

# 기계적인 시정수의 동정을 가지는 Kalman 필터를 사용한 위치-속도 추정자

신기상, 이재희, 허욱열  
인하대학교 전기공학과

## Position-Speed Estimator using Kalman Filter with Parameter Identification

Shin Ki-Sang, Lee Je-Hie, Huh Uk-Youl  
Department Electrical Engineering, INHA University

**Abstract** - 본 연구에서는 저속에서 발생하는 측정잡음에 대한 문제를 불규칙 확률시스템으로 고려하여 Kalman 필터를 관측자로서 사용하고 고속에서 뿐만 아니라 저속에서의 위치와 속도 추정성능을 향상시키고자 한다. Kalman 필터는 확률적 외란을 포함하고 있는 동적시스템에 적용되는 최적 상태 추정자이다. 또한 이 Kalman 필터는 외란을 가지는 이산형 실시간 동적 처리 시스템에서 최적의 미지 상태를 추정하기 위해 선형, 불편향, 그리고 최소 오차분산 회귀형 알고리즘을 제공한다. 또한, MRAS(Model Reference Adaptive System) 방법을 이용하여 모터와 부하에 대응되는 기계적 시정수를 동정한다. 이 방법은 기계적인 시정수가 알려지지 않은 시스템에 적용하여 위치와 속도의 추정을 가능하게 하기 위해서이다. 더욱이 동정의 결과를 이용하여 Kalman 필터 알고리즘에 적용한다.

라 저속에서의 위치와 속도의 추정성능을 향상시키고자 한다. Kalman 필터는 확률적 외란을 포함하고 있는 동적시스템에 적용되는 최적 상태추정자이다. 또한, Kalman 필터는 실시간에 처리하기에는 복잡한 계산을 가지지만, 최근 고속 컴퓨터의 개발로 여러 산업분야에서 기기의 성능을 향상시키기 위해 많이 이용되고 있다. 또한, MRAS (Model Reference Adaptive System)을 이용하여 필수적인 기계적 시정수를 동정하고, 기계적 시정수가 알려지지 않거나, 변하는 시스템에 적용하여 위치와 속도를 추정하고자 한다.

### 1. 서 론

마이크로 프로세서를 기반으로 하는 AC 모터 드라이브는 하나의 센서를 이용하여 위치와 속도에 관한 정보를 제공하는 위치 제어시스템에 널리 이용되고 있다. 특히, 인크리멘탈 엔코더는 간단한 회로 구성을 가지므로 넓은 산업분야에서 이용되고 있다. 로봇틱스와 공작기기 분야에서는 부하토크가 다양하게 변화하더라도 이에 상관없이 저속에서 정확하게 속도를 제어하여야 한다. 이러한 이유로 위치와 속도를 정확하게 추정하는 것이 AC 모터의 위치 제어시스템에서 가장 중요한 부분이다.

그러나, 인크리멘탈 엔코더가 모터속도에 비례하는 주파수를 지니는 펄스를 발생하므로, 저속에서는 저주파의 엔코더 펄스가 발생되고, 이로 인해 시스템이 불안정해질 수도 있다. 그러므로, 저속에서 모터의 정확한 속도를 구해내기 위해 관측자 이론을 사용한 연구가 많이 진행되어지고 있다.

본 연구에서는 저속에서 발생하는 측정잡음에 대한 문제를 불규칙 확률시스템으로 고려하여 관측자로서 Kalman 필터를 사용하고 고속에서 뿐만 아니

### 2. 기존의 속도 검출방식

#### 2.1 기존의 속도 검출 방식

그림 2.1은 Ohmae의 M/T 방식의 속도 검출원리

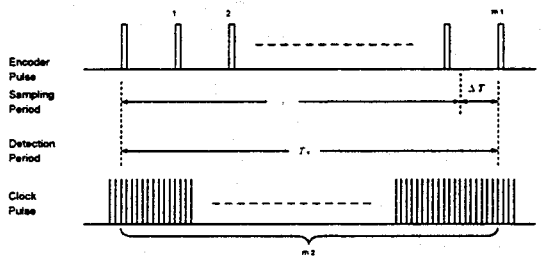


그림 2.1 Ohmae의 속도 검출 방식 (M/T방식)

를 설명한 것이다[1].

