

Modified Lagrangian 신경망을 이용한 경제 급전

김 용 환, 이 승 철
 중앙대학교 전기공학과

Economic Load Dispatch Using Modified Lagrangian ANN

Y. H. Kim and S. C. Lee

Dept. of Electrical Engineering, ChungAng University

Abstract - In the paper, an artificial neural network (ANN) approach based on Lagrange multiplier method (Lagrangian ANN) is used to solve an economic load dispatch (ELD) problem. Traditionally ELD problem has one convex cost function as its objective function and nonlinear constraints such as power balance and maximum-minimum limits of real power. In this study, modification is given to the Lagrangian ANN proposed by Gong et al[5] to guarantee the convergence to the optimal solution. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method applied to the ELD problem.

1 서론

최근 들어 신경망(artificial neural network; ANN)은 병렬 처리 구조, 비선형성(nonlinearity) 과 불연속성(discontinuity)에 적용하는 강인한 특성 등의 장점 때문에 여러 분야에서 활발하게 연구되고 있고 전력계통의 분야에도 적용되고 있다[1-3].

Lagrange multiplier 방법에 기초를 둔 신경망(Lagrangian 신경망)은 Cochicki 등이 일반적인 비선형 프로그래밍(nonlinear programming; NLP) 문제의 적용을 위해 제안하였다[4]. 이 방법은 실행 가능한(feasible) 해는 줄 수 있지만 어떤 상황에서는 최적해에 수렴하지 못하기 때문에, Gong 등은 NLP 문제에서 최적해의 판단조건인 Kuhn-Tucker 조건을 정확하게 만족시키기 위해 Lagrange multiplier λ 의 다이내믹스를 변형하였고, 선형 제약 조건(linear constraints)만을 다룬 modified Lagrangian 신경망을 제안하였다[5]. 본 연구에서는 제안된 신경망이 항상 최적해를 찾는 것을 보장하기 위해 λ 의 다이내믹스를 개선하였다.

경제 급전(economic load dispatch) 문제는 전력계통 분야에서 가장 중요한 최적화 문제 중의 하나이다. 일반적으로, 경제 급전에서는 목적 함수로서 각 발전기 당 발전량에 대해 2차로 근사화 된 비용 함수를 사용하여 여러 제약조건들을 고려하면서 목적 함수를 최소화하는 방향으로 문제를 해결한다.

본 논문에서는 modified Lagrangian 신경망의 경제 급전 문제의 적용을 제안한다. 적용된 신경망은 수치적 방법보다 단순하고, 휴필드 신경망[3]에 비해 제약 조건과 송전 손실을 정확하게 다루며, 손실을 고려한 예에서는 B 행렬 손실식(B matrix loss formula)을 쓰기 때문에 기존의 수치적 방법과 똑같은 결과를 보인다. 서론에 이어 2 절에서는 Kuhn-Tucker 조건과 modified Lagrangian 신경망에 대하여 설명한다. 3 절에서는 modified Lagrangian 신경망의 경제 급전 문제의 적용에 대해서 논의하고, 4 절에서는 본 논문에서 개선된 알고리즘의

이론적 타당성을 입증하기 위하여 송전손실을 무시한 경우와 고려한 경우의 경제 급전 문제에서의 모의 실험 결과를 보인다. 마지막으로 5 절에서는 본 논문의 결론을 맺기로 한다.

2 Modified Lagrangian 신경망

제약 조건을 가진 일반적인 NLP 문제는

$$\text{Minimize } f(x), \tag{1}$$

$$\text{s.t. } G(x) \geq 0, \tag{2}$$

$$H(x) = 0 \tag{3}$$

과 같이 정의할 수 있다. 여기에서 $f(x)$ 는 목적 함수(objective function)이고, $x=[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ 인 벡터를 나타낸다. 그리고 $G(x)=[g_1(x) \ \dots \ g_r(x)]^T$ 와 $H(x)=[h_1(x) \ \dots \ h_k(x)]^T$ 는 각각 제약 조건의 벡터를 의미한다.

