

## 고이득 관측기를 사용한 유도 전동기의 슬라이딩 모드 제어

지민석·신의석·이강웅  
한국항공대학교 항공전자공학과  
411-791 경기도 고양시 화전동 200-1

### Sliding Mode Control of an Induction Motor Using High-gain Observer

Min-Seok Jie · Eui-Seok Shin · Kang-Woong Lee  
Dept. of Avionics, Hankuk Aviation University.  
200-1 Hwa jun Dong koyang Si Kyungki do 411-791, KOREA

#### 요약

본 논문에서는 슬라이딩 모드 방식을 적용한 유도 전동기와 전류제어기와 속도 제어기를 설계하였다. 제안된 제어 시스템은 로터 저항과 파라메터 변동 및 외란 등에 강인한 특성을 갖는다. 슬라이딩 모드 속도 제어기에 필요한 가속도는 고이득 관측기를 이용한 추정치를 사용하여 피이킹 현상이 발생하지 않도록 제어 입력을 포함시켰다. 전동기의 속도 제어에 강인하게 작용하는 슬라이딩 모드 제어기를 설계하고 시뮬레이션을 통해 그 성능을 입증했다.

#### 1. 서론

최근 산업현장에서 피이크 토오크 능력이 우수하며, 가속 성과 신뢰성이 양호한뿐 아니라, 부피가 리고 무게가 가벼우며, 유지보수가 간단하여 구동시스템으로 유도 전동기가 널리 사용되고 있다. 구동판성 및 부하특성의 다양한 변화, 가변 운전 등과 같은 사용자의 요구가 주어짐에 따라 빠른 응답과 시스템 파라미터 변동, 외란에 강인한 유도 전동기 제어 시스템이 요구되어지고 있다.

이러한 요구는 가변 구조 제어를 적용시키면 어느 정도 해결 시킬 수 있다[1].

가변구조 제어에서 상태제어이 스위칭 평면에서 벗어나지 않게 되는 슬라이딩 모드에서는 시스템의 파라미터가 변하거나 외란이 있어도 슬라이딩 모드를 유지시키므로 파라미터 변동 및 외란에 강인하게 된다.

Shyu와 Sheikh[2]는 유도전동기의 로터 저항이 변화하는 경우 강인한 제어 성능을 얻기 위하여 슬라이딩 모드 제어방식을 적용한 전류제어기를 설계하였으며, Ho와 Sen[3]은 부하변동이 있는 경우 이 방식을 적용한 속도 제어기를 설계하였으나, 전자의 경우 속도 제어기는 PI제어기를 사용하였으며 후자의 경우 전류제어기는 강인한 특성을 갖지 않는다. 또한 후자의 경우 가속도에 대한 정보를 필요로 한다.

본 연구에서는 전류제어기와 속도제어기를 슬라이딩 모드 방식에 의하여 설계하므로써 로터의 저항 변화 및 부하변동 등의 파라미터 변화에 강인하도록 하고 고이득 관측기 [4],[5]를 도입하여 가속도를 추정하므로써 추종 속도를 개선시키려고 한다. 고이득 관측기를 적용한 때 생길수 있는 문제점인 피이킹을 예제하도록 제어 입력을 포함시킨다. 설계되는 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 입증하도록 한다.

#### 2. 전류 제어기 설계

유도 전동기의 동특성 방정식은 다음과 같이 표현된다[2].

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ i_d \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_d}{L_d} + \frac{R_m L_m}{L_d L_q}\right) & w_e & \frac{R_m L_m}{L_d^2 L_q} & \frac{w_e L_m}{L_d L_q} \\ -w_e & -\left(\frac{R_q}{L_q} + \frac{R_m L_m}{L_d L_q}\right) & -\frac{w_e L_m}{L_d L_q} & \frac{R_m L_m}{L_d^2 L_q} \\ \frac{R_m L_m}{L_d} & 0 & 0 & -\frac{R_d}{L_d} (w_e - w_s) \\ 0 & \frac{R_m L_m}{L_q} & -\frac{R_d}{L_d} (w_e - w_s) & -\frac{R_d}{L_q} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ V_d \\ V_q \end{bmatrix} \quad (1)$$

