석해와 비슷한 형태를 보여주었고, DSTRAM 과 SUTRA의 결과가 해석해보다 작게 나타났다(그림 8 (a)). DSTRAM의 결과가 SUTRA보다 해석해에 가까운 결과를 나타내었다.

3.2 압력에 대한 분석

압력의 비교에는 계산된 압력을 이용하여 위압수두(piezometric head, h^*)를 계산하고, 연직 흡기둥의 길이(L^*)로 위압수두를 나누어서 무차원화 시킨 무차원 수두(h)를 사용하였다. 위압수두는 다음과 같이 정의하였다.

$$h^* = \frac{p^*}{\gamma_f^*} + z^*$$

여기서 p^* 는 압력(N/m^2)이고, γ_f^* 는 담수의 단위중량(N/m^3)이고, z^* 는 중력방향과 반대로 증가하는 좌표축의 위치(m)이다.

압력분포는 3 경우에 있어서 2 수치해(DSTRAM과 SUTRA)의 결과가 해석해와 거의 동일하였다. 단지 경우 2의 최대밀도가 $1200kg/m^3$ 일 때 DSTRAM과 SUTRA의 결과가 해석해보다 다소 작게 나타났고, SUTRA가 DSTRAM 보다 해석해에 근사한 결과를 나타내었다(그림 6(b)).

4. 결론

1차원 정상상태의 밀도변화 지하수 흐름에 대하여 3 경우에 대하여 2 수치모델(DSTRAM과 SUTRA)의 정확성을 검토하였다. 농도예측에 있어서 밀도가 평균해수밀도와 같은 경우($1025kg/m^3$)에는 2 수치모델의 결과가 해석해와 거의 일치하는 결과를 보여주었다. 그러나 밀도가 평균해수밀도보다 큰 경우($1200kg/m^3$)에 있어서는 2 수치모델의 결과가 해석해와 큰 차이를 보여주었다. 압력예측에 있어서는 3가지 경우에 있어서 2 수치모델의 해가 해석해와 거의 일치하였다.

5. 참고문헌

1. 박남식 (1996) 불균질 흡기둥에서 담수와 염수의 등수역학에 대한 해석해, 대한토목학회 논문집 5월호 수록예정.
2. Herbert, A.W., C.P. Jackson, and D.A. Lever (1988) Coupled groundwater flow and solute transport with fluid density strongly dependent on concentration, Water Resources Research, 24(10), 1781-1795.
3. Huyakorn, P.S. and S. Panday (1990) DSTRAM: Density-dependent solute transport analysis finite element model, HydroGeoLogic, Herndon, VA.
4. Park, N. (1996) Closed-form solutions for steady-state density-dependent flow and transport in a vertical soil column, To appear in 32(5) of Water Resources Research.
5. Reilly, T. E. and Goodman, A. S. (1985) Quantitative analysis of saltwater-freshwater relationships in groundwater systems - a historical perspective.
6. Voss, C.I. and W.R. Souza (1987) Variable density flow and solute transport simulation of regional aquifers containing a narrow freshwater-saltwater transition zone, Water Resources Research, 23(10), 1851-1866.