Kuhn과 Tucker는 식 (1), (2)와 (3)이 미분가능하다는 전제 하에서 Kuhn-Tucker 조건이라는, NLP 문제에서의 최적해에 대한 필요, 충분 조건을 제시하였다[6].

2.1 Kuhn-Tucker 조건

식 (1)-(3)과 같은 NLP 문제가 주어졌을 때 Lagrange 함수는

$$L(x, \Lambda, \Omega) = f(x) + \Lambda^T \cdot G(x) + \Omega^T \cdot H(x) \tag{4}$$

와 같이 구성하며, 최적해 $(x^*, \Lambda^*, \Omega^*)$ 가 만족해야 하는 Kuhn-Tucker 조건은

$$\nabla_x L(x^*, \Lambda^*, \Omega^*) = 0, \tag{5}$$

$$G(x^*) \geq 0, \tag{6}$$

$$H(x^*) = 0, \tag{7}$$

$$\Lambda^* \cdot G(x^*) = 0 \tag{8}$$

$$\Lambda^* \leq 0 \tag{9}$$

와 같다. 여기에서 $\Lambda=[\lambda_1 \ \dots \ \lambda_r]^T$ 와 $\Omega=[\omega_1 \ \dots \ \omega_k]^T$ 는 Lagrange multiplier 벡터이다. 식 (5)는 Lagrange 함수를 만들었을 때의 일반적인 최소화 조건이고, (6)과 (7)은 문제 자체에 포함되어 있는 제약 조건이다. 그리고 식 (8)과 (9)는 binding과 nonbinding 제약 조건의 문제를 다루는 정확한 수학적 방법을 제공한다. 만약 $\lambda_j^*=0$ 이면 $g_j(x^*)$ 는 0이든 아니든 상관없고, $\lambda_j^*=0$ 가 음이면 $g_j(x^*)=0$ 이 되고 $g_j(x^*)$ 는 binding 제약 조건이 된다. 식 (8)은 complementary slackness condition이라 불린다. 식 (1)이 볼록 함수(convex function)이고, 식 (2)와 (3)이 선형(linear)이면 Kuhn-Tucker 조건은 최적해에 대한 필

요, 충분조건이 된다[6].

2.2 Modified Lagrangian 신경망

Gong 등은 목적함수인 식 (1)이 미분가능한 블록 함수이고, 제약 조건식 (2)와 (3)이 선형인 경우를 다룬 modified Lagrangian 신경망을 제안하였다[5]. 따라서 식 (2)와 (3)에서

$$G(x) = M \cdot x - d_1, \quad (10)$$

$$H(x) = E \cdot x - d_2 \quad (11)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기에서 M과 E는 각각 $J \times N$, $K \times N$ 크기의 상수 행렬을 나타낸다. d_1 과 d_2 는 각각 J, K 크기의 상수 벡터를 의미한다.

식 (1), (10), (11)과 (4)에 대한 modified Lagrangian 신경망의 다이내믹스는 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = -\mu \cdot \nabla_x L(x, \Lambda, \Omega), \quad (12)$$

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = \rho \cdot \delta(\lambda_i, m_i \cdot x - d_{1i}), \quad \text{for } i=1, \dots, J, \quad (13)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \rho \cdot (e_i \cdot x - d_{2i}), \quad \text{for } i=1, \dots, K \quad (14)$$

$$\delta(s, v) = \begin{cases} 0, & \text{if } s \geq 0 \text{ and } v > 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

여기에서 m_i 와 e_i 는 각각 M행렬과 E행렬의 i 번째 행 벡터를 나타내고, d_{1i} 와 d_{2i} 는 각각 d_1 과 d_2 의 i 번째 성분이다. 그리고 μ 와 ρ 는 상수 값을 갖는 학습률 파라미터(learning rate parameter)이다.

식 (13)과 (15)는 Cichocki[4] 등이 제안한 원래의 Lagrangian 신경망이 complementary slackness condition인 식 (8)을 만족시키지 못하기 때문에 Gong 등이 변형한 것이다.

