

## 유한요소법을 이용한 영구자석형 선형 동기전동기의 동특성 해석

권병일\*, 〃류세현\*, 우경일\*, 박승찬\*\*  
한양대학교 전기공학과\*, 한양대학교 공학기술 연구소\*\*

### Dynamic Characteristic Analysis of Permanent Magnet Linear Synchronous Motor Using FEM

Kwon Byung-II\*, 〃Ryu Se-Hyun\*, Woo Kyung-II\*, Park Seung-Chan\*\*  
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang Univ\*, Research Institute of Engineering & Technology\*\*

#### Abstract

This paper deals with the dynamic characteristic analysis of a linear synchronous motor with surface type permanent magnets using time-stepped finite element method. The secondary back-iron conductivity is considered in the field analysis. As a result, we can investigate dynamic characteristics as well as some performances like attractive force and input power.

#### 1. 서론

영구자석형 선형 동기전동기는 고속, 고추력 운전이 용이하고, 별도의 동력 변환장치 없이 직선 추진력을 얻을 수 있는 장점이 있으므로, 리니어 엘리베이터, 공작기계 등에 이용되고 있다. 최근에 에너지 밀도가 높은 Nd-Fe-B계 재료의 개발로 인하여 고에너지밀도의 영구자석을 이용한 선형 동기전동기의 관심이 높아지고 있다. 이와 같은 영구자석형 리니어 동기전동기의 전자계 해석에 관한 연구로서, [1]에서는 2차원 유한요소법을 이용한 정추력 해석을 하였으며, [2]에서는 분할 영구자석형 선형 동기전동기에 있어서 제동권선의 영향을 3차원 유한요소 해석과 실험을 통하여 고찰하였다. 또한, [3]에서는 영구자석형 동기전동기의 실험기를 구성하고, 이의 동가회로 해석 및 동특성을 실험적으로 구하였다. 그러나, 이들 논문에서는 영구자석형 동기전동기의 정상상태 해석을 다루었으므로, 전동기의 제어시에 정확한 과도 자계의 해석에 근거한 동특성을 구하기가 어렵다.

따라서, 본 논문에서는 시간 차분 유한요소법을 이용하여 영구자석형 동기전동기의 동특성을 해석하고자 하며, 이로부터 2차측 back-iron의 도전율이 전동기의 특성에 미치는 영향, 2차측에 알루미늄 도체판의 유무에 따른 동특성 및 전기적 성능을 비교 및 고찰하고자 한다.

#### 2. 유한요소 해석

##### 2.1 지배방정식 유도

그림 1과 같은 영구자석형 선형 동기전동기의 해석영역에서의 지배방정식을 도출하기 위한 Maxwell 및 보조방정식은 식 (1) - 식 (7) 과 같다[4].

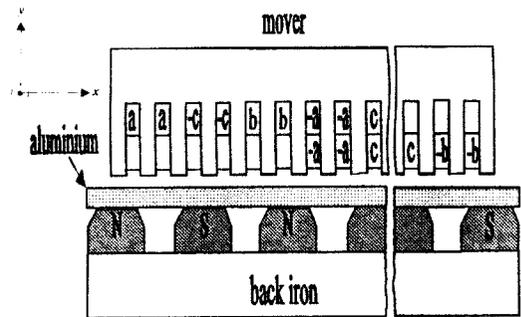


그림 1. 해석 모델  
Fig. 1 Analysis Model

$$\nabla \times H = J_o + J_e \quad (1)$$

$$B = \mu_o (H + M) \quad (2)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \times (v \times B) \quad (3)$$

$$M = \chi H + M_r \quad (4)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (5)$$

$$B = \mu H \quad (6)$$

$$J_e = \sigma E \quad (7)$$

여기서,  $J_o$ 는 권선전류 밀도,  $J_e$ 는 와전류 밀도,  $M$ 은 자화량,  $\chi$ 는 자화율,  $M_r$ 은 잔류 자화량이다. 식(4)를 식(2)에 대입하고  $B = \nabla \times A$ 의 관계를 이용하여 식(2)를  $H$ 에 대해 정리하면 식 (8)과 같다.

$$H = \frac{1}{\mu} (\nabla \times A) - \frac{1}{\mu_r} M_r \quad (8)$$

식(8)을 식(1)에 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A \right) = J_o + J_e + \nabla \times \frac{1}{\mu_r} M_r \quad (9)$$

와 같이된다. 이동좌표계를 사용하면, 식 (3)의 속도항이 없어지므로, 2차 도체판에 유기되는 기전력  $E$ 는 식(10)과 같이 표현된다.

