

맵핑 매트릭스를 사용한 일반화 순시전력 이론

김 효 성<sup>o</sup>  
o천안공업 전문대학 제어계측과

최 재 호\*  
\*충북 대학교 전기전자공학부

The Generalized Instantaneous Power Theory Using Mapping Matrices

Hyosung KIM<sup>o</sup>  
oCheonan Technical College

Jaeho CHOI\*  
\*Chungbuk University

(Abstract)

Instantaneous active/reactive powers are defined in three phase four wire systems. The definition can be generally applicable to any source conditions and load conditions including nonlinear circuits. The zero-sequence power resulted from the zero-sequence voltage and zero-sequence current between two sub-systems affects both to the instantaneous active and reactive powers. The zero-sequence current can be controlled by compensation of the reactive power without power storage elements.

1. 서 론

전통적으로 유효전력(active power)은 인가된 전압과 전류 곱의 평균치로 정의되어, 두 계통간에 실제적인 전력에너지의 흐름을 야기시키는 것으로 이해되어 왔다. 이에 반해 무효전력(reactive power)은 유효전력에 대하여 직교·보존적인 값으로 정의되어, 실제 전력에너지의 흐름은 발생시키지 않으면서 인가전류의 크기만 증가시키는 무익한 것으로 이해되어 왔다. 이러한 전통적 정의는 단상·평형적 계통의 정상상태에서는 잘 적용되지만, 다상·불평형 전원 및 비선형부하 계통에서는 많은 논란을 불러일으켜왔다.[1,2]

Akagi씨 등에 의하여 순시전력이론이 수립된 이후 3상-3선식 계통에서의 고조파/무효전력의 보상에 관한 연구가 활발히 진행되어왔다.[3,4,5] 이른바 "p-q 이론"에 의해 정의된 순시 허전력을 보상함으로써 에너지 저장요소의 필요 없이 무효전류를 제거할 수 있었다. 한편, "p-q 이론"은 3상-4선식 계통에 있어서의 순시영상전력을 영상 전류/전압의 곱으로 정의하여 순시유효전력의 일부로 간주함으로써 유효전력에 영향을 주지 않고 영상전류를 제거하는 것이 불가능하였다.[6,7,8,9]

Peng씨 등은 3상-4선식 계통에서 전압공간벡터와 전류공간벡터의 벡터 적으로써 순시무효전력의 공간벡터를 정의하였다.[10,11] 정의된 순시무효전력을 보상함으로써 3상-4선식 계통의 중성선에 흐르는 영상전류를 제거할 수 있음을 검증하였으나, 전원전압이 불평형 되거나 영상전압이 포함되는 경우 등에 대하여는 일반적인 보상알고리즘이 수립되어있지 않고 있다.

본 논문에서는 3상-3선식 뿐만 아니라 3상-4선식 계통에서도 적용 가능한 통일된 순시전력이론을 수립하고 불평형 전원을 갖는 3상4선식 계통의 중성선 전류의 제어를 통하여 이론을 검증한다. 맵핑매트릭스를 사용하여 순시전력을 정의하고 매트릭스 이론에 의하여 정의된 순시전력간의 특성을 분석한다. 순시무효전력만을 보상함으로써 에너지 저장요소의 필요 없이 중성선에 발생하는 영상-성분 전류를 제거한다.

2. 전력 및 전류의 정의

2.1 순시 유효/무효 전력

3상 계통에서 3상 전압은 일반적으로 다음과 같이 0-a-β 좌표로 변환된다.

$$\begin{bmatrix} e_0 \\ e_a \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

중성선에 흐르는 전류를 고려하면 3상 전류도 일반적으로 다음과 같이 0-a-β 좌표로 변환된다.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

순시유효전력과 순시무효전력공간벡터는 각각 전압/전류 공간벡터의 스칼라적 및 벡터 적으로 표현된다.[4,10,11]

$$p \triangleq \vec{e}_{0a\beta} \cdot \vec{i}_{0a\beta} = e_0 \cdot i_0 + e_a \cdot i_a + e_\beta \cdot i_\beta \quad (3)$$

$$\vec{q}_{0a\beta} \triangleq \vec{e}_{0a\beta} \times \vec{i}_{0a\beta} = \text{Det} \begin{bmatrix} 0 & \hat{\alpha} & \hat{\beta} \\ e_0 & e_a & e_\beta \\ i_0 & i_a & i_\beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

단,  $\hat{0}, \hat{\alpha}, \hat{\beta} : 0, a$  및  $\beta$  축의 단위벡터.