자속기준제어(Field Oriented Control)가 적용되면 즉,

$$\begin{aligned} \lambda_{qr} &= 0 \\ \lambda_{dr} &= \lambda_r = \text{상수} \end{aligned} \quad (2)$$

$$T = \frac{3P}{4} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr} i_{dr} \quad (3)$$

로터 저항이 변하는 것으로 가정하고 식 (1)에 의해서 유도 전동기 동특성 방정식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{di_{dr}}{dt} &= -a_{dr} i_{dr} + w_e i_{qr} + \frac{1}{L_d} V_{dr} - \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_d^2 L_q} i_{qr} \\ &\quad + \frac{R_m L_m}{L_d^2 L_q} \lambda_{dr} + \frac{L_m \Delta R \lambda}{L_d^2 L_q} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{qr}}{dt} &= -w_e i_{dr} - a_{qr} i_{qr} + \frac{1}{L_q} V_{qr} + -\frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_d^2 L_q} i_{dr} \\ &\quad - \frac{w_e L_m}{L_d L_q} \lambda_{dr} - \frac{L_m \Delta w \lambda}{L_d L_q} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{여기서, } a_{dr} = a_{qr} = \frac{R_d}{L_d} + \frac{R_m L_m^2}{L_d^2 L_q} \quad (6)$$

이고,  $R_m$ 은 로터저항의 최소값이고,  $\Delta R_r$ ,  $\Delta R \lambda$ ,  $\Delta w \lambda$ 는 회전자 또는 고정자의 저항이나 누설 인력던스의 변동 값이다.

또한, 고정자 전류와 지령 전류 간 사이의 오차 방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$e_{i_d} = i_d - i_d^* \quad e_{i_q} = i_q - i_q^* \quad (7)$$

여기서,  $i_d^*$ ,  $i_q^*$ 은 d-q축 기준입력 신호이다.

식 (7)을 미분하고, 식 (4), (5)에 대입하면 다음과 같은 오차 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{de_{i_d}}{dt} &= -a_{dr} e_{i_d} + w_e e_{i_q} - a_{dr} i_d^* + w_e i_q^* - \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_d^2 L_q} i_{qr} \\ &\quad + \frac{R_m L_m}{L_d^2 L_q} \lambda_{dr} + D_d + \frac{1}{L_d} V_{dr} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{de_{\text{ip}}}{dt} = -w_* e_{\text{ip}} - a_{\infty} e_{\text{ip}} - w_* \dot{i}_{\text{ip}} - a_{\infty} \dot{i}_{\text{ip}} - \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_r^2 L_s} i_{\text{ip}} \\ - \frac{w_* L_m}{L_r^2 L_s} \lambda'_{\text{dr}} + D_q + \frac{1}{L_s} V_{\alpha} \quad (9)$$

여기서,

$$D_d = -\frac{L_m \Delta R \lambda}{L_r^2 L_s} \quad D_q = -\frac{L_m \Delta w \lambda}{L_r^2 L_s} \quad (10)$$

스위칭 평면을  $S_1 = e_{\text{ip}}$ ,  $S_2 = e_{\text{ip}}$ 로 정하고, 시스템의 상태 케이이 슬라이딩 모드에 있도록 하기 위한 제어 입력을 다음과 같이 정한다.

$$V_{\text{dr}} = L_d (K_{11} e_{\text{dr}} + K_{12} \dot{e}_{\text{dr}} + K_{13} \ddot{e}_{\text{dr}} + K_{14} \dot{i}_{\text{dr}}) \\ + K_{15} i_{\text{dr}} + K_{16} \lambda'_{\text{dr}} + K_{17} \lambda''_{\text{dr}} \quad (11)$$

$$V_{\alpha} = L_s (K_{21} e_{\alpha} + K_{22} \dot{e}_{\alpha} + K_{23} \ddot{e}_{\alpha} + K_{24} \dot{i}_{\alpha}) \\ + K_{25} i_{\alpha} + K_{26} \lambda'_{\alpha} + K_{27} \lambda''_{\alpha} \quad (12)$$