#### 2.2 기존 속도검출기의 문제점

위에서 제안된 방식은 인크리멘탈 엔코더를 사용하는 간단한 회로 구성을 가지므로 현재 산업기에 가장 널리 사용되고 있는 방법이다. 하지만, 엔코더가 가지는 디지털적인 특성으로 인해 저속에서 측정위치에 대한 오차가 발생되고, 속도검출에 대한 분해능을 올리기 위해 샘플링 구간을 길게 하면 피드백 루프에 긴 지연시간이 추가되므로 시스템이

쉽게 불안정하여진다. 또한 부하토크가 급격하게 변화하는 경우에 속도에 대한 수렴성의 문제가 발생된다. 이를 위해 외란을 측정하여 순시속도를 추정하는 경우에는 속도와 외란이 속도관측자의 동일 루프내에 존재하므로 외란이 속도의 추정 성능을 저하시킨다. 또한 기계적인 시정수를 모르는 경우, 혹은 시간이 흐름에 따라 기계적인 시정수가 변하는 경우에도 정확한 속도추정이 힘들어진다.

이러한 문제를 극복하기 위해 이웃하는 평균속도에 대한 적분식을 만들어 속도식으로 근사화하거나, 외란 관측자를 구성하여 순시속도와 같이 추정하거나, 엔코더에 대한 정보를 가지는 전기자 권선의 전류를 측정하여 속도를 추정하거나, 최적 상태 관측자를 구성하여 속도를 추정하거나, 필터를 사용하여 속도를 추정하는 방법들이 제시되고 있다 [2][3].

### 3. 위치-속도 추정자

#### 3.1 추정자를 위한 모터의 상태 방정식

모터에 대한 기본적인 방정식은 다음과 같다.

$$J_m \frac{d\omega}{dt} + B_m \omega = u + \tau_d \quad (3.1)$$

$J_m$  : 모터의 관성모멘트,  $B_m$  : 마찰상수,  $u$  : 지령치,  $\tau_d$  : 외란,  $\omega$  : 모터의 회전 각속도.

또한, 각속도는 모터의 각위치( $\theta$ )의 미분치이므로 다음 수식으로 표현된다.

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (3.2)$$

또한, 짧은 샘플링 구간에 대해서 실제 외란이 저주파이므로 외란의 변화가 거의 없다고 가정할 수 있다. 즉,

$$\frac{d\tau_d}{dt} = 0 \quad (3.3)$$

(3.1), (3.2), (3.3)식으로부터 모터에 대한 연속형 상태 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$x = [\omega \ \theta \ \tau_d]^T, \quad y = [\hat{\omega} \ \hat{\theta} \ \hat{\tau}_d]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{J_m} & 0 & \frac{1}{J_m} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서, 출력은 각속도( $\omega$ ), 각위치( $\theta$ ) 그리고 외란( $\tau_d$ )을 피드백 시키기 위해 출력 방정식의 행렬 성분이 위와 같이  $3 \times 3$ 의 단위행렬 형태로 나타난다. 그러나, 실제 시스템에는 잡음이 포함되어 있으므로 잡음항을 고려하여 상태방정식을 표현하면 다음과 같이 식이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 u + B_2 w \\ y &= Cx + v \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$B_1 = B, \quad B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & u_{\max} \end{bmatrix}$$

$$w = [u_{\text{noise}} \ \tau_{\text{noise}}]^T, \quad v = \begin{bmatrix} \omega_{\text{noise}} \\ \theta_{\text{noise}} \\ \tau_{d_{\text{noise}}} \end{bmatrix}$$

