새수학 이후의 세계적인 교육과정 개혁의 흐름과 최근 동향

김수환 (청주교육대학교)

1. 서 론

Kilpatrick(1995)은 "Curriculum change locally and globally"에서, 세계적인 교육과정 개혁 운동이 일어나고 있지만, 학교 현장에서의 변화가 없는 개혁은 의미가 없음을 강조하였다. 대양의 거센 파도와 해저의 평온함에 비추어 생각해본다면, 교육에서도 학교 현장의 변화가 없는 개혁이란 무용지물인 셈이다(김수환, 1995). 그런데, 이제 6차 교육과정에 의한 새로운 교과서의 개발 작업이 한창 진행중인 마당에 이미 7차 교육과정의 총론이 개발 중이며, 올 10월부터는 각 교과별 각론 개발에 착수하기로 일정이 짜여져 있다고 한다. 수학의 경우에는 초등학교 1학년부터 고등학교 1학년까지의 10년간에 걸쳐 15단계 정도의 '단계형 수준별 교육과정'을 도입하여 학생의 능력에 따라 교수/학습이 이루어질 수 있고 고등학교 2-3학년 기간에는 많은 선택 교과를 개설하는 학생 중심의 신교육과정을 개발하고자 한다는 것이다. 따라서, 본고에서는 새수학 이후의 세계적인 교육과정 개혁 운동의 과정과 아울러 최근의 세계 각국의 동향을 살펴봄으로써 우리의 교육과정 개혁의 시사점을 얻고자 한다.

2.. 새수학 이후의 수학 교육과정의 세계적인 발달의 과정

수학 교육과정은 요즈음의 '평가요목'에 해당하는 교수요목기를 거쳐, 1950-60년대에 세계적인 교육과정 사업들이 일어났다. 호오손, 카이텔과 킬패트릭(1981)은 1970년대의 수학 교육과정 발달의 과정과 내용을 분석하였으며, 이 연구에서 그들은 수학 교육과정에 대한 다섯 가지의 다른 접근 방법들을 확인하였다(Bishop, 1988; 김수환, 1996)).

첫째, 행동주의자 접근 방법은 계열화 학습을 위한 상세한 단계별 절차로 귀결되는 어떤 내용 영역의 '과제 분석'에 의하여 학습의 개선을 지향하는 것이었다. 가네가 주요한 '이론'의 제공자로 인용되며, 이러한 접근 방법의 예가 되는

사업으로는 IPI(Individually Prescribed Instruction)와 IMU(Individualised Mathematics Instruction) 프로젝트가 있다. IPI는 피츠버그 대학의 학습 연구 발전 본부(LRDC)에서 개발된 수학 프로그램으로, 새수학의 내용이 도입되자 행동주의자들이 그들의 학습 이론과 새수학 사이의 개념적 연결을 짓기 위하여 시도한 프로젝트이다 IMU(Individualiserad Mathematik Undervisning)는 1963-1972에 걸친 스웨덴 교육부가 주관한 프로젝트이다. 이는 7, 8학년 학생들을 대상으로 전통적인 수업에 대한 완전히 개별화된 수업의 효과 분석 연구로 유럽 각국의 관심을 불러일으켰다 (Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981).

둘째, 새수학 접근 방법은 "구조적 중요성들을 강조하기 위하여 재조직되어 매우 엄밀하고 확정적인 언어로 제시된 수학의 체계적인 기술"로 특성화할 수 있다. 또한 "부르바키학파의 기본적인 원리인 공리들로부터의 내용의 연역적 추론 역시 수학의 교수에 중심이 되었다." Royaumont의 OEEC 세미나에서의 듀돈네(1961)의 연설은 이러한 접근 방법에 이론적 추진력을 제공하는 것으로 인용되며, SMSG(School Mathematics Study Group)와 SMP(School Mathematics Project)는 이러한 접근 방법과 연휴한 예들로써 제공되었다. 앞으로 수학자가 될 준비와 체계적인 접근 방법을 강조함으로써 수학 교육의 목적에는 부적합한 것이다. SMSG는 1958년 새수학의 연구-개발-보급을 위하여 미국의 주요 대학의 수학자들로 구성된 연구 집단의 주관하에 유치원부터 12개 학년 전체 수준에 대한 광범위한 새수학 프로그램을 제공한 최초의 프로젝트였다. 결과물은 15개 국어로 번역되어 보급될 정도로 성공적이었다고 할 수 있으나 다른 나라에는 여러 가지 문제점을 낳기도 하였다. SMP는 새수학의 영향으로 영국에서 1961년에 시작된 프로젝트로 개발된 자료들은 영국의 50% 이상의 중학교에서 이용되었다. 이 과정에는 그램머 스쿨에 입학할 학생들을 위하여 선형대수와 변환기하 등이 도입되었지만, 주요 목적은 대학생을 위한 준비가 아니라 현대 기술 사회에서 수학을 응용할 수 있도록 하기 위한 것이었다. 또한 이는 산업체의 자금 지원에 의한 것이었으므로 컴퓨터 수학, 통계, 확률, 선형 계획 등 광범위한 응용성에 주안점을 두었다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981).

세째, 구조주의자 접근 방법은 다음과 같이 브루너와 딘즈의 이론들에 근거를 두고 있다: "브루너의 이론으로 보면 그는 과학의 구조들은 학습의 과정을 최적의 방법으로 증진시키는 데 적합하다는 주장을 도출하고 있다. 따라서 그것은 과

학적인 교과의 구조에 대한 교육과정의 개혁을 지향하는 노력들을 배후에서 정당화해주고 있다." 비록 딘즈의 연구가 여러 가지의 다른 형태로 나타나고 다른 사업들에서 간접적으로 나타나기는 할 지라도, 이러한 접근 방법의 예로써 인용할 수 있는 것은 CSMP(Comprehensive School Mathematics Project)이다. 1963년 미국의 캠브리지 회의에서 미국의 수학 교육과정 개혁과 관련된 많은 사람들이 모여 장기 개혁 프로그램의 방향을 정립하였다. CSMP는 '나선형' 교육과정에 기초를 둔 것으로 가령, 1학년 2학기 28차시에 이용되기로 되어 있는 '음의 정수' 도입을 위한 Eli의 '마술콩' 이야기는 잘 알려진 사례이다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981). 수학이 어떤 구조적인 형태를 가진다는 사실은 흥미롭지만, 앞의 접근 방법에서와 같이 수학의 '내적' 구조 만이 교육과정의 성격을 결정지어야 하는 것은 아니다.