$$E = - \frac{dA}{dt} \quad (10)$$

전동기가 1차철심의 적중방향으로 무한하다고 가정하면, 자기벡터 포텐셜  $A$ 와 전류밀도  $J$ 는  $Z$ 축 방향으로만 존재하게 된다. 잔류자화량  $M_r$ 이  $x, y$  성분만 존재한다고 보면 식(11)와 같은 자기벡터 포텐셜을 이용한 해석 영역의 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = -J_o + \sigma \frac{dA}{dt} - \frac{1}{\mu_r} \left( \frac{\partial M_{ry}}{\partial x} - \frac{\partial M_{rx}}{\partial y} \right) \quad (11)$$

## 2.2 전압을 구동함수로하는 유한요소 정식화

각 요소에서의 자기벡터 포텐셜  $A^e$ 를 1차 형상함수  $N_j^e$ 로 근사화 해서 가중잔차법을 위한 가중함수  $N_j$ 를 도입하고 Galerkin법을 이용하여 잔차를 전영역에 대해서 적분해서 잔차를 영으로 하기 위해 각 요소에 대해 정식화하면 다음과 같은 식으로 전개된다.

$$\int_{\Omega} \frac{1}{\mu} \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial N_{ix}}{\partial x} \frac{\partial N_{jx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{iy}}{\partial y} \frac{\partial N_{jy}}{\partial y} \right) A_{ix} dx dy - \int_{\Omega} \frac{1}{\mu_r} \left( M_{rx}^e \frac{\partial N_{jy}}{\partial y} - M_{ry}^e \frac{\partial N_{jx}}{\partial x} \right) dx dy - \int_{\Omega} J_o N_{jz} dx dy - \sigma \frac{d}{dt} \int_{\Omega} N_{jz} N_{ix} A_{ix} dx dy = 0 \quad (j = 1, 2, 3)$$

식 (12)의 요소방정식을 전요소에 대하여 조립하면, 식 (13)과 같은 각절점에 대한 자기벡터 포텐셜과 각 상전류에 대한 선형연립방정식을 얻게된다.

$$\begin{bmatrix} [S] & -[C] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [T] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} = [G] \quad (13)$$

여기서  $[S]$ 는 절점의 위치와 투자율에 관계된 계수행렬,  $-[C]$ 는 강제전류밀도의 계수행렬,  $[T]$ 는 와전류밀도의 계수행렬,  $[G]$ 는 등가 자화전류밀도에 해당하는 구동 행렬을 나타낸다. 식 (13)은 방정식의 수보다 미지수가 3개 (각 상전류에 해당) 더 많은 형태이므로 다음에서 기술하는 각상에 대한 전압 방정식과 결합되어 진다.

각 상에 대하여 Kirichhoff의 전압법칙을 적용하면, 식 (14)와 같은 전압방정식을 구 할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} [\Psi] + [L_o] \frac{d}{dt} [I] + [R] [I] = [V] \quad (14)$$

여기서,

- $[V]$  : 각상의 전압
- $[I]$  : 각상의 권선전류
- $[R]$  : 각상의 1차측 권선 및 회로저항
- $[L_o]$  : 각상의 1차측 누설 인덕턴스
- $[\Psi]$  : 각상 권선의 쇄교자속량

식 (14)에서  $[\Psi]$ 를 각 상의 권선영역에서의 자기벡터포텐셜로 표현하여 다시 나타내면, 다음과 같이 된다.

$$h_{eff} [C]^T \frac{d}{dt} [A] + [L_o] \frac{d}{dt} [I] + [R] [I] = [V] \quad (15)$$

식 (13)과 식 (15)를 결합하면 각 절점의 자기벡터 포텐셜  $[A]$ 와 각 상의 권선에 흐르는 전류  $[I]$ 를 미지수로 하는 식 (16)의 시스템 matrix 를 얻을수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & -[C] \\ [0] & [R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [T] & [0] \\ h_{eff} [C]^T & [L_o] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G] \\ [V] \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (16)의 시간미분항을 후퇴차분법을 이용하여 처리하여 식을 정리하면 식(17)과 같은 회로방정식을 고려한 전체 시스템 방정식을 얻을수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] + \frac{[T]}{\Delta t} & -[C] \\ -[C]^T & -\frac{[L_o] + \Delta t [R]}{h_{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} \frac{[T]}{\Delta t} & [0] \\ -[C]^T & -\frac{[L_o]}{h_{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] \\ [I] \end{bmatrix}_n + \begin{bmatrix} [G] \\ \frac{\Delta t}{h_{eff}} [V] \end{bmatrix}_{n+1} \quad (17)$$

