

경로관측기를 이용한 이동로봇의 능동경로추종

°이상덕, 임미섭, 임준홍
한양대학교 전자공학과

The Dynamic Path-Following using the Path-Observer for Wheeled Mobile Robots

°Sang Daek Lee, Mee-Seub Lim, Joonhong Lim
Dept. of Electronic Engineering, Hanyang Univ.

Abstracts In this paper, the dynamic path-following using the path-observer is proposed to improve the stability when initial position errors are considered. The dynamic path-following without the path-observer cannot follow reference path when initial position errors are large, so we propose the path-observer method. Finally, the results of simulation will be described.

1. 서론

일반적으로 산업 현장에 적용되어 온 로봇은 고정된 작업 환경에서 반복적인 작업에 적용되어 왔다. 그러나 작업 공간의 확대와 로봇 시스템의 다기능화로 인하여 다양한 작업 환경에서 여러 종류의 작업을 수행할 수 있는 이동 로봇에 대한 관심이 증가하고 있다. 특히 차륜형 이동로봇(Wheeled Mobile Robot)은 작업 반경이 넓고 이동 속도가 빠르면서도 구조가 단순하고 제어가 용이하다는 장점으로 많이 이용되고 있다.

차륜형 이동로봇의 제어는 출력을 어떻게 선택하느냐에 따라 크게 궤적추적(trjectory tracking)과 경로추종(path following)으로 분류되며, 운동 방정식의 비선형성에 의하여 local stability 만을 만족된다. Sarkar 가 제안한 능동경로추종(dynamic path following)[2]의 경우, 로봇과 기준경로(reference path)에 대한 위치 오차가 커짐에 따라 기준경로를 추종하지 못하게 된다[그림 2].

본 논문에서는 이동로봇의 주행제어으로써 능동경로추종(dynamic path-following)[2]을 사용하며, 위치오차가 증가함에 따라 기준경로를 추종하지 못하는 경우에 대한 대안으로써 경로관측기(path-observer)를 사용한다. 제안한 경로관측기는 이동로봇과 기준경로 사이의 거리를 관측하여 위치오차가 클 경우 기준경로를 가상경로(virtual path)로 바꾸어주게 된다. 이러한 방법을 이용한 모의실험을 한 결과 좋은 성능을 보였으며, 앞으로 본 연구실에서 제작한 차륜형 이동로봇(ASERMAN)에 대해서 실험을 수행, 그 성능을 분석할 계획이다.

2. 이동로봇의 모델

본 연구에서 다루는 이동로봇은 두 개의 구동바퀴와 한

개의 보조바퀴로 이루어진다. 이러한 이동로봇의 경우 두 구동바퀴가 각각 독립적으로 구동되며, 두 구동바퀴의 각속도의 차를 이용하여 조향하게 된다. 이러한 구조의 이동로봇은 회전반경이 작을 뿐 아니라 제자리에서 회전이 가능하다.

다음은 이동로봇[ASERMAN]의 기구학적 구조 및 기구학, 동역학을 유도하는데 필요한 변수들에 대한 정의를 나타낸다.