네째, 구성적인 접근 방법은 특정한 학교의 교과목과는 무관하게 형성된다고 한다. 그것은 다음과 같은 두 가지의 가정들에 근거를 두고 있다. 첫째, 학교 교육은 학생에게 최적의 기본적인 인지능력과 정의적이고 동기를 부여하는 태도들을 제공하는 것을 목적으로 한다. 둘째, 이러한 요인들은 개성의 특성들로 설명될 수 있다. 이 교육과정의 목적은 "학습의 과정을 도입시키기는 하지만 그들을 결정짓지는 않는 것"이다. 주요한 지침을 제공한 이론가는 피아제이며, Madison Project와 Nuffield Maths Project들이 이러한 접근 방법의 예들이다. Madison Project는 미국의 교사 교육에 관련된 대학의 수학자들에 의해 이루어진 것으로, 어떻게 하면 흥미, 수학적 활동, 창의성, 발견 등이 잘 길러질 것인가를 탐구한 프로젝트였다. 그들의 연구 결과는 교사가 수업의 과정에서 중요한 역할을 하므로 교육과정 개발에서도 그래야 한다는 것이었다. 바로 이용할 수 있도록 만들어진 자료는 바람직한 변화를 가져오지 못하므로, 교사의 전문성 신장을 위하여 교사-토론과 교실 연구의 영화를 제작하기도 하였다. 또한 교사의 교실 활동을 고무시키려는 다양한 자료들도 제작되었다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981). Nuffield Maths Project는 구성주의 접근 방법과 관련된 가장 중요한 프로젝트로 1964년 영국에서 시작되어 영국 내외의 많은 국민학교에 영향을 주었다. 수학이 문제해결의 도구로서의 역할을 하는 학습 상황을 조성하려 하고, 수학이 이해와 설명의 유용하고 정확한 언어가 되는 의사소통을 권장함으로써, 이 프로젝트는 Madison 프로젝트와 유사성을 보인다. 이들간의 차이점이 있다면 목적의 차이라기보다는 이들 두

교육 체계가 발생한 교육 제도의 차이일 것이다. 영국의 개방적인 교육과정은 교실에 기초를 둔 교육과정 개발을 가능하게 하며, 교사의 참여로 학생 중심의 교육과정을 고무시켰다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981).

다섯째, 통합 교수 접근 방법은 "구성적인 것과 같은 인지적 · 이론적 기초를 갖고서 동시에 발전되었지만, 방법들에 관한 단순한 진술을 초월하여 내용상의 문제들을 고려한다." 호오손과 카이텔 그리고 킬패트릭은 이를 "실체로부터의 문제 영역들이 교수의 내용을 결정하는" 교육과정으로 설명하면서 "문제-해결과 학습 과정의 진척은 학생들 스스로가 통제할 수 있도록 하기 위하여 교육과정의 단위들은 어떤 문제로 통하는 길을 최대한 개방시켜 둘 수 있을 정도로 충분히 융통성이 있어야 한다."고 지적한다. 교과들 간의 차이가 없다는 것이 중요하며, 이러한 접근 방법의 예로는 USMES(Unified Science and Mathematics for Elementary Schools)와 MMP(Mathematics for Majority Project), MMCP('Continuation' Project)등이 있다. USMES는 1970년 미국의 뉴톤 교육 발전 본부(EDC)에서 수립되어 초등 과학과 수학의 통합을 위한 것이었다. 이는 Madison Project의 생각을 더욱 발전시킨 것으로 실생활의 문제해결에 의해 내용을 고려할 생각을 추가한 것이다. 이것이 Madison Project와 크게 다른 점은 결과물들이 주제별로 조직화되었다는 점이다. 이는 26개의 자료 패키지를 제공하고 있다. 모든 단원은 주변 생활로부터의 구체적인 문제들, 즉 '횡단보도', '일기예보' 등에 관하여 언급하고 있다. 그러나 이들은 위계적 순서, 즉 난이도에 따라 배열되어 있지는 않다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981). MMP와 MMCP는 수학, 환경, 물리학, 사회과학, 언어 등과 같은 다양한 특성들을 통합하고자 하는 영국의 프로젝트들이다. MMP는 1967년에 작업을 개시하여 Nuffield Project의 구성을 모델로 하여 교사용 지침만 제공하였다. 교실에서의 자료의 필요성에 의해 1971년에 MMCP가 설립되었다. 이 프로젝트는 작업 카드, 소책자, 모델, 테이프, 게임, 퍼즐 등을 포함하는 패키지로, '건축', '의사소통', '여행', '체육 오락' 등이 있다(Howson, Keitel, Kilpatrick, 1981).

이와는 달리, Bishop(1988)은 문화적 접근방법이 요구된다고 주장한다. 인류학적인 관점으로 볼 때, 문화란 '전체적인 삶의 방식'으로서의 총체적인 활동과 문화 유물로 볼 수 있다. 하지만, 문화란 지적 예술적 활동의 산물, 예술, 오락 등과 같이 단계적으로 좁혀서 생각할 수도 있다. 수학은 매우 탁월한 '인간의 추론 능력의 증폭기'로서 문화 발전의 중요한 원동력이었으며, 모든 문화에 존재한다. 일

반적으로, 수학적 문화란 '수학적 부분 문화' 또는 '문화의 수학적 요소'라 할 수 있으며, 보편적인 수학적 문화의 공분모라고 할 수 있는 구체적인 요소인 환경적인 활동으로서의 셈하기, 위치 잡기, 측정하기, 설계하기, 놀이, 설명하기 등과 아울러 좀 더 고유한 민속적 관점의 문화적 활동들에 깊이 내재된 각양 각색의 다양한 수학적 형태들을 포함하는 것(김수환, 1996) 으로 볼 수 있다. 수학 교육과정에 대한 문화적 접근 방법의 원리와 수학적 문화형성 교육과정의 요소를 살펴보면 다음과 같다.

