Inverse Lemma를 이용한 상태추정 알고리즘의 개선에 관한 연구

문 영 현* 박 정 도* 박 인 권**
* 연세대학교 전기공학과

A Study on State Estimation Algorithm in Power System Using Inverse Lemma

Y. H. Moon* J. D. Park* I. K. Park*
Dept. of Electrical Eng. Yonsei Univ.

ABSTRACT

The purpose of state estimation in power system is to estimate the best-fit state variables from the measurements contaminated by various kind of noise. But because the majority of state estimation modules in EMS lack the convergence characteristics, sometimes the desirable outputs can't be obtained.

So, in this paper, the new algorithm using the load flow output as initial values in the state estimation calculation is proposed to guarantee the convergence. And if the load flow outputs were used as the initial values in the calculation, the change in each step would be small compared to the original method using the flat start point. And the Inverse Lemma is used in the algorithm to calculate the new state in each iteration step for reducing the calculation time. The proposed algorithm was tested on the IEEE 14, 30, 118 bus systems. Eventually, we were able to verify that the differences between the results obtained by the original method and proposed method were relatively small, and the effectiveness of the proposed algorithm increased when applied to the bigger systems.

Key Words : Power system state estimation, Inverse Lemma, Initial Value, Convergence

1. 서 론

전력 계통의 대규모화, 복잡화는 필연적으로 계통의 감시 장비에 대한 자동화를 초래하였고, 이에 대한 중앙 제어 장치의 신뢰도 또한 중요한 이슈로 부각되고 있다. 이러한 기능을 수행하는 부분에 대한 입력으로서 여러 곳의 원격 측정기기로부터 올라오는 데이터들이 취합 되어 이용된다. 전력 계통의 상태추정은 이러한 데이터를 기반으로 하여 현재 운전에 필요한 전력 계통의 정확한 상태를 여러가지 수학적 조작을 통하여 구해내는 일을 말한다.

본 연구에서는 조류계산결과를 상태추정에 직접 활용함으로써 신뢰성은 다소 떨어지더라도 수렴성을 보장할 수 있는 알고리즘을 개발하고자 한다. 조류계산의 결과를 상태추정 알고리즘의 초기치로 사용할 경우 Iteration에 따른 상태변수들의 상태변화가 크지 않으므로 Inverse Lemma를 사용하여 매 Iteration 마다 행렬의 반복계산 및 역행렬 계산을 대신함으로써 계산 시간을 대폭 단축시킨다. 본 연구에서는 이를 위하여 Inverse Lemma를 이용한 상태 추정치 갱신식을 유도 하였으며 이를 샘플 계통에 적용하여 그 계산 결과가 기존의 반복법에 의한 계산 결과와 크게 다르지 않음을 확인하였다. 또한 계통의 규모가 커질수록 계산시간의 단축효과도 증가하는 것을 확인하였다.

2. 전력계통의 상태추정

수학적으로 전력 계통의 상태추정은 상태변수, 즉 전압의 크기와 위상각에 대하여 잔류편차의 합을 최소화 하는 최적화 문제로 수식화 할 수 있다. 이와 같이 최적화 문제로 수식화된 상태추정의 평가함수는 일반적으로 가중 최소자승 오차법(Weighted Least Square)을 적용하여 구성하며 계통 측정 모델에서 측정 데이터(z)는 계통 상태 추정을 위한 측정량으로서 모선전압크기, 선로 유효 및 무효전력 조류 그리고 모선주입 유효, 무효전력으로 구성한다.

이 측정 벡터는 식 (2.1)과 같은 비선형 함수이다.

$$z = h(x) + e \tag{2.1}$$

단, m : 측정점의 수 n : 모선수

z : $(m \times 1)$ 측정 벡터

x : $(2n\text{-}1) \times 1$ 상태벡터

e : $(m \times 1)$ 측정오차 벡터

위 식(2.1) 에서 측정치에 포함된 오차 e는 알 수 없으며 다만 오차의 통계적인 성질을 알 수 있을 뿐이다. 오차의 공분산은 실험적으로 구해 질 수 있으며 각 측정장치에 포함된 오차가 독립적이면 대각행렬(Diagonal Matrix)로 주어진다. 이때, 오차를 최소로 하는 상태값을 찾아내는 것이 상태추정의 목적이다.

가중 최소자승 오차법을 이용한 상태추정의 목적함수는 식 (2.2)와 같다.

$$J(x) = \frac{1}{2}[z - h(x)]^T W[z - h(x)] \tag{2.2}$$

상태 추정의 최적해는 식 (2.2)의 목적 함수를 최소화하는 비선형 문제로 볼 수 있다. 목적함수를 최소화 하기 위하여 식 (2.2)의 목적함수의 기울기가 영으로 되는 상태에 $\hat{x}$를 얻는다. 그러므로 $\hat{x}$ 는 다음식 (2.3)의 해가 된다.