슬라이딩 모드 존재 조건  $\lim_{t \rightarrow 0} S_1, S_2 \leq 0$ 으로부터 제어이득의 조건은 다음과 같다.

$$K_{11} = a_{\infty} \\ \begin{cases} K_{12} < -w_* & \dot{i}_{\text{dr}} S_1 > 0 \\ K_{12} > -w_* & \dot{i}_{\text{dr}} S_1 < 0 \end{cases} \quad S_2 S_1 > 0 \\ K_{13} = a_{\infty} \\ \begin{cases} K_{14} < -w_* & \dot{i}_{\alpha} S_1 > 0 \\ K_{14} > -w_* & \dot{i}_{\alpha} S_1 < 0 \end{cases} \quad S_2 S_1 < 0 \quad (13)$$

$$\begin{cases} K_{15} < \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_r^2 L_s} & \dot{i}_{\text{dr}} S_1 > 0 \\ K_{15} > \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_r^2 L_s} e & \dot{i}_{\text{dr}} S_1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K_{16} < -\frac{R_{\text{ro}} L_m}{L_r^2 L_s} & \lambda'_{\text{dr}} S_1 > 0 \\ K_{16} > -\frac{R_{\text{ro}} L_m}{L_r^2 L_s} & \lambda'_{\text{dr}} S_1 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} K_{17} < -D_d & S_1 > 0 \\ K_{17} > -D_d & S_1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K_{21} < -w_* & S_1 S_2 > 0 \\ K_{21} > -w_* & S_1 S_2 < 0 \end{cases} \\ K_{22} = a_{\infty} \\ \begin{cases} K_{23} < w_* & \dot{i}_{\alpha} S_2 > 0 \\ K_{23} > w_* & \dot{i}_{\alpha} S_2 < 0 \end{cases} \quad S_2 > 0 \\ K_{24} = a_{\infty} \quad (14)$$

$$\begin{cases} K_{25} < \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_r^2 L_s} & \dot{i}_{\alpha} S_2 > 0 \\ K_{25} > \frac{L_m^2 \Delta R_r}{L_r^2 L_s} e & \dot{i}_{\alpha} S_2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} K_{26} < \frac{w_* L_m}{L_r^2 L_s} & \lambda'_{\alpha} S_2 > 0 \\ K_{26} > \frac{w_* L_m}{L_r^2 L_s} & \lambda'_{\alpha} S_2 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} K_{27} < -D_d & S_2 > 0 \\ K_{27} > -D_d & S_2 < 0 \end{cases}$$

### 3. 슬라이딩 모드 속도제어기

회전자의 동특성 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{dw_m}{dt} = \frac{1}{J} (T^* - T_L - B w_m) \quad (15)$$

여기서,  $w_m$ 은 회전자 속도이고,  $T^*$ 은 전동기에 의해 생성되는 토크이고,  $T_L$ 은 부하토크이다.

또한, 식(15)에서 정상상태 오차를 줄이고 채터링을 줄이기 위해 직분기를 침가하고, 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u \quad (16)$$

여기서,  $x_1 = w_m^* - w_m$ ,  $x_2 = \frac{dw_m}{dt}$

$$a = \frac{B}{J}, \quad b = \frac{1}{J}$$

스위칭 평면을 다음과 같이 정하고.

$$\sigma = cx_1 + \dot{x}_1 = 0, \quad c > 0 \quad (17)$$

제어대상 시스템의 상태 케이이 슬라이딩 모드에 있도록 하기 위한 제어입력을 다음과 같이 구성한다.

$$u = \phi_1 x_1 + \phi_2 \dot{x}_1 + K \sigma \quad (18)$$

제어기 이득  $\phi_1, \phi_2$ 는 슬라이딩 모드 존재 조건

$\lim_{t \rightarrow 0} \sigma \leq 0$ 를 만족시키도록 정하는데, 제어이득 범위는 다음과 같다

$$\begin{cases} \phi_1 > 0 & \sigma x_1 > 0 \\ \phi_1 < 0 & \sigma x_1 < 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \phi_2 > \frac{c-a}{b} & \sigma \dot{x}_1 > 0 \\ \phi_2 < \frac{c-a}{b} & \sigma \dot{x}_1 < 0 \end{cases} \quad (20)$$

### 4. 고이득 관측기

식(18)의 제어 입력에는 각속도  $\dot{x}_1$ 이 포함된다. 그러나 가속도를 측정하는 부대회로가 필요할 뿐만 아니라 측정잡음이 포함되어 제어 성능을 약화 시킬 수 있다. 따라서,  $\dot{x}_1$  대신 관측기로부터 추정된 값을 사용하도록 한다.