식 (12)-(15)의 Modified Lagrangian 신경망의 다이내믹스는 다음의 에너지 함수(energy function)가 존재하므로 Lyapunov stable하다[5].

$$E(x, \Lambda, \Omega) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial L}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{1}{2\mu} \sum_{i=1}^J \delta(\lambda_i, m_i \cdot x - d_{1i}) \cdot (m_i \cdot x - d_{1i})^2 + \frac{1}{2\mu} \sum_{i=1}^K (e_i \cdot x - d_{2i})^2$$

3 Modified Lagrangian 신경망의 경제 급전에서의 적용

Modified Lagrangian 신경망용 경제 급전 문제에 적용하는 과정에서 complementary slackness condition을 정확하게 만족시키기 위해 λ 의 다이내믹스를 개선하였고, 송전 손실(transmission loss)을 고려하기 위해 비선형 제약 조건을 NLP 문제에 포함시켰다. 제안된 신경망의 구조는 그림 1에 보여진다.

3.1 경제 급전 문제

경제 급전 문제는 전체 부하 요구와 각 발전기의 출력의 제한을 만족하면서 전체 발전 비용을 최소화하기 위한 각각의 발전량의 최적의 조합을 찾는 것이다. 일반적으로 비용함수는 각 발전기의 발전량에 대해 2차로 근사화된 함수를 사용하는 데, 다음 식 (16)과 같이 나타내어진다.

$$C = \sum_i a_i + b^T P + P^T c P \quad (16)$$

여기에서 C는 전체 비용(total cost)이고 $a_i, b = [b_1 \dots b_N]^T$,

$c = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_N)$ 는 각각 상수, 벡터, 대각 행렬로 나타낸 발전기의 비용계수이다. 그리고 $P = [P_1 P_2 \dots P_N]^T$ 는 발전량의 벡터를 나타낸다.

전체 비용을 최소화할 때, 다음의 제약 조건들을 항상 만족해야 한다.

$$E^T P = P_D + P_L \quad (17)$$

$$P^{\min} \leq P \leq P^{\max} \quad (18)$$

여기에서 식 (17)는 전력 평형식이고, 식 (18)은 발전량의 최대, 최소 제한식이다. P_D 는 상수인 전체 부하(total load)이고 P_L 은 송전 손실이다. 그리고 $E = [1 \dots 1]^T$ 인 벡터이고 $P^{\min} = [P_1^{\min} \dots P_N^{\min}]^T$ 와 $P^{\max} = [P_1^{\max} \dots P_N^{\max}]^T$ 는 각각 최소, 최대 발전량 벡터를 의미한다. 송전 손실은 다음과 같이 발전량에 대한 제곱식인 B 행렬 손실식(B matrix loss formula)으로 나타내어질 수 있다[7, 8].

$$P_L = P^T B P + B_0^T + B_{00} \quad (19)$$

여기에서 B는 P와 같은 차원을 갖는 대칭 정방 행렬이며, B_0 는 P와 같은 차원을 갖는 벡터이고, B_{00} 는 상수이다. 이들을 통틀어 송전 손실 계수 또는 B 계수(B coefficients)라 한다.

3.2 Modified Lagrangian 신경망의 경제 급전에서의 적용

경제 급전 문제를 풀기 위해서 식 (16)-(19)로 다음의 Lagrange 함수를 구성하였다.

$$L(P, \Lambda, \omega) = \sum_i a_i + b^T P + P^T c P + \Lambda^T \cdot G(P) + \omega \cdot (E^T P - P_D - P_L) \quad (20)$$

여기에서

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \end{bmatrix} = [\lambda_{11} \lambda_{12} \dots \lambda_{1N} \lambda_{21} \lambda_{22} \dots \lambda_{2N}]^T,$$

$$G(P) = \begin{bmatrix} P - P^{\min} \\ P^{\max} - P \end{bmatrix} = [P_1 - P_1^{\min} \dots P_N - P_N^{\min} \ P_1^{\max} - P_1 \dots P_N^{\max} - P_N]^T,$$

를 나타낸다.