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = -H(x)^T W[z - h(x)] = 0 \tag{2.3}$$

$$단,\ H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}$$

식 (2.3)의 최소화 해를 $\hat{x} = x + \Delta x$ 라 하면 $\hat{x}$는 다음 조건을 만족 시켜야 한다.

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x}\Big|_{x=\hat{x}} = -H(x)^T W[z - h(x+\Delta x)] = 0 \qquad (2.4)$$

윗 식을 1차 근사화시키면

$$-H(x)^T W\left[z - h(x) - \frac{\partial h(x)}{\partial x}\Delta x\right] \cong 0 \qquad (2.5)$$

따라서

$$\Delta x = [H^T(x)WH(x)]^{-1}H^T(x)W\Delta z \qquad (2.6)$$

단 $, \Delta z = z - h(x)$

상태추정해는 식 (2.6)의 선형화된 방정식으로부터 최종 추정해에 도달할 때까지 반복적으로 계산된다.

따라서 Δx는 반복적으로 계산하여 추정 상태 $\hat{x}$를 수정하여야 하며 반복 계산 과정은 다음과 같다.

$$(H^T WH)\Delta x = H^T W\Delta z$$
$$\Delta x = (H^T WH)^{-1}H^T W\Delta z \qquad (2.7)$$

여기서 $\Delta x : x^{k+1} - x^k$
$\Delta z: z - h(x^k)$
$H: h(x^k)$의자코비안
k : 반복횟수

최종 상태추정해의 수렴은 반복계산 중 상태변수의 증.감이 규정된 오차범위를 만족할 때에 얻을 수 있다.

상태추정의 반복계산 과정 후에 얻은 추정 해를 $\hat{x}$라 하면 이 추정 해에 대한 잔류 편차는 다음 식으로 주어진다.

$$\hat{e} = z - \hat{z} = e - HG^{-1}H^T We = \left[I - HG^{-1}H^T W\right]e \qquad (2.8)$$

단, e : (measured value - true value)

따라서 목적함수는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$J(x) = \frac{1}{2}[z - h(\hat{x})]^T W[z - h(\hat{x})] = \sum_{i=1}^{m}\frac{\hat{e}^2}{\sigma_i^2} \qquad (2.9)$$

여기서 z_i : 측정치 값
$h_i(x)$: 측정치의 측정값
$z_i - h_i(x)$: 측정치의 잔류편차

이때 식 (2.9)의 잔류 편차 합의 자승의 크기로부터 측정치에 대한 신뢰도 검증과 불량정보 유무를 판정할 수 있다.

3. Inverse Lemma 를 이용한 상태추정 공식의 유도

2장에서 본 바와 같이 상태추정시 불량정보가 확인 되었을 때에는 기존의 방법으로는 새로운 상태추정치를 갱신하기 위하여 새로이 상태추정 공분산 행렬을 계산하여야 하는 문제가 발생함을 알 수 있다. 특히 상태추정 공분산 행렬 계산은 행렬의 차원이 (2 × 상태변수의 수 - 1)이므로 계통규모가 커질수록 그 계산에 많은 시간이 소모되게 된다. 따라서 본 절에서는 이러한 절차를 거치지 않고 불량정보를 확인하고 제거한 후 상태추정치를 갱신하기 위하여 행렬 연산의 한 정리인 Inverse Lemma 를 이용한 계산식을 유도하였다.

특정 측정치를 제거할 때, 측정치 세트는 다음 식과 같이 분할하여 나타낼 수 있다.

$$Z = Hx + V$$
$$= \begin{bmatrix} H_r \\ H_e \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} V_r \\ V_e \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$

(단, e:제거 되어야 할 측정치 세트, r: 잔여 측정치 세트)

위식을 전개하면 측정치 제거 후의 측정치 세트는 다음 식으로 표현 가능하다.

$$Z_r = H_r x + V_r \qquad (3.2)$$

여기서 잔여 측정치를 이용한 상태추정 식은 다음식으로 나타내어 진다.

$$\Delta X'_r = (H_r^T W_r H_r)^{-1} H_r^T W_r \Delta Z_r \qquad (3.3)$$

그런데, 원래 측정치 제거 전의 $H^T WH$는 다음식으로 주어진다.

$$H^T WH = \begin{bmatrix} H_r \\ H_e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_r & 0 \\ 0 & W_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_r \\ H_e \end{bmatrix}$$
$$= H_r^T W_r H_r + H_e^T W_e H_e \qquad (3.4)$$

따라서,위 식에서 다음 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$H_r^T W_r H_r = H^T WH - H_e^T W_e H_e = G - H_e^T W_e H_e \qquad (3.5)$$

그런데 기존에는 G_r^{-1}의 계산에 매우 많은 시간이 소모되었다. 따라서 본 연구에서는 Inverse Lemma 를 이용하여 직접 역행렬을 구하지 않고도 G_r^{-1}을 구할 수 있음을 보이고자 한다.