1) 數學 敎育課程에 對한 文化的 接近 方法의 原理

첫째 원리는 象徵性(representativeness)으로, 수학 교육과정은 수학적 문화를 적절히 상징해야 한다는 것이다. 즉, 그것은 수학의 기호적인 기술 뿐 아니라 수학적 문화의 가치에도 주의를 기울여야 한다. '통합 교수' 접근 방법에서의 경우를 제외하면, 호오손, 카이텔, 킬패트릭의 분석의 어떤 곳에서도 그들에 관한 공개적인 언급은 없다. 많은 교육과정에서 증명이 실종될 위험에 처해 있다는 사실은 '合理性'에 대한 주의력의 결핍을 나타낸다. 수학 교육과정에서 창의적 · 혁신적 · 발견적 가능성이 줄어들고 있는 것은 '進步性'이 상대적으로 낮게 평가됨을 의미하는 것이며, 모든 학습자들이 경험할 수 있는 포괄성의 부족은 '開放性'이 그다지 중요한 가치로 부각되지 못하고 있음이다.

둘째 원리는 形式性(formality)으로, 수학 교육과정은 수학적 문화의 형식적인 수준을 대상화하여, 비 형식적인 수준들과의 연결을 보여주고, 또한 기술적인 수준으로의 입문을 제공해주어야 한다는 것이다. 가령, 그것은 어떤 문화적 현상으로서의 수학 뿐 아니라, 수학과 현실 사회간의 연결성을 반영해야 하며, 새 수학 접근 방법에서와 같이 교육과정이 기술적인 수준의 준비만을 위한 것으로 좁게 생각되어서는 안된다. 더우기 다른 문화의 수학적 생각들과의 관련이 쉽고 유력하게 될 수 있게 하는 것은 이 문화적 구조화를 통해서이다. 수학을 '다 문화적' 과목으로 나타내려고 하는 여러 교육자들이 겪는 어려움은 그들이 수학적 생각들에서의 유사성을 인식하기 위한 어떤 훌륭한 구조를 보편적으로 갖고 있지 못하다는 점이다. 교육과정을 여러 문화의 영향을 받게 하기 위해서는, 먼저 그것을 어떤 문화의 영향을 받게 하여야 한다.

세 번째 원리는 理解의 容易性(accessibility)으로 수학 교육과정은 모든 아동들이

이해하기 쉬워야 한다는 것이다. 수학적 내용에 대한 '위에서부터 아래까지 체계적으로 조직화된' 접근 방법은 이를 원하지 않거나 더 이상의 수학 공부를 할 수 없는 대다수의 학생들에게는 분명히 불이익을 준다. 수학 교육은 만인을 위한 것이어야 한다. 물론 개별 학생들이 그들의 흥미와 배경에 따라서는, 다른 학생들 보다 어떤 생각들을 더 깊이 추구할 기회들을 가질 필요는 있다.

네 번째의 원리는 說明力(explanatory power)으로, 어떤 현상에 대하여 설명할 수 있어야 한다는 것이다. 즉, 문화적 현상으로서의 수학은 풍부한 설명들의 원천이 된다. 설명력은 설명되어야 할 현상들을 모든 학생들이 이해할 수 있고, 그들이 알고 있지만, 아직 설명하지 않은 경우에만 전해질 수 있다. 환경은 물질적인 것(자연적인 것과 인공적인 것) 뿐 아니라 사회적인 것을 포함하여, 그러한 현상들의 원천이라는 점에서 '통합적인 교수' 접근 방법과의 공동의 관심사이다. 따라서 수학 교육과정은 어떤 면에서는 아동들의 환경과 사회에 기초를 둘 필요가 있다. 이것은 서로 다른 나라와 사회에서의 환경적·사회적 필요성의 차이를 반영한 다른 교육과정이 존재할 수 있음을 의미한다. 심지어 수학 교육과정에 대한 문화적 접근 방법에서도, 보편적으로 적용 가능한 교육과정을 기대할 이유가 없다. 마찬가지로, 어떤 두 학생이 그들 스스로의 선택과 개성의 결과로 다소 다른 교육과정을 경험해도 좋다.

다섯 번째 원리는 廣範圍性과 基礎性(broad and elementary)으로 설명력을 논리적으로 확장한 것이다. 수학적 문화 형성 교육과정은 상대적으로 좁고 '기술적인 요구'라기 보다는 상대적으로 광범위하고 그 개념에서 기초적인 것이어야 한다. 즉, 다양한 상황들이 제공되어야 한다. 왜냐하면 설명력은 그런 것 같지 않은 일군의 현상들을 연결짓는 수학의 능력으로부터 생기는 것으로 충분히 표현될 필요가 있기 때문이다. 특정한 알고리즘적인 적용의 한 예만 제공하는 것은 수학적 순수성을 보존할 수는 있겠지만, 설명하는 데는 도움이 되지 않는다. "그것은 무엇 때문에 하는가?"와 같은 학생들의 질문에 속수무책이다. 그들은 역시 수학이 그들을 위하여 무언가를 해주기를 원한다. 수학의 힘이 설명력에 있고 광범위한 현상들을 설명하는 것이라면 그 폭은 수학적 문화 형성 교육과정에 있어서 중요한 원리가 되어야 한다.

설명력과 상황의 폭이 학교 수학 교육의 중요한 목적이라고 한다면, 시간적 제약성으로 인하여 수학적 내용은 상대적으로 기초적인 것이어야 한다. 그렇다고 해서 학교 수학이 단지 빠른 사칙 계산이나 재미로 하는 수학 또는 유치한 게임들이어야 함을 의미하는 것은 아니다. 기초적인 수학은 수학을 어려운 정신 훈련으로 보기를

원하는 사람들이나 미래의 수학자들의 양성에만 관심이 있는 사람들에게 매력적인 명제일 필요는 없다. 그러나 '문화형성'이 목적이며, '설명'이 그 문화의 기호적인 기술의 힘이라면, 그 기술에서의 지나친 복잡성은 설명할 수가 없을 것이며 확신시키지 못할 것이다.