## 3. 특성 시뮬레이션

선형 동기 전동기의 동작특성은 매순간마다 식(17)을 풀어서 구한 자체해석 결과를 이용하게된다. 추력은 공극을 3층으로 나누어 각층에서 적분 경로를 정하여 Maxwell 용력법으로 계산한후 평균값을 취했다. 이동자

의 속도는 식(18)과 같은 운동방정식을 풀어서 구할수 있다.

$$F = (M + M') \frac{d^2v}{dt^2} + F_f \quad (18)$$

단,  $F$ : 발생 추력  $M$ : 1차축의 질량

$F_f$ : 부하  $M'$ : 흡인력에 의한 등가질량

본 논문에서 사용한 영구자석형 선형 동기전동기의 제원 및 각 모델에 대한 기계적 공극을 표 1에 나타내었다.

표 1. 해석모델의 제원  
Table 1. Specifications

구분	세	원
1 차축	상 수: 3	
	극 수: 6	
	상당 권선수: 216	[turns]
	슬롯 수: 36	
	슬롯 위치: 6.667	[mm]
	슬롯 넓이: 2.2	[mm]
	슬롯 길이: 15	[mm]
	적층 폭: 68	[mm]
공극	1차축 길이: 243	[mm]
	기계적 공극: 모델 A: 0.7	[mm]
	모델 B: 0.7	[mm]
	모델 C: 1.2	[mm]
2 차축	알루미늄 높이(모델 B): 0.5	[mm]
	자석 높이: 3	[mm]
	자석 길이: 34	[mm]

그림 2에서 그림 4까지는 선간전압이 10 [V], 주파수가 2 [Hz] 일때, 모델 A, 모델 B, 모델 C에 대한 추력특성을 시뮬레이션한 결과이다. 그림 5에서 그림 7까지는 같은 상황에서의 흡인력 특성을 보여준다. 그림 6으로부터 2차축에 알루미늄 도체판이 있게되면, 와전류에 의한 반발력이 발생하여, 1차 철심과 2차축간의 흡인력이 감소됨을 알 수 있다. 그림 8에서는 모델 B의 경우가 동기속도 0.16 [m/sec] 에 수렴하는 시간이 가장 짧으므로, 2차축에 알루미늄 도체판을 구성하면 속도 서보의 성능이 향상됨을 알 수 있다. 그림 9는 입력되는 전력의 특성을 나타낸다.