즉, 식 (3.5) 에서 Inverse Lemma 를 적용하면,

$$G_r^{-1} = \left[H_r^T W_r H_r\right]^{-1} = \left[G - H_e^T W_e H_e\right]^{-1}$$
$$= G^{-1} + G^{-1}H_e^T\left[W_e^{-1} - H_e G^{-1} H_e^T\right]^{-1} H_e G^{-1} \qquad (3.6)$$

여기에서 G^{-1}, H_e 등은 미리 계산되어진 값을 이용하는 것이므로 위 식의 계산에 지장을 주지는 않는다.

한편, $H_r^T W_r \Delta Z_r$ 을 구하면

$$H_r^T W_r \Delta Z_r = \begin{bmatrix} H_r \\ H_e \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} W_r & 0 \\ 0 & W_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Z_r \\ \Delta Z_e \end{bmatrix} - H_e^T W_e \Delta Z_e$$
$$= H^T W\Delta Z - H_e^T W_e \Delta Z_e \qquad (3.7)$$

식 (3.6)과(3.7)을 식 (3.3)에 대입하면

$$\Delta X'_r = (H_r^T W_r H_r)^{-1} H_r^T W_r \Delta Z_r$$
$$= [G^{-1} + G^{-1}H_e^T\left[W_e^{-1} - H_e G^{-1} H_e^T\right]^{-1} H_e G^{-1}][H^T W\Delta Z - H_e^T W_e \Delta Z_e]$$
$$= G^{-1}H^T W\Delta Z + G^{-1}H_e^T\left[W_e^{-1} - H_e G^{-1} H_e^T\right]^{-1} H_e G^{-1} H^T W\Delta Z$$
$$- G^{-1}H_e^T W_e \Delta Z_e - G^{-1}H_e^T\left[W_e^{-1} - H_e G^{-1} H_e^T\right]^{-1} H_e G^{-1} H_e^T W_e \Delta Z_e$$

$$= \Delta X^{*} + G^{-1}H_{\bullet}^{T}\left[W_{\bullet}^{-1} - H_{\bullet}G^{-1}H_{\bullet}^{T}\right]^{-1}H_{\bullet}G^{-1}H^{T}W\Delta Z$$
$$-[G^{-1} + G^{-1}H_{\bullet}^{T}\left[W_{\bullet}^{-1} - H_{\bullet}G^{-1}H_{\bullet}^{T}\right]^{-1}H_{\bullet}G^{-1}]H_{\bullet}^{T}W_{\bullet}\Delta Z_{\bullet} \tag{3.8}$$

여기에서 상태추정치의 갱신을 위해 위식을 이용하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\hat{X}_{r} = X_{0} + \Delta X_{r}^{*}$$
$$= \hat{X} + G^{-1}H_{\bullet}^{T}\left[W_{\bullet}^{-1} - H_{\bullet}G^{-1}H_{\bullet}^{T}\right]^{-1}H_{\bullet}G^{-1}H^{T}W\Delta Z$$
$$- G_{r}^{-1}H_{\bullet}^{T}W_{\bullet}\Delta Z_{\bullet} \tag{3.9}$$

따라서,상태추정치의 갱신식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_{r}^{-1} = G^{-1} + G^{-1}H_{\bullet}^{T}\left[W_{\bullet}^{-1} - H_{\bullet}G^{-1}H_{\bullet}^{T}\right]^{-1}H_{\bullet}G^{-1}$$
$$\hat{X}_{r} = \hat{X} + G^{-1}H_{\bullet}^{T}\left[W_{\bullet}^{-1} - H_{\bullet}G^{-1}H_{\bullet}^{T}\right]^{-1}H_{\bullet}G^{-1}H^{T}W\Delta Z$$
$$- G_{r}^{-1}H_{\bullet}^{T}W_{\bullet}\Delta Z_{\bullet}$$
$$= \hat{X} + G_{r}^{-1}[H^{T}W\Delta Z - H_{\bullet}^{T}W_{\bullet}\Delta Z_{\bullet}] - G_{r}^{-1}H_{\bullet}^{T}W_{\bullet}\Delta Z_{\bullet} \tag{3.10}$$