2) 數學的 文化 形成 敎育課程의 要素

문화 형성 교육과정의 지식의 틀은 주제들의 목록들을 규정하는 것은 아니며, 전적으로 과정 지향적인 것은 아니다. 즉, 문화적 접근 방법은 '구성적인' 방법 뿐 아니라 '통합 교수' 접근 방법과도 현저히 다르다. 거기에는 그 동안 발전되어온 중요한 기호화, 개념화와 가치들이 존재하며 이들을 어떤 방식으로건 구체적으로 교육과정에 재현하는 것이 중요하다.

수학적 문화 형성 교육과정에는 개념 중심의 기호적 요소, 탐구 중심의 문화적 요소, 프로젝트 중심의 사회적 요소가 있다. 기호적 요소는 수학의 기호적인 技術에서의 중요한 설명적인 개념화들을 취급하며, 그것은 주로 '합리성'과 '객관성'의 가치들이 명료하게 탐구될 수 있도록 하는 것이다. 문화적 요소는 모든 문화들에 존재하는 현상으로서의 수학의 메타-개념을 예증하는 것과, '개방성'과 '신비성'의 주요한 가치들을 가진 수학적 문화의 技術的인 생각을 도입하는 것이다. 사회적 요소는 수학적 설명의 다양한 이용을 예증하는 것과, 이러한 이용과 함께 발전된 '통제성'과 '진보성'의 주요한 가치들을 예증하는 것이다.

가. 개념 중심의 기호적 요소

이 요소는 셈하기, 위치 잡기, 측정, 설계하기, 놀이, 설명하기 등 인간의 환경에 기초를 둔 '보편적인' 활동들을 중심으로 조직되어 있으며 그러한 활동들로부터 유래하는 기호적인 技術에 관한 것이다. 이러한 방식으로 이 요소를 구조화함으로써 중요한 수학적 생각들을 광범위하고 기초적으로 취급할 수 있다. 여섯 가지의 활동의 구조화는 또한 다른 문화의 수학적인 생각들과의 대조와 유사성들이 재현될 수 있게 해준다. 그것이 수 체계, 기하학적 언어, 방향성, 형태와 디자인, 게임, 측정 또는 현상의 분류와 관련되어 있건, 다른 문화들의 자료들의 이용은 유력한 교육과정 보조물이다. 개념 중심의 기호적 요소(Bishop, 1988)는 다음 <표 1>과 같이 정리할 수 있다.

<표 1> 수학적 문화 형성 교육과정의 기호적 요소

개념 / 활동	보편적인 수학적 활동으로부터 유래하는 기호적 기술인 수학적 개념의 세분화
셈하기	量 記號(each, some, many, none), 형용사적인 수 이름, 손가락과 신체 셈하기, 부신 수, 자릿값, 0, 십진 기수, 수의 연산, 조합론, 정확성, 어림셈, 오차, 분수, 소수, 양수, 음수, 무한대, 무한소, 극한, 수의 패턴, 거듭제곱, 수 관계, 유향, 다이어그램, 대수적 표상, 사건, 확률, 도수 표현
위치잡기	전치사, 경로 기술, 환경적인 방위, 동·서·남·북, 나침반 방위, 상/하, 좌/우, 전/후, 여행(거리), 직선과 곡선, 회전각, 방위 체계: 극좌표계, 2D/3D, 좌표계, 독도법, 위도(씨줄)/경도(날줄), 자취, 연계, 원, 타원, 벡터, 나선형
측정하기	비교급의 한정어(faster, thinner), 순서, 질, 단위의 정확도, 어림셈 단위의 발전(heavy-heaviest-weight), 길이, 넓이, 부피, 시간, 온도 무게, 전통적인 단위, 표준 단위, 단위 체계(거리), 돈, 복합적인 단위
설계하기	설계, 추상화, 형태, 형식, 미학, 형식의 성질에 의해 비교되는 대상들, 대·소, 닮음, 합동, 형태의 성질, 공통의 기하학적인 형태들 도형과 입체, Nets, 겉넓이, Tesselation, 대칭, 비율, 비, 축척-모델의 확대, 형태의 정밀성
놀이	게임, 장난, 퍼즐, 역설, 모델링, 가상의 실체, 규칙이 정해진 활동 가설적인 추론, 절차, 계획 전략, 협동 놀이, 경쟁 놀이, 혼자서 하는 놀이, 기회, 예측
설명하기	닮음, 분류, 관습, 대상들을 위계적으로 분류하기, 줄거리 설명, 논리적 연결사, 언어적 설명(논증, 증명), 기호적 설명(방정식, 부등식, 알고리즘, 함수), 도형적 설명(그래프, 다이어그램, 도표, 행렬), 수학적 모델링, 준거(내적 타당도, 외적 일반화 가능성)

교육과정에서 개념은 지식의 틀을 제공하는 구성적인 것이므로 중요한 관심사이다. 따라서 개념은 풍부한 환경적 상황들에서의 활동들을 통하여 접근되어야 하며, 그 수학적 의미, 논리와 연결성에 대하여 탐구되어야 한다. 또한 그 개념의 설명력을 예증하고 타당화하기 위하여 다른 상황들에 일반화되어야 한다.

나. 탐구 중심의 문화적 요소

기호적 요소와 사회적 요소가 어떤 수학적 생각들이 알 가치가 있는 것이며, 어떻게 이용되는가에 관한 것이라면, 문화적 요소는 어떻게 또는 왜 이러한 생각들이 생겨났는가 하는 수학적 생각의 발생과 본질에 관한 것이다. 따라서 이 요소는 문화로서의 수학의 본질을 입증해주기 위한 것으로, 수학적 생각들의 발견과 수학자들의 추상화와의 관련에 대한 '신비성'에 의한 부정적인 정서를 없애고 '개방성'의 가치를 탐구하도록 하기 위한 의도적인 도구이다. 따라서, 가능한 범위 내에서 어린 학습자를 꼬마 수학자로서의 기술적인 수학적 문화에 입문시키는 것도 그 한 목적이다.

