비선형 시스템의 퍼지 모델링 및 제어.

이철희. 하영기. 서선학
강원대학교 공과대학 전기공학과

An Approach to Fuzzy Modeling and Control of Nonlinear Systems

Chul-Heul Lee. Young-Ki Ha. Seon-Hak Seo
Dept. of Electrical Eng.. Kangwon National University.

Abstract - In this paper, a new approach to modeling and control of nonlinear systems using fuzzy theory is presented. To express the various and complex behavior of nonlinear system, we combine multiple model method with hierachical prioritized structrure. The mountain clustering technique is used in partitioning of system, and TSK rule structure is adopted to form thefuzzy rules. Also we soften the paradigm of Mamdani's inference mechanism by using Yager's S-OWA operators.

1. 서 론

비선형 시스템은 동작 특성이 복잡하기 때문에 모델링 및 제어가 까다롭다. 비선형 시스템의 모델링 및 제어에서 가장 일반적인 방법은 공칭점(동작점) 부근에서 선형화하여 모델링하고 이에 대한 선형 제어기를 설계하는 방법이다. 그러나 이러한 접근은 대상의 불확실성, 동작환경의 변화 등에 효과적으로 대처하기가 쉽지않다. 이를 해결하기 위하여 적응제어, 가변구조 시스템 제어등의 방법들이 사용되었으나 정량적 모델 확보의 어려움이 있다.[1]

따라서 정량적 접근의 어려움을 극복하고 좋은 성능을 얻기 위하여 퍼지 모델링 및 제어 기법을 적용하는 연구가 활발히 이루어졌다.[2-6]

본 논문에서는 시스템의 특성이나 환경 변화에 따라 여러개의 모델을 설정하여 추정 및 제어를 구현하는 다중 모델기법[7]을 퍼지모델링 및 제어에 결합시켜 효과적인 비선형 시스템의 모델링 및 제어방법을 제안하였다.

우선 다중모델 기법과 계층순위구조(Hierachical Prioritized Structure : HPS) 기법[8]을 결합시켜 비선형 시스템에 적합한 규칙기반구조를 제안하고 다중모델의 선정과 TSK형태[2,3]를 이용한 규칙의 형성에는 Mountain Clustering(MC) 기법[2]을 적용하였다. 그리고 대상의 특성, 또는 다양한 형태의 비선형성을 고려할 수 있도록 퍼지제어기의 추론 메카니즘을 Yager의 S-OWA 연산자[8]들을 이용하여 유연성을 지니도록 완화하였다.

2. 퍼지 모델링

2.1 다중모델기법과 계층순위구조를 이용한 퍼지 모델링

비선형 시스템의 경우 일반적으로 공칭점(동작점) 부근에서 선형화하여 모델링하고 이에 대한 선형 제어기를 설계하여 제어를 수행하게 된다. 그러나 불확실성이 존재하거나 동작점이 이동할 경우에는 전혀 옳지 않은 결과를 낳을 수 있다. 이의 해결책으로서 시스템의 특성에 따라 몇 개의 모델로 선형 모델링하고 이에 대한 제어기를 구성하여 제어하는 다중모델기법[7]을 사용할 수 있다.

그러나 이 경우 시스템을 몇 개의 모델로 분할 설정하고 이들 모델로부터 전체 시스템의 출력을 어떻게 결정할 것인가 하는 것이 문제가 된다.

본 논문에서는 모델의 분할 설정 문제는 입출력 데이터의 clustering을 통하여, 출력의 결정은 계층순위구조에 의한 퍼지 추론 메카니즘을 통하여 해결하도록 하였다.

우선 입출력 공간에서 데이터의 특성의 유사성에 의해 clustering하여 다중 모델로 나누고 cluster중심을 각 모델(부시스템)의 공칭점으로 고려하여 각 부시스템에 대해 다음과 같이 TSK 형태의 규칙으로 시스템 특성을 모델링하게 된다.

IF x_1 is $A_{i1} \cdots$ and x_n is A_{in} THEN $y = f_i(x_1, \cdots x_n)$

일반적으로 함수 f_i는 선형함수를 이용하게 된다. 이 경우 위의 규칙은 입출력 공간에서 시스템의 특성을 선형근사화한 것과 유사해진다.