또한, 적정 Redundancy 를 확보하기 위하여 미리 경험적으로 선택되어진 예비 측정치 후보군으로 부터 일련의 측정치가 추가 되었을때, 상태 추정치 갱신을 위한 상태추정 공분산 행렬과 이를 이용한 상태 추정치 갱신식을 유도한 결과식은 다음과 같다.

$$\hat{X}_{a} = \hat{X} + G_{a}^{-1}\left[H^{T}W\Delta Z + H_{a}^{T}W_{a}\Delta Z_{a}\right] - G^{-1}H^{T}W\Delta Z$$
$$G_{a}^{-1} = G^{-1} - G^{-1}H_{a}^{T}\ (W_{a}^{-1} + H_{a}G^{-1}H_{a}^{T})^{-1}H_{a}G^{-1} \tag{3.11}$$

(여기서 X_{0} 은 Jacobian 이 계산된 기준 state)

본 연구에서는 조류계산의 결과를 상태추정의 초기치로 사용하므로 각 iteration 마다 상태변수의 변화가 크지 않다. 따라서 미터의 추가 삭제시 각 iteration 마다 H, G 행렬을 모두 계산하지 않고 전술한 방안으로 미터 추가 삭제에 따른 상태추정치를 갱신하므로 상태추정시 상태추정 공분산행렬의 역행렬 계산과정을 거치지 않으므로 그 계산시간을 대폭 단축시킬 수 있다.

4. 사례연구 및 결과고찰

본 장에서는 3 장에서 유도된 Inverse Lemma 를 이용한 상태추정 공식을 이용한 상태추정 결과와 기존의 방법을 이용한 상태추정 결과를 IEEE14, 30 ,118 모선 계통에 대하여 비교하였다. 여기서 기존의 방법은 초기치로 조류계산 결과를 이용하지 않고 반복계산시 Jacobian 이나 공분산 행렬의 계산을 매번 수행해야 하는 경우이다.

다음은 IEEE 14 모선 계통에 대해서 기존의 방법과 제안된 방법에 의해 계산된 상태추정 결과이다.

표 4.1 14 모선 상태추정 결과비교
Table 4.1 Comparison between each results in IEEE 14-bus system

	Comparison in IEEE 14Bus System				
	기존의 방법			제안된 방법	
Bus No.	Bus Voltage	Angle		Bus Voltage	Angle
1	1.05999	0.00000		1.06000	0.00000
2	1.04501	-4.96005		1.04500	-4.98113
3	1.01000	-12.70660		1.01000	-12.71821
4	1.01862	-10.29868		1.01862	-10.32446
5	1.02027	-8.74586		1.02026	-8.78280
6	1.07000	-14.12889		1.07000	-14.22288
7	1.06195	-13.35648		1.06195	-13.36842
8	1.09000	-13.37204		1.09000	-13.36840
9	1.05634	-14.91940		1.05635	-14.94675
10	1.05133	-15.06578		1.05133	-15.10447
11	1.05708	-14.71959		1.05708	-14.79544
12	1.05522	-14.95453		1.05522	-15.07764
13	1.05044	-15.05495		1.05044	-15.15914
14	1.03580	-15.97249		1.03580	-16.03904

다음은 IEEE 30 모선 계통에 대해서 기존의 방법과 제안된 방법에 의해 계산된 상태추정 결과이다.

표 4.2 30 모선 상태추정 결과비교
Table 4.2 Comparison between each results in IEEE 30-bus system