또한 사회적 요소에서와 같이, 여기서도 전형적인 예제들을 구현해 주어야 한다. 탐구는 개인적으로 또는 소집단으로 수행하되 수학적 연구의 한 단편이므로 수학자들의 어떤 활동들을 모방하는 것으로 볼 수 있다. 탐구는 두 가지 단계로 나눌 수 있는데, 첫째는 창의적인 단계로 수학적 생각들을 탐색하고 분석하고 개발하는 단계이며, 둘째는 첫 단계의 활동을 보고하는 단계이다. 첫째가 '실험'이라고 한다면, 둘째는 실험 결과의 보고와 반성이라 할 수 있다.

탐구의 성공 여부는 교사의 역할에 달려 있다. 교사는 아동에게 적절한 수준에서 문제 상황을 제시하고, 아동이 탐구를 성과 있게 진전시킬 수 있도록 도와주어야 한다. 또한 탐구의 중요한 본질은 고정된 목표가 없다는 것이다. 즉, 항상 탐구의 방향이나 가정을 바꾸거나 다른 문제에 도전할 수도 있다. 개인적 목표를 충족시키기 위해서, 어떤 학생은 다른 학생보다 더 깊이 있게 탐구하여 수학자의 길로 입문할 수도 있다.

다음 <표 2>는 Bishop(1988)의 예시적인 탐구 주제들이다.

<표 2> 수학적 문화 형성 교육과정의 문화적 요소

상세화 구분	문화적 요소로서의 구체적인 탐구 주제
다른 문화의 탐구 자료	신체를 이용한 수 세기, 손가락 셈, 혼합 기수법, 다른 문화권에서의 지도, 순환 달력, 양탄자나 베짜는 패턴, 바구니 만드는법, (옛 페루인의) 結繩문자, 주산, Gnomons(평행사변형에서 그 한 각을 포함한 닮은 꼴을 떼어낸 나머지 부분)과 해시계, 신체를 이용한 측정(예:腕尺-팔꿈치에서 가운데 손가락 끝 까지의 길이, 약 46-56 cm), 이슬람의 타일링 디자인, 장기 게임 분석
공통적인 탐구 자료	형상수(삼각수, 사각수 등), 피타고라스 정리의 다른 증명 방법, 원추 곡선, π값의 근사값, 피보나치 수, 계산자, 실험적 확률, 파스칼의 삼각형, 네이피어의 뼈, 홀수와 짝수, 현재 사회에 존재하는 옛날의 측정법, 마방진

다. 프로젝트 중심의 사회적 요소

사회에서 수학의 가치를 중요한 것으로 인식시키기 위하여, 과거, 현재, 미래 사회를 통한 수학의 이용을 깊이 생각할 수 있게 해야 한다. 이를 위해서는 중요한 개념적 요소를 '취급'하는 정도로는 부족하고, 지식 발달의 역사와 미래에 관한 전형적인 예제를 '구현'하는 프로젝트가 필요하다. 그것은 학생 개인이나 소집단 활동에 의해 1-2 주일에 걸쳐 실시해도 무방하나, 학습자의 관심과 능력에 따라 그 강조 점은 다를 수 있으며 교사의 지도하에 수행하도록 할 수 있다.

프로젝트 교수법은 중요한 방법임이 이미 알려져 있으며, 어떤 의미로는 1920년대 미국에서의 듀이의 생각과 결부되어 있다는 점에서 전혀 새로운 것은 아니다. 그러나, 오늘날의 수학 교육에서는 이 방법이 널리 이용되지 못하고 있다. 그것은 순수한 수학 교육에서 제공할 것이 너무 많다는 이유로 프로젝트 교수법을 소홀히 하고 있는 것이라 보여진다. 다음 <표 3>은 예시적인 프로젝트 주제이다(Bishop, 1988).

<표 3> 수학적 문화 형성 교육과정의 사회적 요소

프로젝트 / 사회구분	사회 구분에 따른 프로젝트의 예
과거 사회	나일강의 범람이 있은 후의 땅의 분배 일년의 시간적 길이 이집트의 피라미드 공사, 물시계와 모래시계, 옛날의 항해 기법, 풍수지리와 그 증거, 행성의 운동, 점성술의 과학 대포의 정확도 개선, 회화의 원근법, 數秘學과 수의 매력 암호와 암호 해독, 건축에서의 황금비, 무게를 재는 기법 음악의 화성학과 양식, 예술과 수학간의 관계 변화 자동화와 수학적 가치의 확산, 천문고고학적 티와 그 중요성
현재 사회	괘종 시계와 손목 시계, 스포츠 시합, 차량 구매, 생명 보험 건축 설계, 기어와 풀리, 연안 항해, 인간의 달 착륙, 지도 제작, 카지노 도박 게임, 신도시 계획, 일기 예보, 현미경과 망원경, 패키지 투어, 전쟁 게임과 시뮬레이션, 컴퓨터 연대 추정 컴퓨터 게임, 여론 조사
미래 사회	하루의 수업 시간, 교차로에서의 교통 소통의 개선-교통 신호등, 이상적인 대기 행렬의 길이, 외환 거래, 우주 여행 계획, 미래의 세계적인 가용 식량, 도심과 시골에서의 응급 병원의 위치, 국제적 경기 대회의 유치, 부모들이 자녀의 성을 선택하는 문제의 시사점, 로보트 공학과 삶의 질, 생활 수준의 비교

이러한 프로젝트 교수법의 장점은 다음과 같다. 첫째, 프로젝트는 어떤 특수한 상황에서 개인이 원하는 바의 깊이 있는 탐구를 할 수 있게 하므로, 보통의 수학 교육과정에서 빠진 부분을 개별화하여 개성에 맞게 가르칠 수 있다. 둘째, 실체를 해석하고 설명하는 데 있어서 수학적 접근 방법의 중요성에 관한 생각을 불러일으키는 다양한 자료를 이용할 수 있게 한다. 즉, 많은 서적, 영화, 비디오 자료들을 이용함으로써 수학적 생각과 가치들이 학교 교육과정의 다른 측면들과 연결될 수 있게 해준다. 셋째, 프로젝트에 관여함으로써 반영적 수준에서의 활동을 하게 된다. 사회적 상황을 연구・조사하고 수학적 생각과 특수한 상황과의 관계를 분석하도록 교사가 권장함으로써, 만약 수학이 사회에 제공하는 가치들이 그저 당연한 것으로 받아들여지는 것이 아니라고 한다면, 학습자는 꼭 필요한 비판적 분석의 과정을 시작할 수 있다.

