

요소 재분할을 이용한 용접부의 유한요소 해석

A finite element analysis of a welded joints by the grid remeshing

서 응, 양 영 수
전남대학교 기계공학과

1. 서론

용접부의 온도분포, 잔류응력분포, 변형량등을 컴퓨터로 해석(simulation)하기 위해 수치 해석 방법중의 하나인 유한 요소법이 사용되고 있다[1][2]. 용접부의 해석은 용접 구조물 전체를 해석 영역으로하여 용접 공정의 특성상 시간 변화에 따라 비정상, 비선형 문제를 풀어야 한다. 그러나 용접 전체 공정을 포함하는 구조물 전체를 해석 영역으로하여 컴퓨터 해석을 수행하게 되면 기술적인 문제는 없으나, 대용량 컴퓨터를 사용하여도 CPU용량과 계산 시간의 과다로 해석이 불가능하다[3]. 그러므로 유한요소법을 이용하여 전체 용접구조물을 해석하기 위해서는 새로운 유한요소 기법을 개발해야 한다.

본 연구에서는 요소 재분할(remeshing)을 이용한 용접부의 유한 요소 해석을 하였다. 용접이 진행되고 있는 용접 열원 부근은 온도 구배가 심하므로 미세하게 분할하고 용접 열원 부근을 제외한 부분은 온도의 구배가 없으므로 큰 요소로 분할하는 방법이 요소 재분할 방법이다. 이때 토치 이동에 따라 요소 생성(mesh generation)을 새로이 하여야 한다. 즉, 시간 변화에 따라 각 단계(step)에서 계산이 이루어질 때 매 단계마다 요소 생성을 다시하는 요소 재분할을 한다. 요소 재분할을 수행할 때 전 단계의 정보로부터 새로운 요소의 정보를 유추해야 한다.

2. 요소 분할

2.1 요소의 선정과 분할 과정

2차원 평면을 유한 요소법으로 해석하고자 요소(mesh) 분할을 할 때 가장 많이 사용되는 요소의 모양은 사각형이나 삼각형 모양이다. 좀더 정확한 해석 결과를 얻기 위한 관건으로는 사용되는 요소의 모양이 사각형인지 삼각형인지 하는 사각형과 삼각형 모양의 결정정보는, 사용되는 요소가 사각형일 경우 얼마나 정사각형 모양에 접근했는지 그리고 삼각형일 경우

얼마나 정삼각형에 접근했는지 주요건이 된다. 그래서 본 연구에서는 사각형과 삼각형의 둘 중에 모서리나 복잡한 형상을 가진 2차원 평면에도 잘 맞고 프로그램상 구현하기 쉬운 삼각형 모양의 요소를 이용했다.

위에서 언급했듯이 용접 열원이 있는 부분은 작은 요소를 사용하고 그 이외의 부분은 큰 요소를 사용하게 되므로 첫 번째 분할로 얻어지는 요소는 모두 큰 요소이다. 그리고 용접 열원이 있는 부분만 작은 요소를 이용하여 조밀하게 두 번째 분할을 하게 된다.

용접물의 한 표면을 삼각형 요소로 분할하는 과정은 크게 3단계로 나누어 볼 수 있다[4]. 1 단계는 단순화시킨 용접물 표면의 외곽 형상에 재분할의 기본이 될 절점을 배치하는 것이다. 이렇게 배치된 절점들간의 사이 길이는 새롭게 만들어질 삼각형 요소의 한 변이 된다. 2단계는 배치된 절점을 이용하여 Trimming과 Digging 작업을 하는 것이다. 이 과정을 통해 단순화된 용접물 표면 형상의 외곽으로부터 안쪽으로 요소를 생성해 나가게 된다. 3단계는 최종 단계이다. 이것은 2단계 진행중 4개의 절점만 남게 되면, 즉 사각형의 경계(boundary)가 만들어지면 이를 두 개의 삼각형 요소로 나눔으로써 단순화된 용접물 표면에 초기 요소 분할(pre-mesh generation)을 하는 과정이 모두 끝나게 된다.