	Comparison in IEEE 30bus system				
	기존의 방법			제안된 방법	
Bus No.	Bus Voltage	Angle		Bus Voltage	Angle
1	1.05001	0.00000		1.05000	0.00000
2	1.03380	-2.75197		1.03380	-2.73090
3	1.03130	-4.71565		1.03130	-4.69083
4	1.02629	-5.64826		1.02630	-5.61264
5	1.00580	-8.99977		1.00580	-8.98648
6	1.02079	-6.49172		1.02081	-6.44471
7	1.00690	-8.06030		1.00690	-8.01761
8	1.02300	-6.50891		1.02300	-6.45829
9	1.03320	-8.08583		1.03320	-8.01150
10	1.01831	-10.01402		1.01830	-9.91313
11	1.09130	-6.17472		1.09130	-6.10874
12	1.03990	-9.53145		1.03990	-9.42290
13	1.08830	-8.35606		1.08830	-8.23043
14	1.02360	-10.45686		1.02360	-10.33301
15	1.01790	-10.49759		1.01790	-10.37634
16	1.02350	-10.01675		1.02350	-9.91031
17	1.01440	-10.23458		1.01440	-10.12719
18	1.00570	-11.06134		1.00570	-10.93221
19	1.00170	-11.19187		1.00170	-11.06133
20	1.00510	-10.95194		1.00510	-10.82725
21	1.00610	-10.49058		1.00610	-10.38903
22	1.00690	-10.48021		1.00690	-10.37784
23	1.00530	-10.84545		1.00530	-10.72779
24	0.99710	-10.93184		0.99710	-10.83164
25	1.00860	-10.93574		1.00860	-10.87066
26	0.99080	-11.34611		0.99080	-11.29056
27	1.02450	-10.67100		1.02450	-10.62052
28	1.01561	-6.89832		1.01560	-6.84875
29	1.00470	-11.87838		1.00470	-11.83449
30	0.99320	-12.75349		0.99320	-12.71340

다음은 기존의 방법과 제안된 방법에 대하여 수렴하기 까지 걸린 시간과 반복계산횟수, 각 반복 계산당 걸린 시간을 표시한 것이다.

표 4.3 계산시간 비교(단위: 초)
Table 4.3 Comparison in Execution Time(Sec.)

		총 계산시간	반복계산 횟수	반복계산당 소요시간	비율
14 모선	기존의 방법	0.27	2	0.135	100
	제안한 방법	0.22	2	0.11	81.48
30 모선	기존의 방법	6.54	5	1.308	100
	제안한 방법	2.8	6	0.47	35.93

다음은 각 반복계산중 상태변수를 1 회 갱신하는데 소요된 시간을 측정한 것이다.

표 4.4 상태변수의 갱신에 소요된 시간(단위: 초)
Table 4.4 Update time of the state variable per one iteration(Sec.)

	IEEE 14 모선	IEEE 30 모선	IEEE 118 모선
H 행렬의 차수	82 × 27	172 × 59	716 × 235
기존의 방법	0.2	1.5	158.4
제안한 방법	0.1	0.5	29.4

위 표 4.1~4.4 에서 모선수와 미터수가 증가하면 기존의 방법에 비해 제안된 방법이 최종 상태 추정 결과에서는 거의 차이가 없으면서도 월등한 계산시간 단축의 효과를 가져오는 것을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 전력계통 상태 추정의 수렴성을 향상시키고 또한 불량 데이터 제거시와 후보 측정군으로 부터 상태추정치의 신뢰도를 향상 시키기 위해 새로운 데이터를 추가 할 때의 새로운 상태추정치 갱신에 소요되는 계산량을 절감하기 위해서 Inverse Lemma 를 이용한 상태 추정치 갱신식을 유도하였으며 이를 이용하여 상태추정 계산의 수렴성을 향상 시킬 수 있음과

또한 새로운 상태 추정치 갱신에 소요되는 계산량이 절감됨을 확인하였다. 개발된 알고리즘을 IEEE 샘플 계통에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 기존의 상태 추정 알고리즘으로는 반복계산으로 인하여 수렴성을 완벽히 보장할 수 없는 경우가 종종 있었으나. 본 알고리즘을 상태 추정 계산에 적용하면 이러한 현상을 방지할 수 있었다.

2) 불량데이터의 제거시나 후보 측정군으로부터 새로운 데이터 추가시 기존의 알고리즘으로는 새로운 상태 추정치 계산을 위하여 공분산 행렬과 그 역행렬을 새로이 계산함으로 인하여 많은 계산량이 소요 되었으나 개발된 알고리즘을 이용할 경우 계산량이 대폭 절감됨을 확인하였다. 또한 이러한 계산량 절감효과는 계통의 크기가 커질수록 증가함을 확인하였다.

3) 개발된 알고리즘을 대규모 계통에 적용하여 실증함으로서 실계통 이용의 가능성을 확인하였다.

참 고 문 헌

1. F. C. Schweppe, J. Wildes and D.P.Rom " Power System Static State Estimation", part 1,2 and 3, IEEE Tran. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, pp. 120-135, January 1970

2. L. Mill, Th. Van Cutsem, M. Ribbons Pavella, "Hypothesis testing identification : A new methos for bad data analysis in power system state estimation", IEEE Tran. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, pp. 3239-3252, November 1984

3. A. Simos-Costa and V. H. Quintana, "A robust numerical technique for power system state estimation", IEEE Tran. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, pp. 691-698, February 1981

4. John J. Granger, W. D. Stevenson, JR, Power System Analysis, 1994