$u_{\text{noise}}$  성분은 속도제어기에서 전력공급기의 부정확 및 지령된 전압의 떨림에 의해 발생하는 잡음성분에 관한 것이고,  $\tau_{\text{noise}}$ 는 외부에서 받는 외란에 의해 발생하는 잡음성분에 관한 것이다. 또한, 출력시에 측정되는 오차성분을 각각  $\omega_{\text{noise}}$ ,  $\theta_{\text{noise}}$ ,  $\tau_{d_{\text{noise}}}$ 라고 두었다. 그리고, 외란의 변화가 지령치의 최대보다 작다는 가정하에  $B_2$ 행렬에  $\tau_{\text{noise}}$ 에 대한 행렬성분을 최대 지령치( $u_{\max}$ )로 두었다.

이 연속형 상태방정식을 Kalman 필터의 이산형 알고리즘에 적용하기 위해 이산형 상태방정식으로 변화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma_1 u(k) + \Gamma_2 w(k) \\ z(k) &= Hx(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} \omega(k) \\ \theta(k) \\ \tau_d(k) \end{bmatrix}, \quad z(k) = \begin{bmatrix} \omega(k) \\ \theta(k) \\ \tau_d(k) \end{bmatrix}$$

$$w(k) = \begin{bmatrix} u_{\text{noise}}(k) \\ \tau_{d_{\text{noise}}}(k) \end{bmatrix}, \quad v(k) = \begin{bmatrix} \omega_{\text{noise}}(k) \\ \theta_{\text{noise}}(k) \\ \tau_{d_{\text{noise}}}(k) \end{bmatrix}$$

$$\Phi \approx \begin{bmatrix} 1 - \frac{B_m}{J_m} & 0 & \frac{h}{J_m} \\ h & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} \left( h - \frac{B_m}{2J_m} h^2 \right) \\ \frac{h^2}{2J_m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} \left( h - \frac{B_m}{2J_m} h^2 \right) \frac{u_{\max}}{2J_m} h^2 \\ \frac{1}{2J_m} h^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = C$$

#### 3.2 Kalman 필터 알고리즘

Kalman 필터는 모터제어에서 발생하는 여러 잡음을 확률적인 잡음으로 고려하여 이를 추정해 올바른 상태값을 추정하기에 적합한 알고리즘이다. Kalman 필터 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_k(-) &= \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + \Gamma_2 Q \Gamma_2^T \\ \hat{x}_k(-) &= \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}(+) + \Gamma_1 u(k) \\ \bar{K}_k &= P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R]^{-1} \\ P_k(+) &= [I - \bar{K}_k H_k] P_k(-) \\ \hat{x}_k(+) &= \hat{x}_k(-) + \bar{K}_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)] \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\text{초기치} : P_0(+) = \text{Var}(x_0), \quad \hat{x}_0(+) = E(x_0)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$P_k(-) : \text{사전추정자의 상호분산}, \quad \hat{x}_k(-) : \text{사전추}$$

정자,  $\bar{K}_k$  : Kalman 이득,  $P_k(+)$  : 사후추정자의 상호분산,  $\hat{x}_k(+)$  : 사후추정자,  $P_0(+)$  : 사후추정자 상호분산에 대한 초기치,  $\hat{x}_0(+)$  : 사후추정자 평균에 대한 초기치,  $Q$  :  $u_{noise}$  와  $\tau_{noise}$  에 대한 상호분산으로 정의된 값,  $R$  :  $\omega_{noise}$ ,  $\theta_{noise}$ ,  $\tau_{d_{max}}$  에 대한 상호분산으로 정의된 값으로, 각 시스템마다 다르게 나타나며 실험을 통해서 최적의 값을 찾을 수 밖에 없다. 그런데  $Q$  와  $R$  의 요소들이 서로 독립적으로 작용하고 있는 오차의 상호분산이라고 하면, 서로 작용되는 영향력이 무시되고, 위와 같이 각기 대각행렬로 잡을 수 있다.

