

디지털 신호처리용 혼돈 복극 4레벨 방식전송

Chaotic Transmission of Polar Quarternary Method for Digital Signal Processing

박광현*, 박희윤, 황종선, 남호윤

한국원자력연구소

Park Kwang-Hyeon*, Park Hyi-Yun, Hwang Jong-Sun, and Nam Ho-Yun
Korea Atomic Energy Research Institute

요약

디지털 신호처리에 혼돈 신호를 적용하기 위해 선형 확산 결합(coupled linear diffusion)을 이용하여, 궤도(trajecory)의 혼돈적인 고유특성은 변함이 없고 주파수만 채배관계에 있는 4가지 혼돈 신호들을 발생시켰다. 혼돈 신호들을 발생시키기 위한 기본 혼돈 회로로는 Chua 회로를 사용하였고, 이 혼돈 신호들을 복극 4레벨 방식에 응용하였다.

I. 서론

디지털 정보신호 전송에 관한 통신회로의 경우는 디지털의 두 값중 한가지 값에만 혼돈 신호를 할당하는 진폭천이(amplitude shift keying) 회로에 관한 연구와 두가지 다른 고유특성이나 같은 고유 특성의 혼돈 신호를 사용하는 주파수천이(frequency shift keying)^[1] 회로에 관한 연구가 발표되었다.

이 논문에서는 혼돈 신호 발생원으로 Chua 회로(Chua's circuit)를 사용하고 선형 확산 결합동기^[6]을 적용하여, 복극 4레벨 변조(polar quarternary modulation)에 필요한 채배관계의 4가지 주파수를 그것들의 고유특성을 잃지 않도록 발생시켰다. 이 복극 4레벨 변조에 관한 모의실험은 pSPICE V6.1을 사용하여 수행하였다.

II. 혼돈 회로와 선형 확산 결합

A. Chua회로(Chua's circuit)

아주 간단한 3계자율회로(third order autonomous circuit)인 Chua회로에서 발생하는 비선형 궤도(nonlinear trajectory)의 "double scroll"이 혼돈적인 현상을 나타낸다고 입증되었다^[4].

그림 1(a)에 Chua회로를 보이고 (b)에 비선형 저항 N_R 의 v-i 특성을 보인다.

그림 1에 보인 회로에 절정해석법을 이용하고, 비선형 저항 N_R 의 구분적 선형특성을 적용하면, 3차 구분적 선형회로(third-order piecewise-linear circuit)가 되어 다음 식(1)과 같은 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_{C_1}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{C_2} - V_{C_1}) - g(V_{C_1}) \\ C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} &= \frac{1}{R} (V_{C_1} - V_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -V_{C_2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } g(V_R) &= G_b V_R + \frac{1}{2} (G_a - G_b) \\ &\quad \times (|V_R + B_{Pl}| - |V_R - B_{Pl}|). \end{aligned}$$

식 (1)의 변수를 재조정하면 다음과 같은 상태방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x - f(x)) \\ \dot{y} &= x - y + z \\ \dot{z} &= -\beta y \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} x &= \frac{V_{C_1}}{B_P}, \quad y = \frac{V_{C_2}}{B_P}, \quad z = \frac{i_L}{B_P G}, \quad \tau = \frac{tG}{C_2}, \\ f(x) &= bx + \frac{1}{2} (a-b)(|x+1| - |x-1|), \\ a &= RG_a, \quad b = RG_b, \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \beta = \frac{C_2 R^2}{L}. \end{aligned}$$

B. 선형 확산 결합(Coupled synchronization)^[6]이론

선형확산결합(coupled linear diffusion)으로 연결된 두개의 같은 혼돈 회로가 모두 똑 같은 혼돈적인 움직임(혹은 궤적)을 갖는다는 것이 V.S. Afraimovich 등에 의해 고찰되었다.

혼돈 회로들로서 두개의 똑같은 Chua회로를 이용하여, 결합저항 R_x 에 의해 X변수가 결합되는 변수 X결합(variable X-coupled) 회로를 그림 2에서 보인다.

일반적으로, 선형확산결합 매개변수(linear diffusion coupling parameter)에 의해 결합되는 Chua 회로는 다음 식으로 정의된다.