뉴턴의 다이내믹스는

$$\frac{dP}{dt} = -\mu \cdot (b + 2cP + \Lambda_1 - \Lambda_2 + \omega \cdot (E - \frac{dP_L}{dP})), \quad (21)$$

$$\frac{d\Lambda}{dt} = \rho \cdot \delta(\Lambda, G(P)) \cdot G(P), \quad (22)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \rho \cdot (E^T P - P_D - P_L) \quad (23)$$

$$\delta(s, v) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq s \leq \epsilon \text{ and } v > 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

와 같다.

이산 시간(discrete-time)에서의 모의 실험을 통해 식 (15)를 개선한 식 (24)가 Kuhn-Tucker 조건을 항상 만족시킨다는 것을 확인했다. 여기에서 $\epsilon \approx 0.004$ 는 모의 실험을 통해 선택한, λ 를 0으로 보내기 위한 상수이다. 왜냐하면 complementary slackness condition을 항상 만족시키기 위해서는 최적해가 제약 조건에 걸려 있을 때를 제외하고 λ 는 0이 되어야 하기 때문이다[5].

식 (21)-(24)의 다이내믹스는 제약 조건에 비선형식 P_L 을 포함하고 있지만 Kuhn-Tucker 조건을 정확하게 만족시킨다. 비선형 제약 조건 때문에 Kuhn-Tucker 조건이 최적해에 대한 필요조건만 되지만, 제안된 신경망의 비선형성에 적용하는 우수

한 특성에 의해 4 절의 모의 실험 결과에서 보이듯이 항상 최

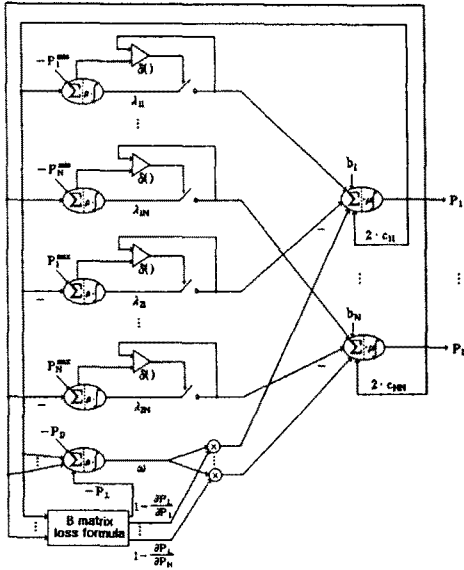


그림 1: 경제 급전에 적용한 modified Lagrangian 신경망의 구조

적해를 찾을 수 있다.

경제 급전에 적용한 modified Lagrangian 신경망의 특징이라면, 비교적 많은 숫자인 $N+2N+1$ 개의 뉴런이 필요하다. 즉, P 가 N 개이면, 각각의 발전량의 최대, 최소 제한 때문에 λ 는 $2N$ 개이고, ω 는 하나의 전력 평형식에 의해 P 에 관계없이 하나이다. 학습을 파라미터의 선택은 수렴 속도에 관계 있고, 수렴 여부에는 거의 영향을 미치지 않는다.

4 모의 실험 결과

modified Lagrangian 신경망의 경제 급전에서의 적용의 효율성을 보이기 위해, 제안된 신경망을 참고 문헌[8]에 있는 송전 손실이 무시된 경우와 포함된 경우의 경제 급전 문제에 적용하였다. 적용된 결과는 참고 문헌에 있는 수치적 결과와 홉필드 신경망에서의 결과[3]와 비교되었다. 이산 시간에서 학습을 파라미터는 $0 \leq \mu, \rho \leq 1$ 이어야 하기 때문에 사례 1-3의 모든 경우에 $\mu = \rho = 0.65$ 를 선택하였고, Lagrange multiplier $\lambda = \omega = 0$ 을 초기치로 사용하였다.

가) 사례 1

전체 부하는 850MW이고, 송전 손실은 고려하지 않은 경우이다.