식(4)의 순시무효전력공간벡터의 각요소는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_a \\ q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -e_\beta & e_0 \\ e_\beta & 0 & -e_a \\ -e_a & e_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(5)의 맵핑매트릭스는 랭크 값이 2이므로, 순시무효전력은 두 개의 선형 독립적인 전력요소로 표현 가능하다. 다시 말해, 세 개의 순시무효전력 중 한 개는 나머지 두 개의 순시무효전력요소의 선형조합 형태로 표현 가능하다. 만일  $e_0$ 를  $q_0$ ,  $e_a$ 를  $q_a$ , 그리고  $e_\beta$ 를  $q_\beta$ 에 각각 곱하면, (5)는 (6)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} e_0 \cdot q_0 \\ e_a \cdot q_a \\ e_\beta \cdot q_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -e_0 \cdot e_\beta & e_0 \cdot e_a \\ e_a \cdot e_\beta & 0 & -e_0 \cdot e_a \\ -e_a \cdot e_\beta & e_0 \cdot e_\beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (6)$$

따라서 순시무효전력 요소간에는 다음의 관계가 존재함을 알 수 있다.

$$0 = e_0 \cdot q_0 + e_a \cdot q_a + e_\beta \cdot q_\beta \quad (7)$$

2.2 순시전류

만일  $e_0, e_a$ , 그리고  $e_\beta$ 중의 어느 하나 이상이 영이 아니라면, 그에 대응되는 각 순시무효전력요소  $q_0, q_a$ , 그리고  $q_\beta$ 는 나머지 두 순시무효전력요소의 선형조합으로 표현 가능하다. 예를

들어,  $e_\beta$ 가 영이 아니라면  $q_\beta$ 는  $q_0$ 와  $q_a$ 로부터 계산되어질 수 있다. 이 경우 전류요소는  $p, q_0, q_a$ 로부터 다음과 같이 구해진다:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_\beta e_{0a\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 e_\beta & e_0 e_a & e_0^2 + e_\beta^2 \\ e_a e_\beta & -e_0^2 + e_\beta^2 & -e_0 e_a \\ e_a e_\beta & e_a e_\beta & -e_0 e_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_a \end{bmatrix} \quad (8)$$

단,  $e_{0a\beta}^2 = e_0^2 + e_a^2 + e_\beta^2$ .

마찬가지로,  $e_a$ 가 영이 아닌 경우 전류요소는  $p, q_0$  및  $q_\beta$ 로부터 역으로 다음과 같이 구해진다:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_a e_{0a\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 e_a & -e_\beta e_\beta & -(e_a^2 + e_\beta^2) \\ e_a^2 & -e_a e_\beta & e_0 e_a \\ e_\beta e_a & (e_0^2 + e_a^2) & e_0 e_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (9)$$

앞서 언급한 바와 같이 (8)은  $e_\beta=0$ 인 경우에는 사용할 수 없다. 반대로, (9)는  $e_a=0$ 인 경우 사용할 수 없다. 이를 해결할 수 있는 한가지 방법으로 (8)과 (9)를 각각 계수  $e_\beta^2/(e_a^2 + e_\beta^2)$  및  $e_a^2/(e_a^2 + e_\beta^2)$ 에 의해 선형 조합시키면 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_a^2 e_\beta^2 e_{0a\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 e_a^2 & 0 & e_\beta e_a^2 & -e_a e_a^2 \\ e_a e_a^2 & -e_\beta e_a^2 & -e_0 e_a e_\beta & e_0 e_a^2 \\ e_\beta e_a^2 & e_a e_a^2 & -e_0 e_\beta^2 & e_0 e_a e_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_a \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (10)$$

단,  $e_{0a\beta}^2 = e_a^2 + e_\beta^2$ .

식(10)에 (7)을 적용하면 (11)과 같이 간단화 된다.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_a \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{e_{0a\beta}^2} \begin{bmatrix} e_0 & 0 & e_\beta & -e_a \\ e_a & -e_\beta & 0 & e_0 \\ e_\beta & e_a & -e_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_0 \\ q_a \\ q_\beta \end{bmatrix} \quad (11)$$

식(11)은  $e_0^2 + e_a^2 + e_\beta^2 \neq 0$ 인 한 타당하다. 순시무효전력 공간벡터  $\vec{q}_{0a\beta}$ 가 영으로 보상된다면, 다음의 결과가 발생된다.

$$e_0 : e_a : e_\beta = i_0 : i_a : i_\beta \quad (12)$$

식(12)는 전류공간벡터의 위상이 전압공간벡터의 위상과 일치함을 의미한다. 더욱이, 영상전류  $i_0$ 는 (13)과 같이 영상전압  $e_0$ 에 비례하게 된다.

$$i_0 = \frac{i_a}{e_a} \cdot e_0 = \frac{i_\beta}{e_\beta} \cdot e_0 \quad (13)$$

영상전압이 존재하지 않으면 영상전류도 존재하지 않는다.