(왼쪽 Chua회로)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y-x-f(x)) + \delta_x(x'-x) \\ \dot{y} &= x-y+z + \delta_y(y'-y) \\ \dot{z} &= -\beta y + \delta_z(z'-z) \end{aligned} \quad (3)$$

(오른쪽 Chua회로)

$$\begin{aligned} \dot{x}' &= \alpha(y'-x'-f(x')) + \delta_x(x-x') \\ \dot{y}' &= x'-y'+z' + \delta_y(y-y') \\ \dot{z}' &= -\beta y' + \delta_z(z-z') \end{aligned}$$

여기서, $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 는 각각 x, y, z 결합에서의 결합변수를 의미한다.

식(3)에서 정의한 두 Chua회로의 차이를 시스템 $\xi(\tau) = p(\tau), q(\tau), r(\tau)$ 라 놓으면, 다음 식(4)의 관계가 구해지고,

$$\begin{aligned} \dot{p}(\tau) &= x(\tau) - x'(\tau) \\ \dot{q}(\tau) &= y(\tau) - y'(\tau) \\ \dot{r}(\tau) &= z(\tau) - z'(\tau) \end{aligned} \quad (4)$$

식(3)과 식(4)로부터 다음과 같은 차에 관한 일반식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \alpha q - \alpha p - \alpha(f(x) - f(x')) - 2\delta_x p \\ \dot{q} &= p - q + r - 2\delta_y q \\ \dot{r} &= -\beta q - 2\delta_z r \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)는, 구분적 선형특성을 갖기 때문에 다음 식(6)과 같은 행렬식으로 줄일 수 있지만,

$f(x) - f(x') = f(n)(x - x')$ 이고, $f(n)$ 은 두개의 값 $a(=RG_a)$ 와 $b(=RG_b)$ 를 가지므로, 식(6)의 행렬 A 는 두개의 표현을 갖는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 행렬 A 는 다음 두행렬,

$$\begin{bmatrix} -\alpha - \alpha a - 2\delta_x & \alpha & 0 \\ 1 & -1 - 2\delta_y & 1 \\ 0 & -\beta & -2\delta_z \end{bmatrix} \text{ 이나}$$

혹은,

$$\begin{bmatrix} -\alpha - \alpha b - 2\delta_x & \alpha & 0 \\ 1 & -1 - 2\delta_y & 1 \\ 0 & -\beta & -2\delta_z \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

위 식(6)이 변수 x, y, z 결합 시스템의 차 시스템을 행렬로 표현한 일반식이며, 위 두 행렬의 모든 고유값(eigenvalue)의 실수부가 음이면 식(6)의 평형(equilibrium)은 안정하다는 것을 의미한다.

따라서, 이제 앞의 그림 2에서 변수 X 결합 회로는 다음과 같은 상태방정식으로 정의할 수 있다.

(왼쪽 Chua회로)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y-x-f(x)) + \delta_x(x'-x) \\ \dot{y} &= x-y+z \\ \dot{z} &= -\beta y \end{aligned}$$

(오른쪽 Chua회로)

$$\begin{aligned} \dot{x}' &= \alpha(y'-x'-f(x')) + \delta_x(x-x') \\ \dot{y}' &= x'-y'+z' \\ \dot{z}' &= -\beta y' \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)에서 차 시스템으로 다음 식(8)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -\alpha p - S_1 \alpha p - 2\delta_x p + \alpha q \\ \dot{q} &= p - q + r \\ \dot{r} &= -\beta q \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)의 특성방정식은 다음 식(9)로 구해진다.

$$\lambda^3 + k\lambda^2 + \rho\lambda + \sigma = 0 \quad (9)$$

여기서, $k = \alpha + S_n \alpha + 2\delta_x + 1,$

$$\rho = S_n \alpha + 2\sigma_x + \beta,$$

$$\sigma = \alpha + S_n \alpha + 2\delta_x,$$

$$\alpha = C_2 / C_1 = C_4 / C_3,$$

$$\beta = C_2 R_7^2 / L_1 = C_4 R_7^2 / L_2,$$

$$a = R_7 G_a,$$

$$b = R_7 G_b,$$

$$\delta_x = C_2 R / C_1 R_x.$$

위식이 필요조건으로서 $\sigma > 0, \rho > 0, k\rho - \sigma > 0$ 을 만족한다면, $p = q = r = 0$ 은 안정점이고, 두 혼돈 회로는 동기한다.