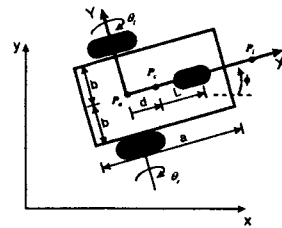


그림 1. 이동로봇(ASERMAN)의 좌표계

x-y: 실제계 좌표계

X-Y: 로봇 좌표계

P₀: 임의의 기준점

P_c: (x_c, y_c) 좌표를 갖는 로봇의 무게중심

P_i: (x_i, y_i) 좌표를 갖는 로봇의 가상 기준점

b: 구동바퀴와 대칭축 사이의 거리

r: 각 구동바퀴의 반경

m_c: 구동바퀴와 DC 모터 모터집 제외한 로봇의 질량

m_w: 구동바퀴와 모터의 모터의 질량

I_c: 구동바퀴와 모터의 로터를 제외한 로봇의 관성력

I_w: 바퀴와 바퀴축에 대한 모터 로터의 관성력

I_m: 바퀴와 바퀴 직경에 대한 모터 로터의 관성력

a: 구동바퀴축과 직교하는 로봇의 길이

d: P₀에서 P_c까지의 거리

2.1 이동로봇의 동역학

이동로봇의 자세(posture)를 $(x, y, \phi)^T$ 라 하고, 두 구동바퀴의 각위치를 $(\theta_1, \theta_2)^T$ 라 하면, q 를 다음과 같이 정의한다

수 있다.

$$\mathbf{q} = (x_c, y_c, \phi, \theta, \theta) \quad (1)$$

동역학을 유도하기 위하여 no slipping 과 pure rolling 을 가정 하면 다음과 같은 constraint equation 이 유도된다[1,2,3].

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

여기서

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & -d & 0 & 0 \\ -\cos\phi & -\sin\phi & -b & r & 0 \\ -\cos\phi & -\sin\phi & b & 0 & r \end{bmatrix} \quad (3)$$

이동로봇의 동역학식은 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{E}(\mathbf{q})\boldsymbol{\tau} - \mathbf{A}^T(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} \quad (4)$$

이 경우 constraint force 항을 나타내는 Lagrange multiplier 를 소개하기 위해서 다음과 같은 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 의 null space $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ 를 정의한다.

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = [\mathbf{S}_1(\mathbf{q}) \quad \mathbf{S}_2(\mathbf{q})] \\ = \begin{bmatrix} c(b\cos\phi - d\sin\phi) & c(b\cos\phi + d\sin\phi) \\ c(b\sin\phi + d\cos\phi) & c(b\sin\phi - d\cos\phi) \\ c & -c \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(2)에 의하면, $\dot{\mathbf{q}}$ 은 $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ 의 null space 에 속하므로 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v}(t) \quad (6)$$

식(6)을 미분하여 식(4)에 대입하고 $\mathbf{S}(\mathbf{q})^T$ 를 양변의 앞쪽에 곱하면 다음과 같다.

$$\mathbf{S}^T(\mathbf{M}\dot{\mathbf{S}}\mathbf{v}(t) + \mathbf{M}\dot{\mathbf{S}}\mathbf{v}(t) + \mathbf{V}) = \mathbf{S}^T\mathbf{E}\boldsymbol{\tau} \quad (7)$$

상태변수 $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \quad \mathbf{v}^T]^T$ 라 정의하면 식(7)은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{v} \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (\mathbf{S}^T\mathbf{M}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{E} \end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{f}_2 = (\mathbf{S}^T\mathbf{M}\mathbf{S})^{-1}(-\mathbf{S}^T\mathbf{M}\dot{\mathbf{S}}\mathbf{v} - \mathbf{S}^T\mathbf{V})$ 이다.

식(8)에서 $(\mathbf{S}^T\mathbf{M}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{E}$ 가 full rank 라고 하면(이동 로봇에서 이것은 사실이다), 다음과 같은 nonlinear feedback 을 적용할 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} = ((\mathbf{S}^T\mathbf{M}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{E})^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{f}_2) \quad (9)$$

따라서 식(7)은 다음과 같이 간략화 된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (10)$$

여기서

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

이다.

2.2 이동로봇의 입력-출력 선형화

일반적으로 nonholonomic constraint 를 갖는 시스템이 입력-상태 선형화(input-state linearization)가 불가능 하더라도 적절한 시스템의 출력을 선정할 수 있다면 입력-출력 선형화(input-output linearization)가 가능하다[5]. 일반적인 출력 벡터를 다음과 같이 둔다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{q}) = [h_1(\mathbf{q}) \quad \dots \quad h_{n-m}(\mathbf{q})]^T \quad (11)$$

따라서 상태방정식(state-equation) 식(10)과 출력방정식(output-equation) 식(11)에 대해서 입력-출력 선형화를 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{v}(t) = \Phi(\mathbf{q})\mathbf{v}(t) \quad (12)$$