위의 단계가 끝나게 되면 용접 열원 부근의 영역을 조밀하게 나누는 요소 재분할 과정이 시작된다. 이는 위에서 설명한 3단계의 과정을 통해 생성된 초기 삼각형 요소를 더 작은 삼각형 요소로 재분할하는 과정이다. 이 과정은 4단계로 이루어지는데, 먼저 위에서 설명한 1단계부터 3단계까지를 용접 열원을 포함하고 있는 한 개의 삼각형 요소에 적용을 한다. 그리고 4단계로서 그 주변의 삼각형 요소로 재분할을 확장(propagation)해 나가는 것이다. 용접 열원을 포함한 요소의 주변 삼각형 요소중에서 세 번 중에 절점이 남아 있는 삼각형 요소를 찾아내어 탐지된 요소에 위의 1단계부터 3단계까지의

과정을 계속 실행시킨다. 그래서 주변 삼각형 요소를 계속 검색해서 세 개의 변중에 절점이 남아 있는 변을 가지고 있는 삼각형 요소가 발견되지 않을때까지 계속 프로그램을 실행시킨다. 만일 그러한 삼각형 요소가 발견되지 않는다면 모든 요소 재분할 작업이 끝나게 되는 것이다.

2.2 용접부 전체의 초기 요소 분할

해석하고자 하는 실제 용접물의 형상을 요소 분할이 용이하도록 단순화(modelling)한다. 그래서 용접물의 외곽 모양을 몇 개의 절점(node)으로 형상화하고 절점간 사이는 모두 직선으로 연결하여 나타낸다.

2.2.1 초기 요소 분할 1단계

Fig.1와 같은 단순화된 임의의 모양을 요소 분할하는 경우를 생각해보자. 절점 번호(node numbering)는 반시계 방향으로 되어 있다. 그리고 절점 N_1 은 좌표가 (x_1, y_1) 이고 절점 N_2 는 (x_2, y_2) , 절점 N_n 은 (x_n, y_n) 이다. N_1 과 N_2 사이에 1개의 절점을 등간격으로 배치하고 N_2 와 N_3 사이에 m 개의 절점을, N_n 과 N_1 사이에 n 개의 절점을 등간격으로 배치한다고 하자. 여기에서 l, m, n 등은 사용자가 영역 내부의 요소 조밀도 조절을 위해 초기 입력 파일에 임의로 정할 수 있는 정수이다. 절점의 배치는 항상 절점 번호순으로 향해간다. 즉 N_1 에서 N_2 를 향해서 증분을 더해가며 절점이 배치된다. N_2 에서 N_1 으로 향할 수는 없다. N_1 에 증분을 $(l+1)$ 번 더하면 N_2 가 되는 것이다. Fig.1의 절점번호와 직선으로 나타냈을 경우 절점간의 직선의 방정식은 다음과 같다.

$$l_{12} : y = a_{12}x + b_{12}$$

$$a_{12} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}, b_{12} = y_1 - a_{12}x_1$$

$$l_{23} : y = a_{23}x + b_{23}$$

$$a_{23} = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3}, b_{23} = y_2 - a_{23}x_2$$

$$\dots$$

$$l_m : y = a_mx + b_m$$

$$a_m = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}, b_m = y_n - a_mx_n$$

그리고 각 변의 길이는 다음과 같다.

$$\overline{N_1N_2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\overline{N_2N_3} = \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2}$$

$$\dots$$

$$\overline{N_nN_1} = \sqrt{(x_n - x_1)^2 + (y_n - y_1)^2}$$

l_{12}, l_{23}, l_{n1} 에 각각 l, m, n 개의 절점을 등간격으로 배치하면 식은 다음과 같고 여기서 l_s 는 line segment의 길이이다.