III. 체배된 혼돈 신호들의 발생

"서로에 대해 n 배(혹은 $1/n$ 배)의 L 과 C 를 갖는 4개의 Chua회로를 선형 확산결합 함으로써, 궤도의 혼돈 고유 특성은 변함이 없고 주파수만 체배관계가 있는 4가지 혼돈 신호를 발생시켰다."⁷⁾

위 사실은 ILB함에서 기술된 개념 및 수식을 근거로 설계한 그림 3에 보인 확산결합을 이용한 2.5 체배용 결합동기회로(오른쪽 Chua 회로의 L, C 들의 값이 왼쪽 Chua 회로의 0.4)에서 먼저 수치적으로 증명하고 난 후, 4가지 혼돈 신호 발생회로들에 관한 실험결과를 살펴본다.

그림 3에서 보여지는 두개의 Chua회로를 사용하여 결합저항 R_x 에 의해 결합된 회로의 상태방정식은 식(7)과 같으며, 식(5)와 식(8)에 의해 구해지는 특성방정식은 식(9)와 마찬가지로 식(10)으로 얻어진다.

$$\lambda^3 + (\alpha + S_n \alpha + 2\delta_x + 1)\lambda^2 + (S_n \alpha + 2\delta_x + \beta)\lambda + \beta(\alpha + S_n \alpha + 2\delta_x) = 0 \quad (10)$$

여기서, $\alpha = C_2 / C_1 = C_4 / C_3,$

$$\beta = C_2 R_7^2 / L_1 = C_4 R_7^2 / L_2,$$

$$a = R_7 G_a, \quad b = R_7 G_b.$$

선형화산결합된 한 쌍의 혼돈 회로 중에서, 한 혼돈 회로에 대해 나머지 다른 혼돈 회로의 인덕터 L이나 커패시터 C의 값을 동시에 동일한 비율로 변화시킨다 하더라도, 앞식의 변수 α 와 변수 β 의 값이 변하지 않음을 알 수 있으므로, 특성방정식에 미치는 영향도 없음을 알 수 있다. 따라서 L과 C의 값을 기준 혼돈 회로에 대해 0.8, 0.6, 0.4배로 정한 4가지 Chua회로를 선형화산결합으로 연결하여 4가지 혼돈 신호들을 발생시켰다.

식(10)에서 구해지는 변수 X결합 동기를 위한 결합변수 δ_x 의 값은 이 논문에서 이용한 Chua회로의 경우 (즉, 파라미터의 셋(set)이 $\alpha=10.0$, $\beta=18.0$, $\alpha=-1.36$, $b=-0.77$ 인 경우), 충분조건하에서 모두 8개의 값이 찾아지며, 가장 큰 값으로 $\delta_x > 5.8$ 이 얻어지나, 실험적으로는 $\delta_x=0.5$ 에서 동기가 이루어졌다.

충분조건만 만족시키는 이론값과 실험값의 오차 때문에 R_x 값은 실험에 의해 적절한 값을 선정함이 타당하다.^[6]

그림 3에 제시된 혼돈 주파수 2.5 채배회로는, 4가지 혼돈 신호 발생회로인 그림 4의 우측 맨 아래쪽 Chua회로이다. 그림 3에서와 같이 L과 C값을 모두 0.4 ($L_2/L_1 = C_3/C_1 = C_4/C_2 = 2/5$)로 하고 결합저항 R_x 를 약 150 K Ω 으로 선정함으로써, 변수 α 와 β 값이 변하지 않도록 하였고, 2.5배의 주파수를 갖는 혼돈 신호를 맨 아래쪽 회로에서 발생시켰다.