여기서 $\Phi(\mathbf{q})$ 를 decoupling matrix 라고 하며, 입력-출력 선형화를 위한 충분 조건은 decoupling matrix 가 full rank 이면 된다. 새로운 상태 변수 \mathbf{z} 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{L}_t \mathbf{h}(\mathbf{q}) \\ \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{q}) \\ \Phi(\mathbf{q})\mathbf{v} \\ \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

이 시스템을 상태변수 \mathbf{z} 에 대해서 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} = z_2 \quad (14)$$

$$\dot{z}_2 = \dot{\Phi}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \Phi(\mathbf{q})\mathbf{u} \quad (15)$$

$$\dot{z}_3 = \mathbf{J}_z \mathbf{S} \mathbf{v} = \mathbf{J}_z \mathbf{S} (\mathbf{J}_x \mathbf{S})^{-1} z_2 \quad (16)$$

이처럼 간략화 된 상태 변수에 대한 표현을 이용하여 다음과 같은 비선형 변환을 할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \Phi^{-1}(\mathbf{q})(\mathbf{v} - \dot{\Phi}(\mathbf{q})\mathbf{v}) \quad (17)$$

이것을 이용하여 입력-출력 선형화를 시키면 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = \mathbf{v}$$

$$\mathbf{y} = z_1$$

3. 능동 경로추종(Dynamic Path-Following)

이동로봇에 능동 경로 제어 이론을 적용하는 방법은 출력 벡터를 어떻게 정하느냐에 따라 크게 두 가지로 분류된다. 출력벡터를 시간에 대한 좌표계에서의 값으로 하면 궤적추적(trjectory tracking)이라 하고, 시간에 무관하게 경로를 나타내는 변수를 출력벡터로 하면 경로추종(path following)이라고 한다[2].

Sarkar 는 출력벡터를 이동로봇과 기준경로 사이의 최단거리와 이동로봇의 전진속도를 출력으로 하였다. 이 경우 입력 $h_1^d = 0$, $h_2^d = \text{constant}$ 라고 하면 이동로봇은 주어진 경로를

일정한 속도로 추종하게 된다. 하지만 이러한 경우 h_1 값이 커질 경우 기준경로를 추종하지 못하게 된다[그림 2].

이러한 문제를 해결하기 위해서 경로 관측기를 이용한 가상경로를 설정하는 알고리즘을 제안한다. 이 방법에 대한 기하학적 방법은 다음과 같다. 여기서

δ : locally stability 가 만족하는 임의의 값
 γ : 허용 거리 오차

이다.

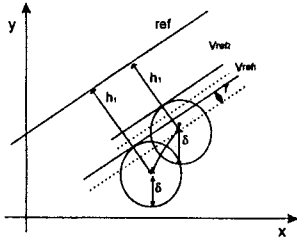


그림 1. 경로 관측기의 기하학적 구조

직선경로에 대해서 능동 경로추종을 생각하면 출력벡터는 다음과 같다.

$$h_1(q) = \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (18)$$

$$h_2(v) = \dot{x}_c \cos \phi + \dot{y}_c \sin \phi = r(v_1 + v_2) / 2 \quad (19)$$

여기서 최단거리를 기준경로의 위쪽과 아래쪽을 구분하기 위해 식(19)와 같은 근사식을 사용한다. 직선 경로에 대해서 경로관측기(Path-Observer)가 추가 되면 가상 경로 궤적은 다음과 같다.

$$h_1 > \delta : Ax + By + C + \sqrt{2B}(h_1 - \delta) = 0$$

$$C' = C + \sqrt{2B}(h_1 - \delta)$$

$$h_1 < -\delta : Ax + By + C + \sqrt{2B}(h_1 + \delta) = 0$$

$$C' = C + \sqrt{2B}(h_1 + \delta)$$

이 경우 식(19)의 C 는 C' 가 된다. 이처럼 가상 기준 경로는 직선의 경우 C 를 C' 로 바꾸는 것만으로 된다.