다중 모델을 얻기 위한 clustering 기법으로는 여러 가지 clustering 기법을 적용할 수 있으나[2,3] 여기서는 뒤에서 설명하게 될 mountain clustering 기법을 적용한다. mountain clustering은 다중모델의 선정 뿐만 아니라 퍼지규칙을 생성하기 위한 입출력 공간의 분할에도 적용할 수 있다.

그런데 규칙기반의 구축에 있어서 모든 규칙들이 동일한 신뢰도를 가질 경우 불만족스런 결과를 도출할 수 있다. 예를 들어 다음과 같은 두 규칙에서

IF x is 12 THEN y is 29

IF x is [10-15] THEN y is [25-30]

입력데이터가 x=12로 주어질 경우 추론과 비퍼지화 과정을 거쳐 나온 출력은 y=29가 아니라 y=27.5가 되어 첫 번째 규칙에 위배된 결과를 산출한다.

실제로 비선형 시스템의 경우 공칭점에서는 정확한 특성이 주어질 수 있지만 그 부근에서는 선형으로 근사화된 결과만 주어지게 되므로 앞의 예에서 든 바와 같이 아주 특정한 규칙과 그렇지 않은 규칙들이 혼재하게 된다. 따라서 규칙들을 그 특정한 정도에 따라 몇 개의 레벨로 나누고 순위를 부여함으로써 계층적 구조를 갖게 하여 입력데이터의 레벨별 부합도에 맞추어 출력에 대한 기여도가 결정되게 하는 계층순위구조를 도입하는 것이 바람직하다.[8]

퍼지 clustering에 의해 다중모델로 표현된 비선형시스템의 각 모델의 계층순위구조 형태의 퍼지 규칙기반에서 제일 상위레벨은 mountain clustering에 의해 얻어진 cluster 중심, 즉 그 부시스템의 공칭점 또는 다른 몇 개의 특정 점에서 규정되는 시스템 특성을 표현한 퍼지규칙들로 구성되고, 하위레벨로 내려갈수록 이들 특정점을 중심으로 한 구간을 확대시키며 얻은 TSK형태의 규칙들로 구성되며, 제일 하위 레벨들은 각 부시스템들 일부 또는 전부에 공통되는 규칙들에 의해 구성되도록 규칙을 생성시킨다. 따라서 특정한 규칙이 만족되지 않으면 계층순위구조에 의해 점점 시스템 전체에 보편적인 규칙들에 의해 출력을 결정하게 되는 특성을 지니게 된다.

이상과 같이 다중모델기법과 계층순위구조를 결합한 형태로 비선형 시스템을 퍼지모델링하게 되면 남는 문제는 퍼지 입출력 공간의 분할과 소속함수의 설정, TSK형태 규칙의 후건부 함수 f_i의 계수 파라미터의 결정 등이다. 공간의 분할에는 퍼지 C-means 등과 같은 퍼지 clustering기법이나, 신경망이나 유전알고리즘 등을 이용할 수 있고, 소속함수의 학습과 f_i의 계수 파라미터의 결정에도 신경망이나 유전알고리즘 등을 적용하면 된다.[2,3]

2.2 Mountain Clustering

mountain clustering기법은 눈금(grid)분할에 기초한 cluster중심의 근사식별 기법으로서 다음과 같은 세단계로 나누어진다.

첫 단계에서는 초기화를 위하여 잠재적인 cluster 중심을 선정하는 단계로서 입출력 공간을 직선으로 적당하게 분할하여 생긴 눈금의 교차점을 잠재적인 cluster중심의 후보로 설정한다. 이때 입력과 출력 공간의 눈금분할은 등간격을 사용할 수도 있고 데이터의 특성에 따라 다르게 할 수도 있다. 두 번째 단계에서는 데이터를 이용해 모든 잠재적인 cluster 중심의 후보의 mountain 함수를 계산하여 첫 번째 cluster 중심을 찾고, 마지막 단계로 선정된 cluster 중심의 영향을 상쇄시키는 mountain 함수의 붕괴과정을 통하여 다른 cluster 중심을 찾아내는 과정을 축차적으로 진행하게 된다.