기본 혼돈 신호외에 채배관계에 있는 3가지 혼돈 신호들에 관한 주파수 형태의 파형들을 그림 5에 보인다. 기본 주파수의 혼돈 신호와 맨 아래쪽 Chua회로에서 발생하는 2.5채배 관계 주파수의 혼돈 신호를 살펴보면 혼돈 신호 특성상 정현파의 경우처럼 완벽한 규칙성을 보일 수 있는 방법은 현재까지 없으나, 1차원 상태변수 (여기서는 X변수)신호만으로도 거의 2.5배의 주파수가 발생됨을 살펴볼 수 있다.

IV. 결론

혼돈 신호를 이용한 복극 4레벨 전송에 의하여 광대역 주파수 스펙트럼의 디지털신호처리를 수행코자, 선형 확산 결합에 의해 궤도의 고유특성은 변함이 없고 주파수만 채배관계에 있는 4가지 혼돈 신호들을 발생시켰다.

앞서, 두가지 혼돈 신호를 발생시키기 위한 결합파라미터 δ (coupling parameter δ)의 이론값과 실험값의 큰 차이는, 아직까지 결합파라미터 δ 에 관한 충분조건만이 찾아질 수 있다는 점이 가장 큰 요인이다.

선형 확산 결합저항의 이론값과 실험값의 차이를 줄일 수 있도록 하는 결합파라미터 δ 에 관한 필요충분조건을 찾은 것이, 혼돈 신호를 이용한 디지털 신호처리 기술을 더 진보하게 할 것이다.

참고 문헌

[1] A.V.Oppenheim, G.W.Wornell, S.H.Isabelle, and K.M.Cuomo, "Signal processing in the context of chaotic signals", Proc. 1992, IEE ICASSP. IV, pp.117-

120, 1992.

[2] M. Itoh, H. Murakami, and L. O. Chua, "Communication Systems via Chaotic Modulations", IEICE Trans. Fundamentals, (JTC-CSCC '93), Vol. E77-A, No.6, June 1994.

[3] H. Dedieu, M.P. Kennedy, and M. Hasler, "Chaos Shift Keying: Modulation and Demodulation of a Chaotic Carrier Using Self-Synchronizing Chua's Circuits", IEEE Trans. on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, Vol.40, No. 10, pp.634-642, Oct. 1993.

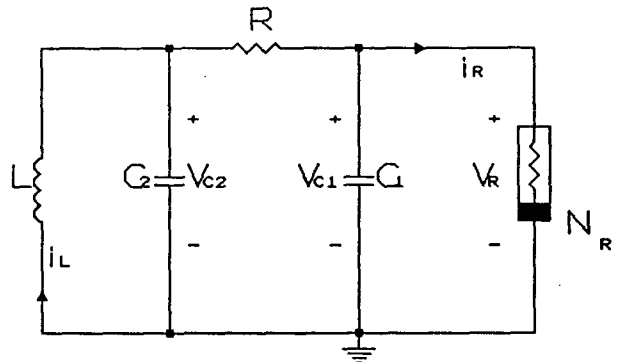
[4] T. Matsumoto, L.O. Chua and M. Komuro, "The double scroll", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. CAS-32, pp. 797-827, Aug. 1985.

[5] 박광현, 정원섭, "혼돈 주파수 천이 변·복조 회로의 구현", 한국통신학회논문집, 제 20 권, 제 12 호, pp. 3590-3599, 1995. 12.

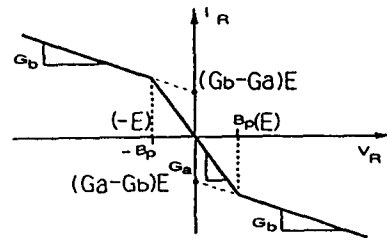
[6] V.S.Afraimovich, et al., "Stochastic synchronization of oscillations in dissipative systems", Izv. VUZ. Rasiofiz. RPQAE, 29, pp.795-803, 1986.

[7] K.H. Park and W.S. Chung, "Simulation of fast synchronization in chaotic systems", KITE J. of Electronic Engineering, Vol. 7, No. 2, June 1996.

[8] L. O. Chua, M. Itoh, L. Kocarev, and K. Eckert, "Chaos synchronization in Chua's circuit", J. of circuits, Syst. and comput., Vol.3, No.1, pp.93-108, 1993.



(a)



(b)

그림 1. Chua회로와 비선형 저항 N_R 의 v-i 특성.