### 2.2.1 순시유효전류공간벡터

식(11)로부터 순시전류공간벡터의 각 성분은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} i_0 &= \frac{1}{e_{0a\beta}^2} e_0 p + \frac{1}{e_{0a\beta}^2} (e_\beta q_a - e_a q_\beta) \\ i_a &= \frac{1}{e_{0a\beta}^2} e_a p + \frac{1}{e_{0a\beta}^2} (e_0 q_\beta - e_\beta q_0) \\ i_\beta &= \frac{1}{e_{0a\beta}^2} e_\beta p + \frac{1}{e_{0a\beta}^2} (e_a q_0 - e_0 q_a). \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)는 각전류성분이 유효 및 무효전력에 관련하여 두 부분으로 나뉘어짐을 보인다. 따라서 순시 유효/무효 전류공간벡터를 다음과 같이 정의할 수 있다.

순시유효전류공간벡터는 순시유효전력과 관련된 전류성분들의 벡터 합으로 정의된다.

$$\vec{i}_{0a\beta p} \triangleq \vec{i}_{0p} + \vec{i}_{ap} + \vec{i}_{\beta p} \quad (15)$$

단,

$$\begin{aligned} \vec{i}_{0p} &= \frac{e_0 p}{e_{0a\beta}^2} \hat{0} \\ \vec{i}_{ap} &= \frac{e_a p}{e_{0a\beta}^2} \hat{a} \\ \vec{i}_{\beta p} &= \frac{e_\beta p}{e_{0a\beta}^2} \hat{\beta}. \end{aligned}$$

### 2.2.2 순시무효전류공간벡터

순시무효전류공간벡터는 순시무효전력과 관련된 전류성분들의 벡터 합으로 정의된다.

$$\vec{i}_{0a\beta q} \triangleq \vec{i}_{0q} + \vec{i}_{aq} + \vec{i}_{\beta q} \quad (16)$$

단,

$$\begin{aligned} \vec{i}_{0q} &= \frac{e_\beta q_a - e_a q_\beta}{e_{0a\beta}^2} \hat{0} \\ \vec{i}_{aq} &= \frac{e_0 q_\beta - e_\beta q_0}{e_{0a\beta}^2} \hat{a} \\ \vec{i}_{\beta q} &= \frac{e_a q_0 - e_0 q_a}{e_{0a\beta}^2} \hat{\beta}. \end{aligned}$$

### 2.2.3 순시전류공간벡터

순시전류공간벡터는 순시 유효/무효전류 공간벡터의 벡터 합으로 정의된다.

$$\vec{i}_{0a\beta} \triangleq \vec{i}_{0a\beta p} + \vec{i}_{0a\beta q} \quad (17)$$

순시 유효/무효전류 공간벡터의 스칼라적이  $\vec{i}_{0a\beta p} \cdot \vec{i}_{0a\beta q} = 0$  이므로 두 벡터는 서로 직교적이다.

### 2.2.4 순시피상전력

여기서, 순시피상전력  $s$ 는 순시전류/전압 공간벡터의 크기를 산술적 합으로써 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} s &\triangleq |\vec{e}_{0a\beta}| \cdot |\vec{i}_{0a\beta}| \\ &= \sqrt{p^2 + q_0^2 + q_a^2 + q_\beta^2} \end{aligned} \quad (18)$$

전통적 전력의 정의와 마찬가지로, 순시피상전력에 대하여 순시 유효전력과 순시무효전력공간벡터의 값이 상호 직교·보존적으로 정의됨을 알 수 있다.