3. 세계 각국의 수학 교육과정의 최근 동향

전세계가 냉전 논리에서 벗어나 무한 경쟁의 시대로 치닫으면서 나라마다 수학 교육에 노력을 집중하고 있다.

1) 미국

미국은 전미수학교사협의회인 NCTM에서 다음과 같은 작업들을 계속해왔으며, 각 주정부는 이를 토대로 한 각각의 교육과정을 보유하고 있다.

* 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준(NCTM, 1989)의 개발
* 교사의 수학 수업을 위한 전문가적 기준(NCTM, 1991)의 개발
* 학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준의 부록(NCTM, 1993)의 개발
  - 유치원에서 12학년에 이르기까지의 학년별, 내용의 영역별 활동 자료집
* 학교 수학을 위한 평가 기준(NCTM, 1995)의 개발

여기서 그들은 고도의 정보화 사회로 규정할 수 있는 21세기의 사회적 요구에 부응하여 모든 학생들이 수학적 위력을 사회에서 실현할 수 있게 하려는 의도에서 출발하여, 학교의 성격을 문화 유산을 후진에게 전달하는 사회적 기능과 학생들에게 자아 실현의 기회를 제공하는 기능 등으로 규명하면서 수학적 소양을 갖춘 근로자의 교육, 평생교육, 만인을 위한 수학교육, 정보화된 유권자의 교육 등과 같은 사회적 목표를 강조하고 있다. 뿐만 아니라 수학적 소양의 중요성을 반영한 학생을 위한 교육목표로서 수학의 가치를 느낄 수 있게 하며, 새로운 문제 상황을 해결하는 능력에 대한 자신감을 갖게하며, 수학적 문제 해결, 의사 소통, 추론 능력, 수학적 연결성 등을 강조하고 있다. 가령, 미국의 Arizona 주 교육부(1992)도 수학을 정적인 교과에서 동적인 과정으로 바꾸기 위한 교육과정을 만들고, 교수 전략의 재구조화, 모든 학생들의 수학적 소양 제고, 학생 평가를 학습 과정에 통합시키려는 등의 노력을 경주하고 있다.

2) 호주

* A National Statement on Mathematics for Australian Schools
  (AEC & CC, 1991)
* The Mathematics Curriculum and Teaching Program

(MCTP 1권, 2권)(Lovitt & Clarke, 1992)

* Mathematics-a curriculum profile for Australian schools(AEC & CC, 1994)

호주 수학 교육과정의 틀을 제공하는 성명서(statement)에도 수학의 학습은 사실, 개념, 일반화, 수학의 표준적인 모델과 절차 등과 같은 결과로서의 지식의 실체 뿐 아니라 이러한 결과들이 발전되고 응용되고 의사소통될 수 있게 해주는 과정으로서의 앎의 방식들인 수학적 사고 기능들을 포함하는 것(AEC, 1991)으로 규정하고 있다. 또한 호주의 학교 교육과정 profile-수학편(CC, 1994)에도 공간, 수, 측정, 대수의 요소들 이외에 조사(investigating), 추측(conjecturing), 문제해결 전략의 이용(using problem solving strategies), 적용하고 검증하는 것(applying and verifying), 수학적 언어의 사용(using mathematical language), 상황에서의 탐구(working in context) 등을 포함하는 수학적 활동(working mathematically)이 주요한 요소로 포함되어 있다.

호주 교육과정 profile에는 공간, 수, 측정, 대수의 요소들 이외에 수학적 활동 요소에 대하여 학생들이 다음과 같은 결과를 획득하도록 요구하고 있다.

<표 5> 호주 교육과정 profile에서의 수학적 활동

수학적 활동 \ 수준	1	2	3	4	5	6	7	8
조사하기	1.1 1.2		3.1		5.1		7.1	8.1
추측하기			3.2		5.2		7.2	8.2
문제해결 전략의 이용	1.3		3.3		5.3		7.3	8.3
적용과 증명	1.4		3.4		5.4		7.4	8.4
수학적 언어의 이용	1.5		3.5		5.5		7.5	8.5
상황 탐구	1.6		3.6		5.6		7.6	8.6

가령, 수학적 언어의 사용에 관하여는 다음과 같은 학습 결과를 기대한다.

1.5 수학적 생각들을 자연 언어로 이야기한다.

3.5 공간, 수, 측정, 확률・통계 등의 용어와 표기들을 그들 간에 비교하여 설명하는 것으로 통합한다.

5.5 대상과 관계들을 설명하고 결론들을 명료하게 보고하기 위하여 수학적 용어와 표기들을 신중히 이용한다.

7.5 수학적 활동에 대하여 분명하고 논리적인 근거들을 제공하는 데 도움이 되도록 하기 위하여 관습적인 수학적 언어를 사용한다.

8.5 문제를 풀고 주장을 간명하고 조리있고 관습적인 형태로 제시함에 있어서 수학적 표기를 유창하게 이용한다.

3) 뉴질랜드

뉴질랜드 수학 교육과정(MOE, 1992)의 성취 목표에도, 수, 측정, 기하, 대수, 통계 이외에 수학적 과정들(mathematical processes)을 포함시키고 있다. 그리고 학생들이 필수적으로 획득하여야 할 주요한 기능들로 의사소통 기능, 수의 분해 기능, 정보 기능, 문제해결 기능, 사회적 협동 기능, 연구 기능 등을 포함하고 있으면서, 수, 측정, 기하, 대수, 통계 등에 관한 구체적인 지식과 결부시켜 세 가지 기능들, 즉 수학적 생각들의 의사소통(communicating mathematical ideas), 논리와 추론의 개발(developing logic and reasoning) 문제해결(problem solving)을 학습하고 평가하도록 하고 있다.

<표 6> 뉴질랜드 교육과정에서의 수학적 과정

문제해결	수	측 정	기 하	대 수	통 계
논리와 추론의 개발	수	측 정	기 하	대 수	통 계
수학적 생각들의 의사소통	수	측 정	기 하	대 수	통 계

가령, 수학적 생각들의 의사소통에 대한 성취 목표와 제안된 학습 경험은 다음과 같다.