$$\overline{N_1N_2}/_{l+1} = \text{line segment of } \overline{N_1N_2} = l_{s_{12}}$$

$$\Delta x = l_{s_{12}} \cos \theta_{12}$$

$$\Delta y = l_{s_{12}} \sin \theta_{12} \quad \text{where } \theta_{12} = \tan^{-1} a_{12}$$

$$\overline{N_2N_3}/_{m+1} = \text{line segment of } \overline{N_2N_3} = l_{s_{23}}$$

$$\Delta x = l_{s_{23}} \cos \theta_{23}$$

$$\Delta y = l_{s_{23}} \sin \theta_{23} \quad \text{where } \theta_{23} = \tan^{-1} a_{23}$$

$$\dots$$

$$\overline{N_nN_1}/_{n+1} = \text{line segment of } \overline{N_nN_1} = l_{s_{n1}}$$

$$\Delta x = l_{s_{n1}} \cos \theta_{n1}$$

$$\Delta y = l_{s_{n1}} \sin \theta_{n1} \quad \text{where } \theta_{n1} = \tan^{-1} a_{n1}$$

2.2.2 초기 요소 분할 2단계

각 변에 주어진 개수만큼 등간격으로 절점이 추가 배치된 최종 형태는 Fig.2과 같다. 그리고 기존의 절점과 추가 생성된 절점들을 기본으로 Trimming과 Digging 작업을 한다. 이 두 과정을 통해 영역의 경계(boundary)쪽에서 영역의 안쪽 방향으로 요소를 생성해 나간다. Digging작업은 자체의 특성상 많은 문제점들을 가지고 있으므로 2단계에서 Trimming과정을 우선 순위로 진행하고 더 이상 Trimming이 되지 않을 때 Digging과정을 거친다. 그리고 다시 Trimming을 실행하는 방식으로 2단계를 마친다.

각 절점마다 이웃하는 절점으로서의 위치 벡터(vector)를 만들고 각각의 위치 벡터들이 다음 식의 조건을 만족하는지 차례로 확인한다.

$$\delta \leq 1.8 \quad \& \quad \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{where } \delta = \max\{l_{i-1}/l_i, l_i/l_{i-1}\}$$

$$\theta \text{ is a angle between two sides}$$

조건을 만족하는 절점들은 이웃하는 두 개의

절점과 자신을 연결하는 세 절점의 삼각형을 만든다. 이 작업을 Trimming이라 한다. Fig.3에서 δ 항은 i 번째 절점의 양쪽 이웃하는 절점과의 길이의 비인데 두 변중 짧은 길이의 변으로 긴 변의 길이를 나누어서 1보다 큰 값을 얻고자 \max . 값을 취했다. 그래서 이 길이의 비가 1.8보다 작거나 같고 i 번째 절점에서 사이각이 90도보다 작을 때 Trimming을 한다.

경계의 절점을 모두 검색해서 위의 조건을 만족하면, 만족하는 절점 모두 Trimming을 한다. 그리고 더 이상 위의 조건을 만족하는 절점이 없을 때 Digging을 한다. Fig.4에서 Digging 과정을 나타내고 있다.

Digging 과정은 i 번째 절점에서 새로운 i' 의 절점을 내부에 생성함으로써 두 개의 삼각형 요소를 만드는 것이다. 새로이 만들어진 i' 절점은 i 로부터 길이가 l' 만큼 떨어져 있고 i 번째 절점의 사이각의 절반을 방위각으로 가지고 있다.

2.2.3 초기 요소 분할 3단계

2단계를 계속 실행시켜서 삼각형 내부의 경계를 계속 변경해 나간다. 그래서 최종적으로 내부의 경계가 4개의 절점만으로 표현이 된다. 즉, 사각형의 경계가 된다면 이를 두 개의 삼각형으로 나누면서 모든 단계가 마무리 된다. 이렇게 마지막 사각형을 두 개의 삼각형으로 나누는 과정이 최종 단계이다. Fig.5에서 보듯이 마주보는 각의 합이 큰 각이 두 개로 나누어진다.