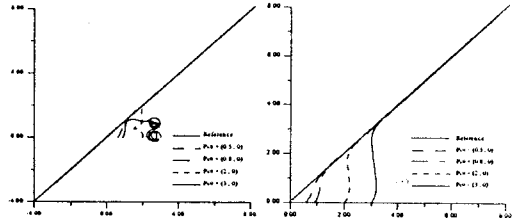
[그림 2]와 [그림 3]에서 이에 경로관측기를 사용하지 않은 경우와 사용한 경우에 대한 모의실험결과를 보여준다. 여기서 P_{∞} 는 이동로봇 무게중심의 초기위치이다. 그리고 이에 해당하는 이동로봇의 각 바퀴의 속도를 [그림 4]와 [그림 5]에 써 보인다. 경로관측기가 없는 경우는 바퀴의 속도가 갑자기 커지는 경우를 볼 수 있다. 이러한 경우, 실제로 입력된 기준 속도에 비해서 순간 속도가 커지게 되므로 바람직 하지 않다.

제 4 장 결론 및 연구 방향

본 논문에서는 차륜형 이동로봇의 능동 경로추종의 문제에서 위치 오차가 클 경우, 기준경로를 추종하지 못하는 경우에 대한 대안으로써, 경로관측기를 이용하여 위치오차가

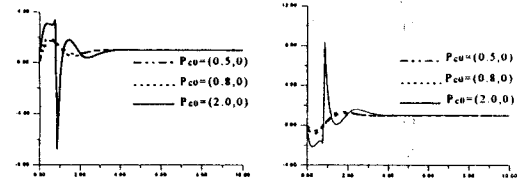
안정성이 만족되는 범위를 벗어날 경우 가상경로를 만들어 이것을 쫓아가게 하는 방법으로 이러한 문제를 해결하였다. 모의실험 결과 위치오차가 큰 경우에도 기준경로를 추종할 수 있음을 보였다.

앞으로, 안정성이 만족되는 범위를 정하는 방법에 대한 더 많은 연구가 이루어져야 할 것이다.



[그림 2] 경로관측기가 없는 경우

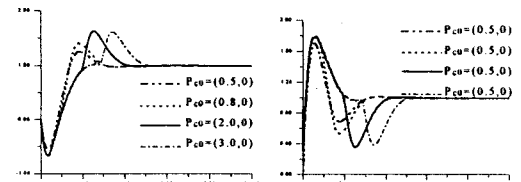
[그림 3] 경로관측기가 있는 경우



(a) left wheel velocity

(b) right wheel velocity

[그림 4] 경로관측기가 없는 경우의 바퀴의 속도



(a) left wheel velocity

(b) right wheel velocity

[그림 5] 경로관측기가 있는 경우의 바퀴의 속도

참 고 문 헌

- [1] Guy Campion, Georges Bastin, and Brigitte D'Andrea-Novet, "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots", in IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 12, NO. 1, pp. 47-62, February 1996.
- [2] Nilanjan Sarkar, Xiaoping Yun, and Vijay Kumar, "Control of Mechanical Systems With Rolling Constraints : Application to Dynamic Control of Mobile Robots", The International Journal of Robotics Research, vol. 13, No. 1, February 1994, pp. 55-69
- [3] Richard M. Murray, Zexiang Li, and S. Shankar Sastry, "A Mathematical Introduction to ROBOTIC MANIPULATION", 1994 by CRC Press, Inc.
- [4] Jean-Jacques E. Slotine, and Weiping Li, "APPLIED NONLINEAR CONTROL", 1991 by Prentice-Hall, Inc.
- [5] Isidori, C. H. Moog, and A. De Luca, "A Sufficient Condition for Full Linearization via Dynamic State Feedback", Proceedings of 25th Conference on Decision and Control, Athens, Greece, December 1986.