전동기의 속도 및 가속도 측정치를 사용하는 상태 관측 제어에 의해 얻어지는 성능을 복원시키기 위하여 다음과 같은 고이득 관측기를 설계한다.

$$\hat{x}_1 = -\hat{x}_2 + \frac{1}{\varepsilon} (x_1 - \hat{x}_1) \quad (21)$$

$$\hat{x}_2 = -\frac{1}{\varepsilon^2} (x_1 - \hat{x}_1) + \Gamma u \quad (22)$$

여기서,  $\Gamma$ 는 관측기 이득으로 충분히 크게 선정한다. 설계 파라미터  $\varepsilon$ 을 크게 할수록 추정 속도가 빠르게 실제 값에 가깝게 된다. 그러나, 상태 변수를 추정하는 동안 피어킹이 발생하여 시스템에 진단됨으로써 시스템을 불안정하게 만들 있으므로 제어 입력  $u$ 는 허용될 수 있는 값중 최대값으로 조정시킨다.

따라서, 식(16)의 입력은 다음과 같이 수정 된다.

$$u' = (\phi_1 \hat{x}_1 + \phi_2 \dot{\hat{x}}_1 + K^* \sigma) \quad (23)$$

### 5. 시뮬레이션

표 1 시뮬레이션에 사용된 전동기 상수

유도 전동기 : 0.8[KW], 120[V], 5.4[A],

2-pole, 2000rpm

$R_s = 1.17 [\Omega]$ ,  $R_r = 1.38 [\Omega]$ ,  $L_s = 119.09 [\text{mH}]$

$L_r = 118.545 [\text{mH}]$ ,  $L_m = 113.04 [\text{mH}]$

$J = 0.03 [\text{Kgm}^2]$ ,  $B = 0.006 [\text{N m/rad/s}]$

제안된 고이득 관측기를 도입한 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 입증하기 위하여 MATLAB으로 시뮬레이션을 행하였다. 기준 속도지령은 150rpm을 사용하였고, 표 1에서 주어진 유도전동기를 모델로 하였다. 또한 관측기를 도입하지 않은 슬라이딩 모드 제어방법과의 비교검토를 통해 제어기의 성능을 입증하였다.