가. 성취 목표

1) 수학적 생각들을 설명하기 위하여 학생들 자신의 언어와 수학적 언어 그리고 다이어그램 등을 이용함(수준2-8)
2) 수학적 활동의 실행을 위하여 일련의 절차를 설계하고 따름(수준1-8)
3) 수학적 탐구 결과들의 기록과 토론(수준1)
4) 수학적 탐구 결과들을 조직화된 방식으로 기록하고 토론함(수준2-3)
5) 결론의 도출과 일반화에 도움이 되는 방법으로 정보를 기록함(수준4-8)

6) 수학적 탐구의 결과를 간명하고 조리있게 보고함(수준4-8)

나. 제안된 학습 경험

1) 말, 그림, 구체적 재료들에서의 기록(수준1-8)
   - 다이어그램(도표와 그래프)의 제시(수준2-8)
   - 기호를 적절히 이용함(수준2-8)
   - 자료를 표로 나타냄(수준4-8)
2) 수학적 생각과 결과들을 타인들에게 표현함(수준1-8)
   - 말과 그림으로 결과를 설명함(수준1-3)
   - 말과 다이어그램으로 보고함(수준2-8)
   - 지필 보고와 구두 보고(수준3-8)
   - 형식적인 수학적 언어로 보고함(수준5-8)
3) 논증의 설명, 토론, 표현(수준1-8)
   - 분명한 진술(수준1-8)
   - 논리적이고 간명한 진술과 연역적 추론(수준4-8)
4) 주의깊게 경청하고, 생각들을 일반화하고, 반성적 토론에 참여함으로써 집단의 구성원으로서 상호 협동적으로 연구함(수준1-8)

4) 영국

영국은 전통적으로 개방형 교육과정을 구비해오다가 1980년대 후반에 10수준의 수준별 국가교육과정을 마련하였다. 그러나, 그 단점들이 드러나 새로이 10수준을 8수준으로 정리하는 등 새로운 수정안을 만들어가고 있다.

개정된 영국의 국가 교육과정(DFE, 1995)의 수학과 내용은 학습 프로그램과 성취목표로 구성되어 있다. 첫째, 학습 프로그램의 개요를 살펴보면 다음 <표 7>과 같다.

<표 7> 영국 국가 교육과정의 학습 프로그램 개요

학습 프로그램 \ Key Stage		1	2	3	4
수학의 이용과 적용	문제 해결을 위한 의사 결정과 모니터링				
	수학적 의사소통				
	수학적 추론 기능의 증진				
수	자릿값의 이해와 수체계의 확장				
	수와 계산법 발달과의 관계의 이해와 적용				
	계산 기술과 관련된 문제의 해결				
	분류, 표현과 자료 해석				
대수	함수 관계의 이해와 적용				
	방정식과 공식의 이해와 적용				
모양 공간 측정	패턴과 모양의 성질에 대한 이해와 적용				
	위치와 운동의 성질들에 대한 이해와 적용				
	측정의 이해와 적용				
자료 처리	자료의 처리와 해석				
	확률의 계산과 추정				

여기서 사용되는 용어인 Key Stage는 5-16세의 아동들의 주요 발달 단계를 말하는 것으로, 우리 나라의 초·중·고등학교의 개념에 초등학교를 2단계로 나눈 것과 유사하다. 자료의 처리는 2단계 이상에서, 대수는 3단계 이상에서 취급하며, 4단계에서는 3단계에서 취급된 내용을 보다 깊이 취급한다. 그리고 특기할 것은 각 상세화된 내용들에 대한 기술에 앞서, 학습자들 실시하도록 제시한 도구의 활용이나 탐구 활동들을 명기하고 있다는 점이다.

둘째, 성취 목표(Attainment Target)를 보면, AT 1은 수학의 이용과 적용, AT 2는 수와 대수, AT 3은 모양, 공간과 측정, AT 4는 자료의 처리에 대하여 각각 8개의 수준과 아울러 예외적 성취로 기술하고 있다. 기술된 내용은 특정의 수준에 있는 학생들이 각 주요한 단계의 말에 특징적으로 보여주어야 할 성취의 유형과 범위를 묘사한 것으로, 학생들의 성취도가 어느 수준에 가장 잘 맞는가는 교사가 결정한다. 대부분의 학생들의 성취도는 1단계 말에는 1-3수준, 2단계에서는 2-5수준, 3단계에서는 3-7수준으

로 기록하도록 되어 있다. 수준 8은 매우 유능한 학생들에게 적용되는 것으로, 교사가 3단계에서 예외적인 성취를 이룬 학생을 차별화하기 쉽게 하기 위하여 수준 8 이상이라는 기술을 할 수 있다. 그러나 이러한 척도는 4단계에서는 적용하지 않는다. 다음 <표 8>은 주요 단계별 연령과 학년, 성취 수준 기록의 범위를 나타내는 표이다.

<표 8> AT1, AT2, AT3, AT4에 대한 각 단계별 성취 범위 수준

Key Stage	연 령	학 년	성취 수준 범위
1	5 - 7	1 - 2	1 - 3
2	7 - 11	3 - 6	2 - 5
3	11 - 14	7 - 9	3 - 7 또는 8 이상
4	14 - 16	10 - 11	

4. 맺음말

오늘날의 학교수학은 실용적 목표, 도야적 목표, 문화적 목표, 사회적 목표와 같은 4가지 목표를 지향하는 것으로, 명제의 체계라 할 수 있는 수학적 진리와 사회적 의사소통의 수단으로서의 잘 정비된 언어·기호(표기) 체계의 두 가지 측면을 가진다. 범세계적인 공통 언어로서의 수학은 물리학, 천문학, 고고학, 예술, 스포츠 등의 여러 가지 분야에 잘 이용되고 있으며, 우리의 일상 생활 중에도 잘 이용되고 있다. 이것이 학교에서 수학을 가르치고 학생들이 학습하는 이유이다. 이러한 점에 비추어 볼 때, 7차 수학교육과정은 다음과 같은 점에 유의하여 개발하여야 할 것이다.

