

---

---

## Pupil's Mathematical development

---

---

Valery Gusev (Russia)

We often speak of mysteries of qualities of children : abilities common and special mathematical in particular / inborn inclinations, talent, mathematical development, intellect, thinking in general and mathematical thinking in particular etc. And it is necessary to state that we know little of these complicated categories as a whole and concerning mathematical education.

Besides this, there is a great problem of personality : how it is molded, what impact mathematical education has on personality moulding. And the main problem connected with the topic of the seminar is how to determine degrees of personality endowments concerning to mathematical activity, how these degrees show themselves and, what is most important, how to teach mathematics considering these degrees.

We have some solutions of these questions. But they are problems of world scale and we can solve them only together.

Let us discuss some of fundamental issues.

### 1. The aims of mathematical education

This problem intrigued a lot of great mathematicians, and teachers. But there are not so many fundamental works in this sphere. In Russia these aims were raised especially high, because school was working on the same programme for everybody and having one textbook for all schools in Russia and even in the U.S.S.R. It is necessary to mention that there were some exceptions for elitarian mathematical schools in main universities, where really talented for mathematics children were educated and in those schools a lot of famous scientists - mathematicians were teaching, and they taught mathematics on their individual positions / it was noticed that in these schools everything was taught what the

teacher knew and could / At present, when specialization in schools became total and such approach is not justified because the pupils have quite different preparation and rather lower degree of mathematical abilities. Besides this, there are a lot of profiles / humanitarian, technical, economical, artistic etc. / where aims of education are quite different.

We'll give our classification of mathematical education which appeared as a result of points of views of great mathematicians and teachers of the world where it is clear that the main component of the aims of mathematical education is a common development of the pupil personality, we are always thrust a point of view that the main point is mathematical knowledge and skills, yes, that is true, but the main point is the effect of mathematical education which gives a person an opportunity to think to have his own live position and to orient in surrounding sphere.

## 2. Mathematical abilities

This is a vast sphere of cognition as a personality and inter independence of personality development and mathematical development. For the first time twenty years ago Krutetsky's book " Psychology of pupils' mathematical abilities "(1968) appeared in Russia. Unfortunately this research stopped and only now these problems are tackled again.

All this means that if the theory of abilities in psychology itself is actively researched, but in concrete sciences and in mathematical education in particular it is almost not researched. It is clear that each mathematics teacher has his own notion are rather subjective and have no scientific base.

We'll mention only three main approaches to comprehension of abilities and mathematical abilities in particular : abilities are always connected with a definite kind of activity ; the notion of abilities should be connected with the notion of development ; abilities exist and are developed.

These positions and many other approaches of psychologists are interesting. But they are not developed concerning mathematical activity and in the contexts of these approaches there are many questions especially for mathematicians. There in an interesting conformity in

this traditionally (especially in Russia). Parameters of mathematical abilities have a great intersection with the aims of these intersections but the point is that there is no practical understanding of degrees of abilities and development. That is why the aims of common mathematical education have great intersection with parameters of mathematical abilities.

We'll give our classification of parameters of pupils' mathematical abilities.

### 3. Mathematical thinking

Mathematicians seem to understand well the essence of mathematical thinking. But this is not so, because there are no practically clear and useful works in this sphere. This can be explained by the fact that the problems of thinking and development of thinking are complicated and not well studied yet. But it's impossible not to notice a great importance of some researches made by psychologists for example in Russia (S.L. Rubinstein, L.S. Vygotsky, A.N. Leontev and others). These researches influenced us greatly.

We'll again enumerate several positions connected with thinking in general. The process of thinking is first of all the process of analysis and synthesis of the matters received by analysis.

Initial mechanism of thinking is analysis through synthesis.

All other methods of thinking are derivatives from analysis and synthesis.

While studying these positions we came to the conclusion that, in the first place, all mentioned above is indissolubly connected with mathematical activity with mathematical development, in the second place, we do not govern well the contents of these processes as the methods of their moulding and development.

We shall give main results which we received.

---

---

## 학생들의 수학 능력의 개발

---

---

Valery Gusev (러시아)

우리는 자주 어린이들의 신비로운 능력에 대해 얘기한다. : 보편적 능력과 특별한 능력 / 특히 수학적 능력 / 천부적인 경향, 능력, 수학의 발달, 지성, 보편적 사고와 특히 수학적 사고 등등, 그리고 우리는 이런 복잡한 범주를 전체적으로 알지 못하면서 수학교육에 대해 걱정하고 있다는 점을 언급할 필요가 있다.

이외에도, 어떻게 인성이 형성되는지, 수학교육이 인성형성에 어떤 효과를 주는지 등의 인성에 대한 큰 의문점이 있다. 세미나의 주제와 관련된 의문점은 수학활동에 대한 인성 기여도를 어떻게 결정하느냐이며, 더 중요한 것은 어떻게 이런 정도를 고려하여 수학을 가르치느냐 하는 것이다.

우리는 이런 의문점에 대한 해답을 가지고 있다. 그러나, 이것들은 세계 수준의 문제점들이며, 우리들은 힘을 합해야만 풀어 나갈 수 있다.

근본적인 이슈에 대해 토론해 보자.