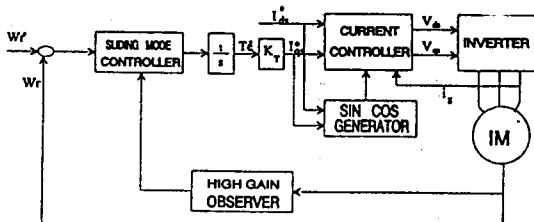


그림 1 슬라이딩 모드 제어기에 대한 유도 전동기 속도 제어 시스템

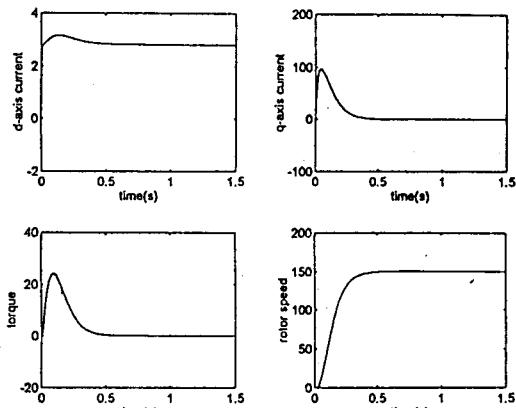


그림 2 관측기를 도입하지 않을 경우 d축과 q축의 전류 파형, 토크와 속도 응답

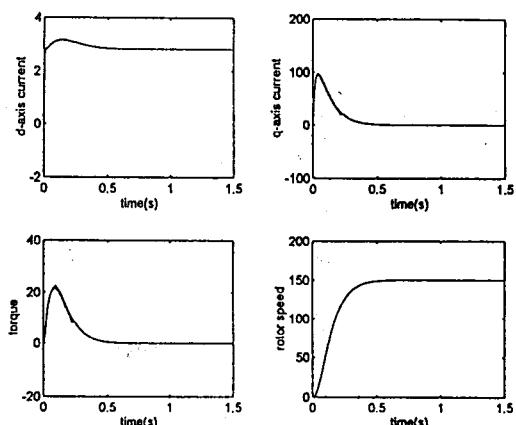


그림 3 관측기를 도입하였을 경우 d축과 q축의 전류 파형, 토크와 속도 응답

그림 2는 속도 베타를 추종하지 않을 경우 d축과 q축의 전류 파형, 토크와 속도 응답을 나타낸다.  
그림 3은 고이득 관측기를 도입하였을 때의 전류 파형, 토크와 속도 응답을 나타내고 있다.  
그림 4는 고이득 관측기를 도입하여 지령 속도를 2초에서 250rpm으로 속도 지령을 변환했을 경우이다.  
제안된 제어기의 강인성을 입증하기 위해서 0.7초뒤에 로터의 저항값이 50%증가되게 하였다.  
시뮬레이션에 사용된 파라미터 값들은  $c=100$ ,  $K=0.3$ ,  $\Gamma=30$ ,  $\varepsilon=0.001$ 이다.

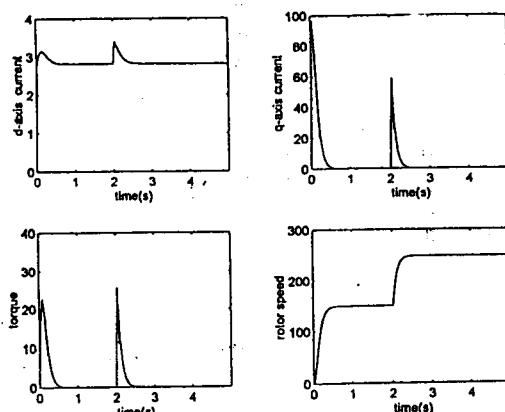


그림 4 속도 지령을 2초후에 250rpm으로 변화시켰을때의 d 축과 q축의 전류 파형, 토크와 속도 응답

## 6. 결론

본 논문에서는 제안된 슬라이딩 모드 속도 제어기와, 전류 제어기는 회전자 저항이나 고정자 저항 누설 인덕턴스의 변동, 외란에도 강인한 특성을 가지게 설계하였다.  
유도 전동기의 속도 제어 알고리즘에 포함되는 가속도를 추정하기 위하여 고이득 관측기를 설계하고 고이득 관측기를 사용할 때 제어 입력을 허용한계값으로 포화 시켜 피이킹이 제거 되도록 하였다. 향후 연구 과제는 시뮬레이션 결과를 바탕으로 실험을 통하여 설계된 시스템의 성능을 입증하고자 한다.

## 참 고 문 헌

- [1] V. I. Utkin, "Variable Structure Control Systems with Sliding Modes," IEEE Trans. Automat. Contr. vol.AC-22, no.2, pp.210-222, Apr. 1977.
- [2] K. K. Shyu and H. J. Shieh, "Variable structure current control for induction motor drives by space voltage vector PWM," IEEE Tran. Ind. Electr., vol.42, no.6, pp.572-578, 1995.
- [3] E. Y. Y. Ho and P. C. Sen, "Control dynamics of speed drive systems using sliding mode controllers with integral compensation," IEEE Tran. Ind. Appl., vol.27, no.5, pp.883-892, 1991.
- [4] H. Khalil, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models," IEEE Tran. Automat. Contr. vol.41, no.2, pp.177-188, Feb. 1996.
- [5] K. W. Lee and H. Khalil, "Adaptive output feedback control of robot manipulators using high gain observer," Int. J. Control. 개재 예정.