입출력 공간 X×Y에서 K개의 데이터 $O_k(x_k, y_k)$가 주어지고 $N(=r_1 \times r_2)$개의 눈금 교차점 $N_{ij}(X_i, Y_j)$으로 분할한 경우를 생각하자. 교차점 N_{ij}에 대해 mountain 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$M(N_{ij}) = \sum_{k=1}^{n} e^{-(\alpha d(N_{ij}, O_k))} \tag{1}$$

$$d(N_{ij}, O_k) = (X_i - x_k)^2 + (Y_j - y_k)^2 \tag{2}$$

위에서 알 수 있듯이 데이터가 교차점에 가까울수록 mountain함수에 큰값으로 기여하게 된다. 즉 mountain함수의 값이 클수록 cluster중심이 될 가능성이 커지게 된다. 따라서 가장 mountain함수의 값이 큰 교차점을 첫 번째 cluster 중심 C^*_1로 잡은 뒤 다음 cluster 중심을 구하기 위하여 원래의 mountain함수 값에서 각 교차점과 C^*_1 사이의 거리에 반비례하는 양을 빼주어 C^*_1 에 의한 다른 교차점에 대한 영향을 감쇄시킨다. 이렇게 mountain함수의 붕괴과정을 거친 새로운 mountain 함수를 M_2라고 하면

$$M_2(N_{ij}) = M_1(N_{ij}) - M^*_1 e^{-\beta d(C^*_1, N_{ij})} \tag{3}$$

가장 큰 M_2값을 갖는 교차점을 두 번째 cluster 중심 C^*_2 로 선정한다.

축차적으로 이 과정을 진행하게 되면 k번째에는 다음과 같이 된다.

1.C $M^*_k = Max\{M_k(N_{ij})\}$ 를 구한다.

2. M^*_k에 대응되는 교차점을 k번째 cluster 중심 C^*_k로 둔다.

3. $M_{k+1}(N_{ij}) = M_k(N_{ij}) - M^*_k e^{-\beta d(C^*_k, N_{ij})}$를 구한다.

mountain 함수의 붕괴는 $M^*_{k+1} < \delta$를 만족할 때까지 진행된다.

3. 퍼지 제어

2절에서 설명한 다중모델기법과 계층순위구조를 결합한 퍼지 모델링은 비선형 시스템의 퍼지제어기를 구성하기 위한 퍼지 규칙기반의 구성에 활용된다. 퍼지 규칙기반이 구해지면 퍼지추론과 비퍼지화 과정을 거쳐 출력을 발생하게 된다. 퍼지규칙기반의 구축에 계층순위구조를 적용하였으므로 추론과정도 달라지게 된다.

보통의 퍼지제어기와는 달리 모든 규칙에 대해 추론이 진행된 후에 비퍼지화 과정을 거쳐서 제어기의 출력이 결정되는 것이 아니라 규칙기반의 각 레벨별로 출력의 값이 순차적으로 결정되어 제일 하위 단계를 거치면 시스템의 전체 출력이 나오게

된다.

i번째 레벨의 j번째 규칙의 점화수준을 τ_{ij}라고 하면

$$\tau_{ij} = \wedge \mu_{A^k_{ij}}(x_k) \quad (4)$$

i번째 레벨의 n_i개의 규칙에 의한 출력 T_i는 다음과 같이 된다.

$$T_i = \bigcup_{j=1}^{n_i} \tau_{ij} \wedge f_{ij} \quad (5)$$

그러면 i번째 레벨의 최종적인 출력은 그 전 레벨의 출력과 T_i로부터 데이터 입력의 부합도를 고려하여 구해지게 된다.

i번째 레벨의 출력 V_i가 G_i로 주어질 때 이에 대한 입력 데이터의 부합도를 g_i라 하고 다음과 같이 정의하자.

$$g_i = \max \mu_{G_i}(y) = Possibility(G_i) \quad (6)$$

그러면 i번째 레벨의 출력 G_i는

$$G_i(y) = (T_i(y) \wedge low(g_i)) \vee G_{i-1}(y) \quad (7)$$

위에서 볼 수 있듯이 입력데이터의 부합도 g_i가 i번째 레벨의 전체 출력에 대한 기여도를 규정하게 된다. 그러므로 이를 적절히 반영할 수 있도록 식()의 low함수로는 다음의 형태를 사용할 수 있다.

$$low(g_i) = 1 - g_i \quad (8)$$

그러면 만약 gi가 1이 될 경우 식()로부터 다음 레벨부터는 전혀 출력에 기여하지 못함을 알 수 있다.