첫째, 수학적 문화 형성을 목적으로 하여야 한다. 이는 수학교육의 문화적 관점을 도입하자는 것으로, 개념 중심의 기호적 요소, 탐구 중심의 문화적 요소, 프로젝트 중심의 사회적 요소들을 통하여 학습자들이 주어진 지식을 전수받는 것이 아니라 새로운 지식 체계를 형성해가도록 하자는 것이다. 이 때, 수학적 문화란 '수학적 부분 문화' 또는 '문화의 수학적 요소'라 할 수 있다. 이러한 수학적 문화의 형성을 위한 교육과정에는 보편적인 수학적 문화의 공분모라고 할 수 있는 구체적인 요소인 환경적인 활동으로서의 셈하기, 위치잡기, 측정하기, 설계하기, 놀이, 설명하기 등과 아울러 좀 더 고유한 민속적 관점의 문화적 활동들에 깊이 내재된 각양 각색의 다양한 수학적 형태들을 포함해야 할 것이다.

둘째, 수학 문화를 품고 있는 '환경적 요청'과 '수학 내적 요청'을 충족시킬 수 있어야 한다. 문화 발전의 중요한 원동력인 동시에 우리 문화의 통합적인 부분인 수학의 발전은 '환경적 요청'이나 '수학 내적 요청'에서 비롯된다고 볼 수 있다. 일상적인 도구로서의 수학적 활동들을 수학 교실에서 대상화할 수 있을 뿐 아니라 지적 호기심을 충족시킬 수 있는 것이어야 한다. 수학은 문화적 요청이라고도 할 수 있는 것으로서 수학에 외재한 문화로부터의 수학 발전의 동기부여를 말한다. 가령, 상업상의 목적으로부터의 자연수를 표현하기 위한 명수법 체계의 발전, 천문학자의 요구를 충족시키기 위한 삼각법의 발전, 시간에 따라 변하는 量을 연구하고 서로 의사소통하기 위한 천문학자와 물리학자들의 요구를 충족시키기 위한 미분학의 발전 등을 들 수 있다. 수학 내적 압력은 수학자의 지적 호기심에 의한 것으로 수학 자체로부터의 동기부여를 의미한다. 수학의 많은 부분은 어떤 실용성의 전제 없이 지적 호기심으로부터 발전되었다. 가령, 허수는 삼차방정식의 근을 구하는 과정에서 의미를 부여하기 위하여 실현되었다. 이처럼 새로운 수학적 생각은 가끔 그 응용성에 대한 생각 없이도 발전되지만, 그것이 과학적, 기술적, 경제적으로 엄청난 이익을 가져다 주는 것으로 판명되기도 한다. 암호화의 바탕이 되는 유한체론의 경우도 그렇다.

셋째, 고도의 정보화 사회의 '환경적 요청'의 일환으로서의 계산기와 컴퓨터의 활용이 구현될 수 있어야 한다. 가령, 영국의 국가 교육과정과 교과서, 미국의 Addenda Series(NCTM, 1993) 등에는 Logo 프로그래밍 활동이 포함되어 있으며, 특히, 도형 영역에서의 이 활동의 효과를 입증하는 많은 연구물들이 나와 있는 실정이다.

넷째, 수, 연산, 도형, 관계, 측도 등의 내용 뿐 아니라, 가칭, '수학의 이용과 적용(수학적 의사소통, 문제해결, 추론, 연결성)'을 내용과 동일한 범주에 포함시켜, 내용 뿐 아니라 과정을 중시하는 체계를 설정할 필요가 있다. 이는 미국이나, 영국, 호주 등의 교육과정에서도 발견할 수 있을 뿐 아니라, 수학적 활동과 의사소통 등을 강조하는 문화적 요청이라고 볼 수 있다.

참 고 문 헌

김수환. (1995). 수학교육의 국제적인 동향-수학교육에서의 지역간 협동- 교육개발, 통권 96호. 서울: 한국교육개발원.

______. (1996. 2). 初·中等學生들의 數學的 文化 形成을 爲한 敎授/學習 模型 開發 硏究. 충북: 한국교원대학원 박사학위논문.

______. (1996. 2). 수학교육 과정의 세계적 동향 -動的 교육과정으로의 변화 추세- 새교육, 통권 496호. pp. 108-118. 서울: 한국교육신문사.

Australian Education Council. (1991). National statement-A national statement on mathematics for australian schools. Carlton Vic. : Australian Education Council and Curriculum Corporation.

Arizona Department of Education. (1992). Arizona essential skills for mathematics. Reformatted edition. AZ: Arizona State Dept. of Education.(ERIC Document Reproduction Service No. ED 367531)

Bishop, A. J. (1988). Mathematical enculturation-a cultural perspective on mathematics education-. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Curriculum Corporation. (1994). Mathematics - a curriculum profile for australian schools. Carlton Vic. : Curriculum Corporation.

Department For Education. (1995). The national curriculum. England, DFE.

Dieudoné, J. (1961). New thinking in school mathematics. Paris: Organization for European Economic Cooperation.

Howson, A. G., Keitel, C., & Kilpatrick, J. (1981). Curriculum development in mathematics. Cambridge University Press.

Kilpatrick, J. (1995). Curriculum change locally and globally. In R. P. Hunting, G. E. Fitzsimons, P. C. Clarkson, A. J. Bishop(Eds.), Regional collaboration in mathematics education (pp. 19-29). Melbourne: Monash University.

Lovitt, C. & Clarke, D. (1992). MCTP(the mathematics curriculum and teaching program) professional development package, activity bank-volume 1. Carton Vic. : Curriculum Corporation.

_______. (1992). MCTP(the mathematics curriculum and teaching program) professional development package, activity bank-volume 2. Carton Vic. : Curriculum Corporation.

Ministry of Education, New Zealand. (1992). Mathematics in the new zealand curriculum. Wellington: Learning Media.

NCTM. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1993). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Addenda series, Grades K-6, Number sense and operations. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1993). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Addenda series, Grades K-6, Geometry and spatial senses. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1993). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Addenda series, Grades K-6, Patterns. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1993). Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Addenda series, Grades K-6, Making sense of data. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

_______ (1995). Assessment standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Skemp, R. R. (1989). Structured activities for primary mathematics. London: Routledge.