2.3 용접 열원 부근의 요소 재분할

용접물 전체를 큰 요소를 이용하여 초기 요소 분할을 마친 후 온도 구배가 심한 용접 열원이 있는 지점의 요소를 더 조밀하게 나누는 요소 재분할 작업(remeshing process)을 한다. 요소 재분할 과정에서는 한 개의 삼각형 요소와 이웃하는 요소를 다시 여러 개의 조밀한 삼각형 요소로 채우는 것이 주요한 문제가 된다. 먼저 용접 열원을 포함한 요소만을 위에서 설명한 1단계, 2단계 그리고 3단계를 거쳐서 조밀한 삼각형으로 재분할을 한다. 그리고 4단계로서 이웃한 요소들로 재분할 과정을 확대시켜 나가야 한다. 열원을 포함한 요소의 주변 삼각형 중에서 세 변중에 절점이 남아 있는 삼각형을 탐지하여 탐지된 삼각형 요소에 위의 3 단계를

계속 실행시킨다. 그래서 주변 삼각형 요소를 계속 검색해서 세 개의 변중에 절점이 남아 있는 변을 가지고 있는 삼각형 요소가 발견되지 않을 때까지 계속 프로그램을 실행시킨다. 만일 그러한 삼각형 요소가 발견되지 않는다면 모든 요소 재분할 작업이 끝나게 되는 것이다.

2.4 절점과 요소의 번호 붙이기(numbering)

유한 요소법을 적용할 때 궁극적으로는 다원 연결방정식이 구해지고, 이를 행렬의 형태로 쓰면 강성행렬(stiffness matrix)이 만들어지는데 이 행렬에서 0이 아닌 성분들은 주 대각선에 평행한 어떤 두 대각선 안에 모여 있다. 두 평행선 사이의 가로방향으로의 거리를 띠폭(band width)이라고 한다. 띠폭을 줄이면 컴퓨터의 기억용량을 감소시킬 수 있을 뿐만 아니라 계산 시간이 단축되는 이점이 있다[5].

띠폭의 반(half band width)은 다음과 같은 식으로 계산이 된다. 여기서 R 은 요소의 절점 번호차의 최대값 중에서 전요소에서 최대값이고 NDF 는 절점당 자유도(degree of freedom)이다 [6].

$$HB = (R+1) * NDF$$

위 식에서 알 수 있듯이 R 이 최소가 되면 HB 가 최소가 되어 계산 시간은 최소가 된다. 그래서 절점 번호는 붙일때는 가장 왼쪽 하단에 있는 절점부터 1번을 붙이고 가장 오른쪽 상단에 있는 절점이 마지막 번호를 갖도록 하였다. 즉, x 좌표가 가장 작고 y 좌표가 가장 작은 절점이 1번이 되고, 윗쪽과 오른쪽으로 가면서 번호를 차례대로 붙여서 x 좌표가 가장 크고 y 좌표가 가장 큰 절점이 마지막 번호를 갖게 된다.

요소에 번호를 붙이는 것은 절점 번호를 붙이는 것보다 간단한 일이고, 절점 번호를 붙이는 경우와 달리 해를 구하는 과정에 전혀 영향을 미치지 않는다[7]. 그래서 프로그램에 의해 만들어지는 순서대로 번호를 붙인다.

3. 결과

기존의 유한요소해석 방법을 위해 사용되었던 요소 분할의 모습과 본 연구에서 제시한 요소 재분할에 의한 요소 분할의 모습이 Fig.6과 Fig.7에 각각 나와 있다.