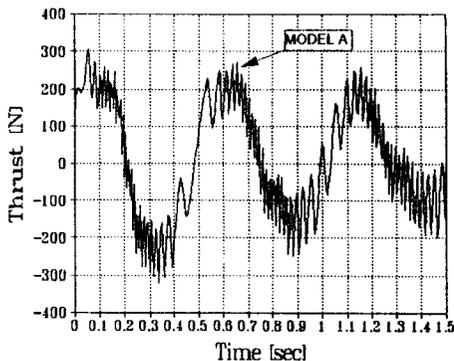


그림 2 모델 A의 추력특성  
Fig. 2 Thrust of model A

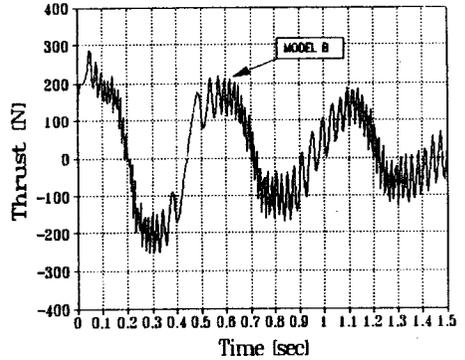


그림 3 모델 B의 추력특성  
Fig. 3 Thrust of model B

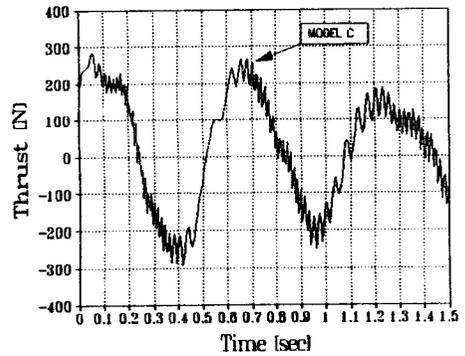


그림 4 모델 C의 추력 특성  
Fig. 4 Thrust of model C

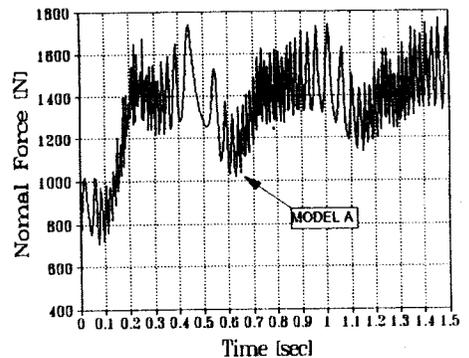


그림 5 모델 A의 수직력 특성  
Fig. 5 Normal force of model A

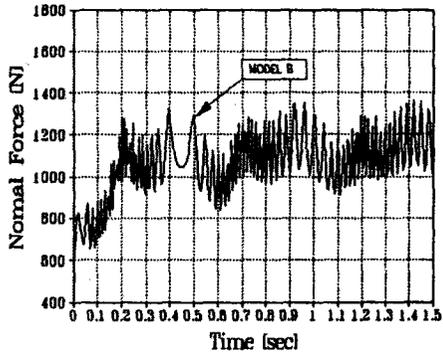


그림 6 모델 B의 수직력 특성  
Fig. 6 Normal force of model B

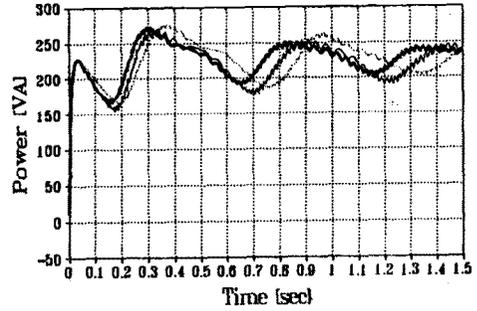


그림 9 입력 Power 특성  
Fig. 9. Characteristic of Input power

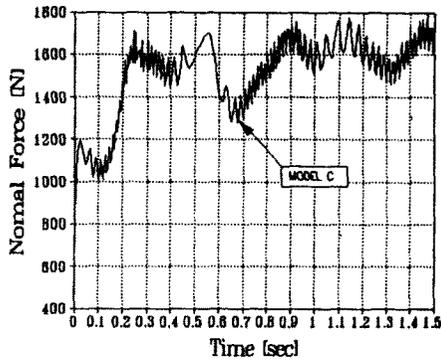


그림 7 모델 C의 수직력 특성  
Fig. 7 Normal force of model C

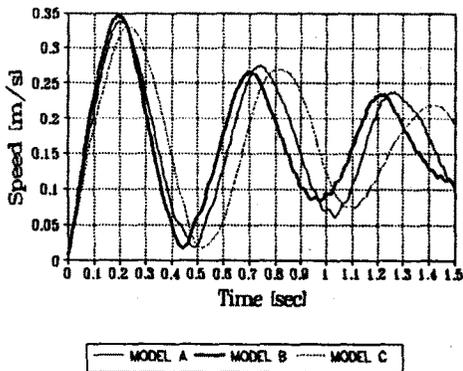


그림 8 속도 특성  
Fig. 8 Characteristic of Speed

#### 4. 결 론

본 논문에서는 시간 차분 유한요소법을 이용하여, 지상 2차방식의 영구자석형 선형 동기전동기의 동특성을 해석하였다. 전압대 주파수비가 일정한 조건하에서, 2차축에 알루미늄 도체판의 존재 유무에 따른 속도 특성을 시뮬레이션한 결과, 알루미늄 도체판을 영구자석 위에 설치하면, 동기속도에 도달하기까지의 시간이 단축되어, 서보 성능이 향상됨을 알 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Tsutomu Mizuno, Hajime Yamada, "Magnetic Circuit of a Linear Synchronous Motor with Permanent Magnets", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 28, No.5, pp. 3027-3029. 1992.
- [2] Gieras, Jacek F., SPANNENBERG, Alfred., WING, Mitchell, "Analysis of a Linear Synchronous Motors with Buried Permanent Magnets", Proc. of LDIA. pp.323-326. 1995.
- [3] Takashi Onuki, Satoshi Maeda, Jun Enomoto, Takayuki Kashiwagi, "Damper Windings of Synchronous Motor with Divided permanent Magnets", LD-95, IEEJ, pp. 49-56, 1995.
- [4] 임 달 호, "전기계의 유한요소법", 동명사, 1992.