## 2.3 전력보상

순시유효전력은 세 축의 유효전력성분들의 산술 합으로 표현된다.

$$p = p_0 + p_a + p_\beta \quad (19)$$

단,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_a \\ p_\beta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \vec{e}_0 \cdot \vec{i}_0 \\ \vec{e}_a \cdot \vec{i}_a \\ \vec{e}_\beta \cdot \vec{i}_\beta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e_0 \cdot i_{0p} & \vec{e}_0 \cdot \vec{i}_{0q} \\ \vec{e}_a \cdot \vec{i}_{ap} & \vec{e}_a \cdot \vec{i}_{aq} \\ \vec{e}_\beta \cdot \vec{i}_{\beta p} & \vec{e}_\beta \cdot \vec{i}_{\beta q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

식(15)와 (16)을 (19) 및 (20)에 적용하면 다음의 결과를 도출할 수 있다.

$$p = p_0 + p_a + p_\beta = e_0 i_{0p} + e_a i_{ap} + e_\beta i_{\beta p} \quad (21)$$

$$0 = e_0 i_{0q} + e_a i_{aq} + e_\beta i_{\beta q} \quad (22)$$

식(15) 및 (16)에 정의된 바와 같이 순시무효전력을 보상하는 경우, 오직 순시무효전류만 변화를 일으키며 (21) 및 (22)와 같이 계통의 순시유효전력은 영향을 받지 않는다. 다시 말해, 순시무효전력을 보상하는 경우 보상기에는 에너지저장요소가 필요하지 않다.

## 3. 시물레이션

### 3.1 시물레이션 모델

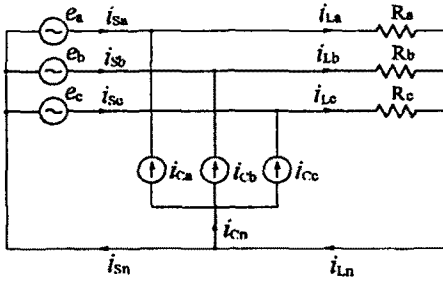


그림1. 제안된 시뮬레이션 모델  
Fig.1 Proposed simulation model.

표1. 시뮬레이션 조건  
TABLE I SIMULATION CONDITIONS.

Source	$e_a$ [V]	127
Voltages	$e_b$ [V]	127
	$e_c$ [V]	102
Load	$R_{La}$ [ $\Omega$ ]	3.87
	$R_{Lb}$ [ $\Omega$ ]	4.84
	$R_{Lc}$ [ $\Omega$ ]	4.84

그림1에 3상-4선식 계통의 시뮬레이션 모델을 보인다. 정격출력은 10kVA이고 정격 선간 전압은 220Vrms이다. 따라서 1상당 정격저항값은 4.84 $\Omega$ 이다.

표 1에 시뮬레이션 조건을 보인다. a-상 부하저항을 정격저항의 80%로하여 비대칭부하로 하였다. 또한 c-상의 전원전압을 정격전압의 80%로 하여 불평형전원조건을 취하였다.

### 3.2 시뮬레이션 결과

시뮬레이션은 PSpice Design Center V6.0에 의하여 수행되었다. 시뮬레이션 결과를 그림2에 보인다. 구분을 명확히 하기 위하여 b 상의 파형은 모두 점선으로 표시하였다. 초기에 전력보상기는 정지상태에 있다가 일정시간후 동작된다. 시뮬레이션 파형은 전력보상기가 동작하기 전후의 상황을 보여준다. 그림2(d)는 전원측 중성선에 흐르는 전류의 파형을 보이며, 전력보상기가 동작되면 완전히 영이 됨을 알 수 있다. 그림2(e)는 전력보상기의 중성선에 흐르는 전류를 보이며, 이는 전력보상기의 교류속 3단자에 흐르는 전류의 순시합과 같다. 그림2(f)에서  $p_c$ 는 (23)과 같이 전력보상기의 교류속에 발생하는 순시유효전력이다.

$$p_c = e_a i_{ca} + e_b i_{cb} + e_c i_{cc} \quad (23)$$

$p_c < 0$ 이므로 전력보상기에서 에너지의 흐름이 발생하지 않고 있음을 알 수 있다.

### 4. 결론

본 논문은 3상-3선식을 포함하여 3상-4선식 계통에 통일적으로 적용되는 순시전력이론을 수립하였다. 순시 유효/무효전력은 순시 영상전류/전압에 모두 영향을 받으며, 기존 단상선형계통의 유효/무효 전력간에 존재하는 보편법칙이 성립되는 것을 밝혔다. 수립된 이론을 적용하여 불평형 전원 비대칭 부하의 3상-4선식 계통에서의 전력보상을 실시한 결과, 에너지 저장요소의 필요 없이 순시무효전력만 보상함으로써 전원 측에 흐르는 중성선 전류를 완전히 제거할 수 있었다.