가장 작은 요소의 크기가 같다는 것을 공통점으로 삼아서 요소 분할을 행하였는데, 기존의 유한요소해석 방법을 위한 요소 분할(mesh generation)은 I-DEAS에서 행하였고, 요소 재분할 방법을 위한 요소 분할은 개발한 프로그램에 의해 행하였다.

기존의 방법을 위해서는 용접열원이 지나가는 모든 부분을 조밀하게 나누어야 하기 때문에 절점의 수가 216개, 요소의 수가 314개로 많지만, 본 연구에서 제시한 방법으로는 용접열원이 있는 부분만을 조밀하게 나누고 다시 용접열원을 따라가면서 분할이 이루어지기 때문에 절점의 수가 70~80개, 요소의 수가 110~120개가 된다.

참고문헌

- [1] P.Tekriwal and J.Mazumder, "Finite element analysis of three-dimensional transient heat transfer in GMA welding", welding journal, 1988, July
- [2] U Barberis and A Rebori, "Finite element analysis of GMA welded joints", welding international, 1996, 10, pp 44-50
- [3] N,Silva Prasad and T. K. Sankara Narayanan, "Finite element analysis of temperature distribution during arc welding using adaptive grid technique", welding journal, 1996, April, pp 123-s to 128-s
- [4] Soo-Won Chae and Klaus-Jurgen Bathe, "On-automatic mesh construction and mesh refinement in finite element analysis", computers & structures Vol 32, 1989, pp 911 to 936
- [5] 任尙鎮, 郭柄晚, 李柱成 有限要素法入門, 1985, pp 19
- [6] 任尙鎮, 郭柄晚, 李柱成 有限要素法入門, 1985, pp 19 to 20
- [7] 任尙鎮, 郭柄晚, 李柱成 有限要素法入門, 1985, pp 20

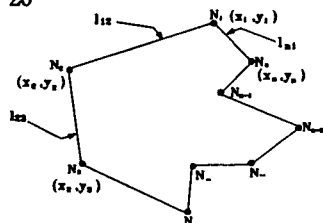


Fig.1 Example of any shapes

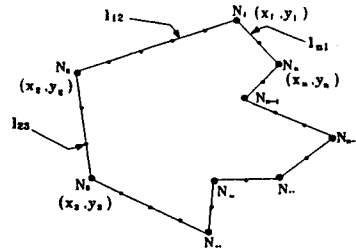


Fig.2 Final forms of arrangement process

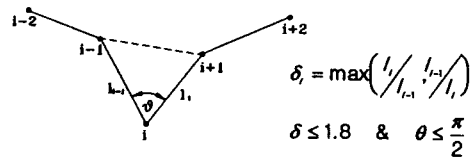


Fig.3 Trimming process

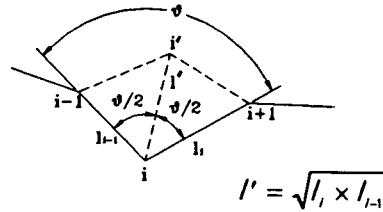
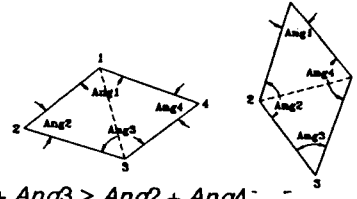


Fig.4 Digging process



$$Ang1 + Ang3 \leq Ang2 + Ang4$$

Fig.5 Final process

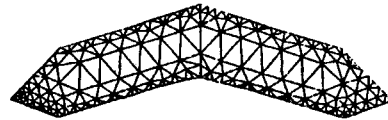


Fig.6 Mesh generation for existing FEM

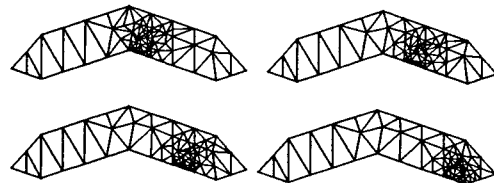


Fig.7 Mesh generation by the grid remeshing