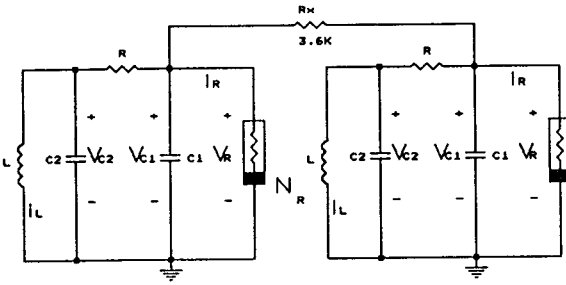


그림 2. 두개의 Chua회로를 사용한 변수 X 결합회로.

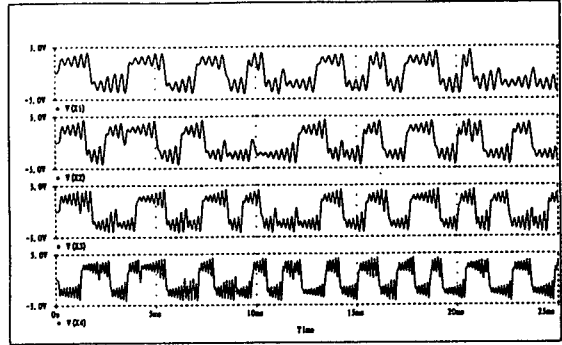


그림 5. 4가지 체배관계 혼돈 신호들의 파형.
(기본, 1.25배, 1.66배, 2.5배 파형)

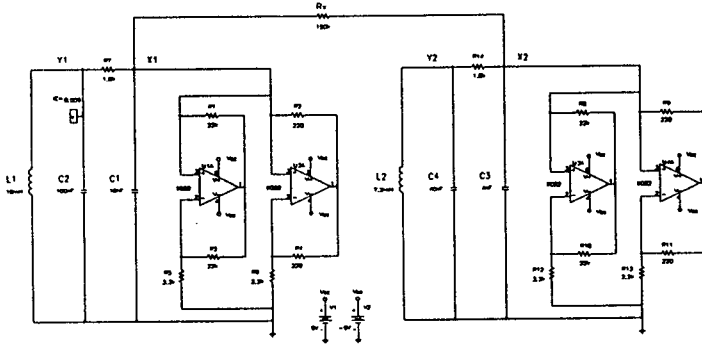


그림 3. 2.5체배용 변수 X 결합회로의 구현.

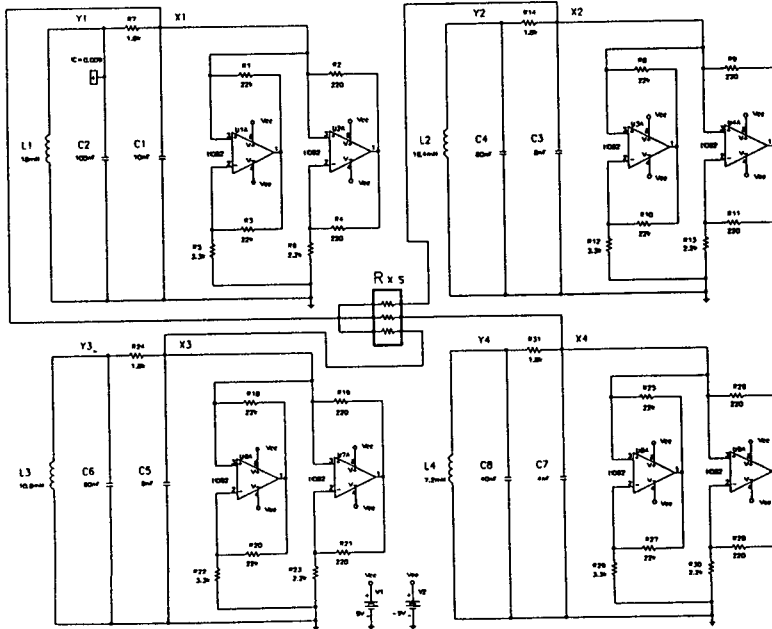


그림 4. 4가지 혼돈 신호를 발생시키는 회로.