### (참 고 문 헌)

- [1] Leszek S.Czarnicki, "On some deficiencies of Fryze's approach to describing power properties of systems under nonsinusoidal condition," *Proc. of IEEE ICHPS VI, Bologna, Sept. 21-23, 1984*, pp.360-364.
- [2] P.S.Filipski, "Apparent Power - A Misleading Quantity in the Nonsinusoidal Power Theory. Are All Nonsinusoidal Power Theories Doomed to Fail?," *International Workshop on Power Definitions & Measurement, 1991*, pp.39-47.
- [3] Hirofumi Akagi, Yoshihira Kanazawa, Akira Nabae, "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components," *IEEE Trans. on IA-20, No.3*,

May/June 1984, pp.625-630.

- [4] Alessandro Ferrero, and Gabrio Superti-Furga, "A New Approach to the Definition of Power Components in Three-Phase Systems Under Nonsinusoidal Conditions," *IEEE Trans. on IM-40, No.3, June 1991*, pp. 568-577.
- [5] Jacques L. Willems, "A New Interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-Phase Situations," *IEEE Trans. on IM-41, No.4, Aug. 1992*, pp.523-527.
- [6] Mauricio Aredes and Edson H. Watanabe, "New Control Algorithms for Series and Shunt Three-Phase Four-Wire Active Power Filters," *IEEE PES Winter Meeting, 95 WM 240-2 PWRD, 1995*.
- [7] P. Enjeti, W. Shireen, P. Pakdehsh, I. Pited, "Analysis and Design of A New Active Power Filter to Cancel Neutral Current Harmonics in Three Phase Four Wire Electric Distribution Systems," in *Conf. Rec. of IEEE IAS*, pp.939-946, 1993.
- [8] Girish Kamath and Ned Mohan, "A Novel, Reduced Rating Active Filter for 3-Phase, 4-Wire Loads," in *Conf. Rec. of IEEE IAS*, pp.936-940, 1994.
- [9] Thierry Thomas, Kevork Haddad, Geza Joos, Alain Jaafari, "Performance Evaluation of Three Phase Three and Four Wire Active Filters," in *Conf. Rec. of IEEE IAS*, pp.1016-1023, 1996.
- [10] Feng Zheng Peng, Jih-Sheng Lai, "Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems," *IEEE Trans. on IM-45, No.1, Feb. 1996*, pp.283-287.
- [11] Feng Zheng Peng, Jih-Sheng Lai, "Reactive Power and Harmonic Compensation Based on the Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems," *Proceedings of 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Oct. 1996, pp.83-89.

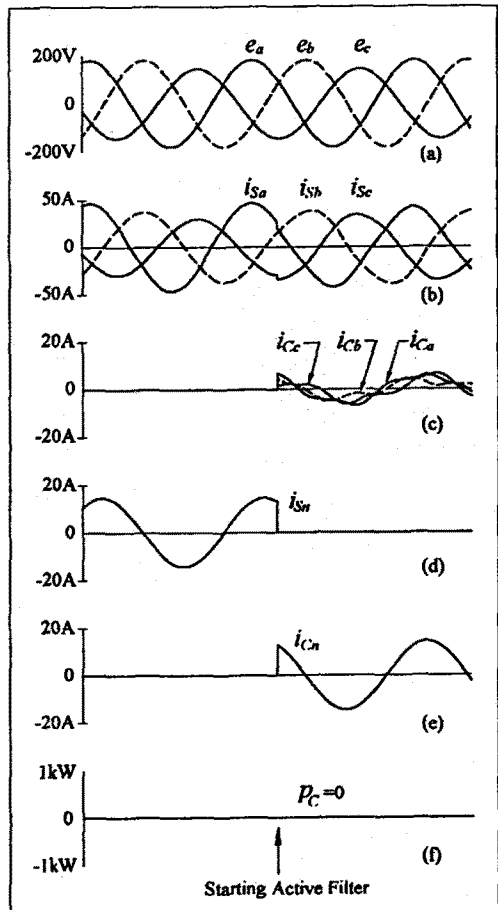


그림2. 시뮬레이션 결과

Fig.2 Simulation results; (a) unbalanced source voltages, (b) source currents, (c) compensating currents, (d) neutral current on the source side, (e) neutral current of the active filter, (f) instantaneous active power generated by the active filter.