표 1: 사례 1에 대한 비용 계수

발전기	a	b	c	P^{\min}	P^{\max}
1	459.0	6.48	0.00128	150.0	600.0
2	310.0	7.85	0.00194	100.0	400.0
3	78.0	7.97	0.00482	50.0	200.0

나) 사례 2

다른 조건은 모두 사례 1과 같지만, 발전기 1에 대한 비용 함수가

$$c(P_1) = 0.001562P_1^2 + 7.92P_1 + 561 \text{ [$/h]}$$

으로 바꾸고, 송전 손실식이

$$P_L = 0.00003P_1^2 + 0.00009P_2^2 + 0.00012P_3^2 \text{ [MW]}$$

으로 주어지는 경우이다. 주어진 손실 공식은 B 행렬 손실식의 간략형으로 볼 수 있다.

다) 사례 3

전체 부하는 210MW이고, 송전 손실은 B 행렬 손실식으로 주어진 경우이다.

표 2: 사례 3에 대한 비용 계수

발전기	a	b	c	P^{\min}	P^{\max}
1	213.1	11.669	0.00533	50.0	200.0
2	200.0	10.333	0.00889	37.5	150.0
3	240.0	10.833	0.00741	45.0	180.0

$$B = \begin{bmatrix} 0.0676 & 0.00953 & -0.00507 \\ 0.00953 & 0.0521 & 0.00901 \\ -0.00507 & 0.00901 & 0.0294 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} -0.07660 \\ -0.00342 \\ 0.01890 \end{bmatrix}, B_{00} = 0.040357.$$

여기에서 P_L 은 100MVA 기준의 Per Unit 단위로 나타내어진 다.

이산 시간에서의 모의 실험에 의하면, 초기치는 feasible하 기만 하면 결과에 영향을 미치지 않았다. 사례 1-3의 결과는 수치적 방법과 홉필드 신경망과 비교하여 표 3에 나타내었다. 표 3에서 보듯이 modified Lagrangian 신경망은 홉필드 신경망과는 달리, 수치적 방법과 똑같이 제약 조건과 송전 손실을 정확하게 다루고 있다. 사례 1의 경우의 수렴 곡선을 그림 2와 3에 보이고, 사례 3의 수렴 곡선을 그림 4-6에 보인다. 그림 2와 4에서 Lagrange 함수는, 적용된 신경망의 특성상, 처음에는 진동을 하지만 결국에는 안정된 상태로 가는 것을 알 수 있다.

표 3: 사례 연구에 대한 모의 실험 결과 P : [MW]

사례	방법	P_1	P_2	P_3	P_L	sum(P)	C [\$/h]
사례 1	수치적 방법	600.0	187.1	62.9	•	850.0	7252.8
	홉필드	600.0	186.6	62.9	•	849.5	7247.9
	Lagrangian	600.00	187.17	62.83	•	850.00	7252.83
사례 2	수치적 방법	435.1	300.0	130.7	15.8	865.8	8344.3
	홉필드	432.4	288.5	144.1	15.6	865.0	8340.5
	Lagrangian	435.20	299.97	130.66	15.83	865.83	8344.59
사례 3	수치적 방법	73.65	69.98	75.18	8.8	218.8	3164.4
	Lagrangian	73.66	69.99	75.18	8.83	218.83	3164.56

사례 1-3의 모든 경우에 최적해가 발전량의 최소, 최대 제한에 걸려 있을 때 λ 는 음수가 되고, 그 이외의 경우 모두 0이 되어 Kuhn-Tucker 조건을 항상 만족시킨다. 모의 실험 시간은 IBM PC-586으로 약 30초가 걸렸다. 그러나 신경망의 병렬 처리 구조의 장점으로 인하여, 실제 VLSI로 구현되었을 때 시간은 문제가 되지 않을 것이다.