### 1. 수학교육의 목표

이 문제는 상당한 수의 수학자들과 선생들의 호기심을 자극해 왔다. 그러나, 이 방면에는 근본적인 작업이 그다지 많지 않다. 러시아에서는 이러한 목표들이 특히 중요하게 거론되었었다. 왜냐하면, 학교는 모든 사람들에 대해 같은 프로그램을 바탕으로 운영이 되었고, 러시아에 있는 모든 학교와 심지어는 소련에 있는 학교들도 한가지 교과서밖에 사용하지 않았다. 예외적으로, 몇몇 주요 대학은 초등수학 학교가 있었다는 점을 언급할 필요가 있는데 여기에서는 정말 수학적으로 재능이 있는 어린이들이 교육을 받았고, 많은 과학자들(수학자들) 이 강의를 하고 있었다. 그 수학자들은 개인의 입장에서 수학을 가르쳤다. 이런 학교에서는 선생이 아는 것과 할 수 있는 모든 것을 학생들이 배울 수 있었다는 게 명백했다. 현재는 학교의 전문화가 전체적으로 확산되고 있지만, 학생들이 준비해야 할 방면이 틀리며, 수학적 능력이 다소 낮은 이유로

이러한 접근이 정당화 되지 않는다. 게다가 교육의 목적이 다른 여러 가지 분야에 너무나 많은 박애적, 기술적, 경제적, 예술적인 프로필(인물)이 존재한다.

우리는 수학교육의 주 요소가 학생 인성의 보편적 발달임이 명백한 이 땅에서 세계의 수학자와 선생들의 견해의 결과로 나타나는 우리의 수학교육에 대한 분류를 전하려 한다. 우리는 항상 요점이 수학적 지식이라는 견해에 까지 이끌이 가고 있다. 그렇다. 그것은 사실이다. 하지만, 중요한 점은 한 인간에게 생각할 기회와 자신만의 삶의 위치와 주변 환경에서 창조할 수 있는 기회를 주는 것은 수학교육의 효과라는 것이다.

## 2. 수학적 능력

이것은 인성으로서 그리고 인성발달과 수학적 발달의 상호 독립성으로 인지되는 방대한 영역이다. 20년전 처음으로 Krutetschky의 “학생들의 수학 능력에 대한 심리학(1968)” 이란 책이 러시아에 등장하였다. 불행히도 이 연구는 중단되었지만 최근에 와서야 이런 문제점들이 다시 논쟁의 대상이 되었다.

이 모든 것이 의미하는 것은 심리학적 측면에서의 능력의 법칙 자체는 활발히 조사되고 있지만, 구체적인 과학적 측면에서는 특히 수학교육에 있어서는 거의 조사되지 않았다는 것이다. 수학 선생 개개인이 가지고 있는 인지는 다소 주관적이며, 어떠한 과학적 근거도 없다는게 명백하게 드러난다.

우리는 능력의 이해와 수학 능력에 대한 세가지 접근법만을 언급하고자 한다 : 능력은 항상 구체적 종류의 활동과 연관된다 ; 능력의 인식은 발달의 의식과 연관되어야만 한다 ; 능력은 존재하며 개발된다.

이러한 위치(관점)와 심리학자들의 많은 접근법은 매우 흥미롭다. 그러나 이런 접근법들은 수학활동에 기인해서 개발되는 게 아니며, 이런 접근법에 관계한 많은 의문점 - 특히 수학에 관한이 있다. 수학능력의 척도는 수학교육의 목적과 교차되는 점이 많다.

우리는 이미 이러한 교차점들의 근원에 대해 언급하였지만, 요점은 능력과 발달의 정도에 대한 실제적인 이해가 결여되었다는 것이다. 이것이 바로 보편적인 수학교육의 목적이 수학능력의 척도와 교차가 되는 이유이다.

### 3. 수학적 사고

수학자들은 수학적 사고의 본질에 대해 잘 이해하고 있는 것처럼 보인다. 하지만, 이는 틀린 생각이다. 왜냐하면, 이 분야에서의 실질적으로 명백하고 유용한 작업이 없기 때문이다. 이는 사고와 사고 발달의 문제점은 복잡하고, 아직 잘 연구되지 못했다는 사실로 설명할 수 있다. 그러나 심리학자들의 어떤 연구조사가 가지고 있는 중요성을 간과할 수 없다. (러시아의 예를 든다면 S.L. Rubinstein, L.S. Begotsky, A.N. Leonter 등) 이런 연구는 우리에게 커다란 영향을 미쳤다.

우리는 다시 전반적인 사고와 연관되는 여러 조건에 대해 다시 열거하고자 한다. 사고의 전개는 우선 분석과 분석에 의해 얻게되는 합성의 전개이다. 사고의 초기 메카니즘은 통합체를 통한 분석이다. 다른 모든 사고의 방식은 분석과 합성에서 연유된다.

이런 관점들을 연구하는 동안 우리는 첫째로 이제까지 언급되어온 모든 것은 확고하게 수학적 활동, 수학적 개발과 연관되었다는 결론에 이른다. 그리고 둘째로, 우리는 이런 과정의 내용을 수학 능력의 형성과 개발의 방식으로서 잘 다루고 있지 않다는 결론에 이른다.

우리가 얻어낸 주요한 결과를 전할 것이다.