각 레벨의 식 (),()에 사용되는 퍼지 연산자들은 Mamdani의 최대최소법 등 일반적인 방법을 활용할 수 있는데, Yager의 S-OWA연산자를 이용, 완화시킴으로써 유연성을 갖는 퍼지 추론이 가능하다.[9]

규칙 aggregation의 완화에는 다음과 같이 정의되는 S-OWA-OR 연산자를 사용할 수 있다.

$$\vee_i a_i = (1-\beta)\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{} a_i + \beta a_{\max}, \quad 0 \le \beta \le 1 \quad (9)$$

S-OWA-OR연산자는 OR정도가 β에 종속적인 orlike aggregation으로서, β값의 선정에 따라 유연한 추론 결과를 얻을 수 있다. β=1인 경우, 순수한 Max연산자가 되어 Mamdani의 추론 방법과 동일하게 된다.

규칙 점화의 완화에는 다음과 같이 정의되는 S-OWA-AND 연산자를 사용할 수 있다.

$$\wedge_i a_i = (1-\alpha)\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{} a_i + \alpha a_{\min}, \quad 0 \le \alpha \le 1 \quad (10)$$

S-OWA-AND 연산자는 AND정도가 α에 종속적인 andlike aggregation으로서, α값의 선정에 따라 유연하게 규칙의 점화수준을 결정할 수 있다. α=1인 경우, 순수한 Min연산자가 되어 Mamdani의 추론 방법과 동일하게 된다.

전-후건부 결합의 완화에는 다음과 같이 정의되는 S-OWA-PRODUCT 연산자를 사용할 수 있다.

$$\prod_i a_i = (1-\gamma)\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} a_i + \gamma\prod_i a_i, \quad 0 \le \gamma \le 1 \quad (11)$$

(14)에서 보면 γ에 의해 입력 퍼지 cell과 출력 퍼지 집합의 결합 정도가 제어된다. γ=1의 경우 최소가 되며, γ=0의 경우 최대가 된다. Mamdani 추론법에 해당되는 γ값은 간단한 과정을 거쳐 쉽게 계산할 수 있다.

3. 결 론

비선형 시스템은 대상의 불확실성, 동작환경의 변화 등 동작 특성의 복잡성으로 인해 모델링 및 제어가 까다롭다. 따라서 본 논문에서는 시스템의 특성이나 환경 변화에 따라 여러개의 모델을 설정하여 추정 및 제어를 구현하는 다중 모델기법을 계층순위구조와 결합시켜 효과적인 비선형 시스템의 퍼지 모델링 및 제어방법을 제안하였다. 또한 퍼지 제어기의 추론 메카니즘을 Yager의 S-OWA 연산자들을 이용하여 유연성을 지니도록 완화하여 비선형 시스템의 다양성과 복잡성에 잘 대처할 수 있도록 하였다. 본 논문에서 제안된 방법은 정량적 접근이 어려운 비선형 시스템의 모델링 및 제어에 효과적으로 이용될 수 있을 것이다.

[참 고 문 헌]

[1] J.E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991

[2] R.R. Yager and D.P. Filev, *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, John Wiley and Sons, New York, 1994

[3] C.T. Lin and C.S.G. Lee, Neural Fuzzy Systems, Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1996

[4] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy Logic Based Approach to Qualitative Modeling", IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol.1 pp.7-31, 1993

[5] W. Pedrycz, "Fuzzy Multimodels", IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol.4, pp.139-148, 1996

[6] W. Pedrycz, "Fuzzy Modeling: Fundamentals, Construction and Evaluation", Fuzzy Sets and Systems, Vol.41, pp.1-15, 1991

[7] D.G.Lainiotis, "Partitioning: A Unifying Framework for Adaptive Systems, I:Estimation", IEEE Proc. Vol.64, pp.1126-1143, 1976

[8] R.R. Yager, "On a hierachical Structure for Fuzzy Modeling and Control", IEEE Trans. Syst. Man, Cybern., Vol.23, pp.1189-1197, 1993

[9] 이철희, R.R. Yager, "유연성을 갖는 퍼지 추론 및 비퍼지화" 제어계측연구회 합동학술발표대회 논문집, 대한전기학회 · 전자공학회, pp.82-87, 1995