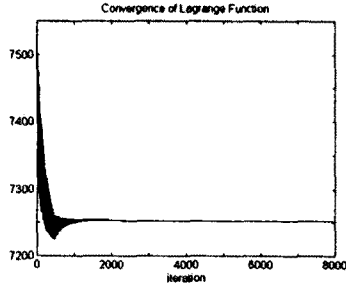


그림 2: 사례 1에서 Lagrange 함수의 수렴

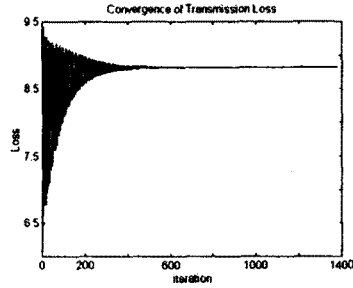


그림 6: 사례 3에서 손실의 수렴

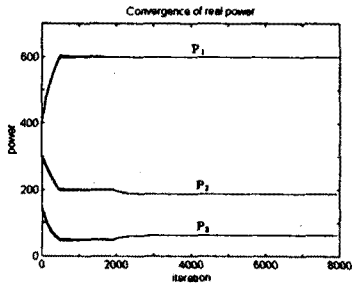


그림 3: 사례 1에서 발전량의 수렴

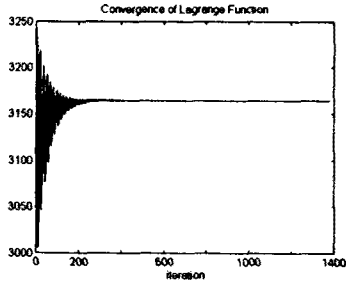


그림 4: 사례 3에서 Lagrange 함수의 수렴

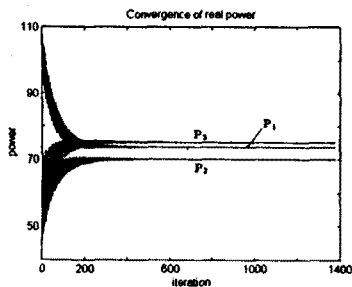


그림 5: 사례 3에서 발전량의 수렴

5 결론

본 논문에서는 modified Lagrangian 신경망을 경제 급전 문제에 적용하였다. 적용된 신경망은 제약 조건과 송전 손실을 정확하게 다룰 수 있고, 학습률 파라미터의 선택에 둔감하다는 장점이 있다. 또한 초기치는 제약 조건들을 만족하게 선택하면 결과에 아무런 영향도 미치지 않는다. 모의 실험 결과에서 보면 수치적 방법보다 간단한 알고리즘으로 같은 결과를 얻을 수 있었고, 홉필드 신경망보다 더 우수한 결과를 얻을 수 있었다. 적용된 신경망은 수치적 방법보다 단순하며, 홉필드 신경망에 비해 많은 수의 뉴런이 필요하지만, VLSI로 구현되었을 때는 실제 시스템에 적용될 수 있는 가능성을 보였다.

참고 문헌

- [1] Kasangaki V.B.A., Sendaula, H.M., and Biswas, S.K., "Stochastic Hopfield Artificial Neural Network for Electric Power Production Costing," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 10, No. 3, pp. 1525-1533, August 1995.
- [2] H. Sasaki, M. Watanabe, and R. Yokoyama, "A Solution Method of Unit Commitment by Artificial Neural Networks," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 7, No. 3, pp. 974-981, August 1992.
- [3] J. H. Park, Y. S. Kim, I. K. Eom and K. Y. Lee, "Economic Load Dispatch for Piecewise Quadratic Cost Function Using Hopfield Neural Network," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 1030-1038, August 1993.
- [4] A. Cichocki and R. Unbehauen, *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*, John Wiley & Sons, 1993, pp. 21-35, pp. 202-222.
- [5] Dijin Gong, Mitsuo Gen, Genji Yamazaki, and Weixuan Xu, "A Modified ANN for Convex Programming with Linear Constraints," *IEEE ICNN*, Vol. 1, pp. 537-542, 1996.
- [6] G. V. Reklaitis, A. Ravindran, and K. M. Ragsdell, *Engineering Optimization - Methods and Applications*, John Wiley & Sons, 1983, pp. 184-212.
- [7] John J. Grainger and William D. Stevenson, Jr., *Power System Analysis*, McGraw Hill, 1994, pp. 543-561.
- [8] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, *Power Generation, Operation, and Control*, John Wiley & Sons, 1996, pp. 29-124.