### 3.3 Kalman 필터를 첨가한 제어기 구조

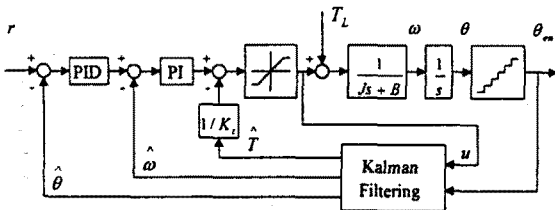


그림 3.1 Kalman 필터를 포함한 제어기 구조

## 4. 기계적 시정수의 동정

기계적 시정수를 모르는 경우, 혹은 시간이 흐름에 따라 기계적인 시정수가 변하는 경우의 위치와 속도에 대한 향상된 추정을 위하여 MRAS 방법을 이용한다. 이는 모터에 대한 기본적인 방정식으로 부터 다음과 같이 유도되어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{id} &= [\omega(k-1) u]^T \\ K_{id}(k) &= P_{id}(k-1) \phi_{id} [I + \phi_{id}^T P_{id}(k-1) \phi_{id}]^{-1} \\ P_{id}(k) &= [I - K_{id}(k) \phi_{id}^T] P_{id}(k-1) \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + K_{id}(k) (y - \phi_{id}^T \hat{\theta}(k-1)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

여기서,  $y$ 는 기준 모델의 출력치이다.

## 5. 실험 결과

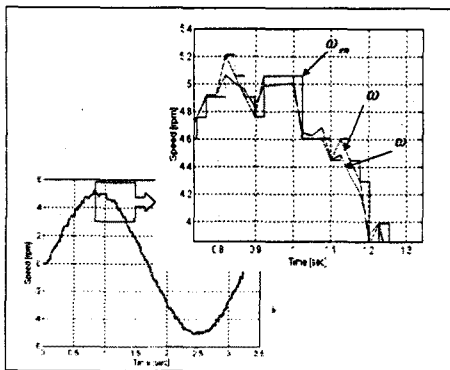


그림 5.1 모의실험의 속도 파형

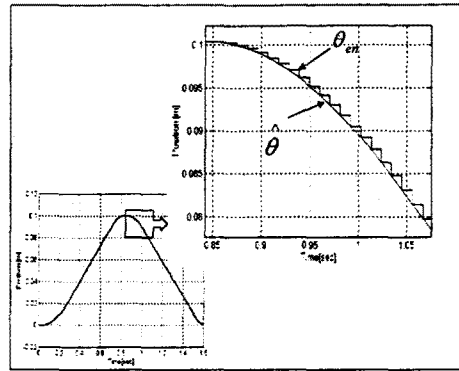


그림 5.2 실제 실험에서의 위치파형

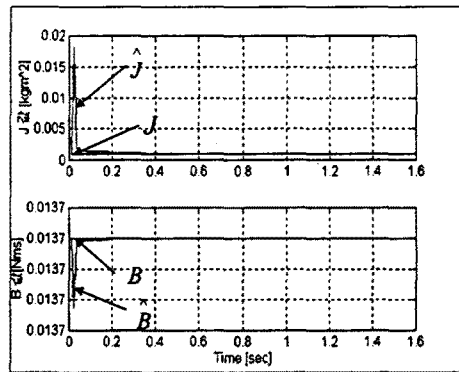


그림 5.3 기계적 시정수의 동정

## 6. 결론

피드백 루프에 Kalman 필터를 첨가한 모의실험을 통하여 추정자의 속도가 실제 속도를 잘 추정하고 있음을 보였고, 실험에서도 실제 위치를 잘 추정하고 있음을 보였다. 또한, 기계적 시정수가 빠른 시간에 정상상태로 수렴되어짐을 보였다. 즉, Kalman 필터가 위치와 속도에 대한 추정자로서 적합함을 알 수 있고, 기계적인 시정수값을 추정하여 필터 알고리즘에 적용하였다.

### [참고 문헌]

[1] T. Ohmae et al. "A Microprocessor-Controlled High-Accuracy Wide-Range Speed Regulator for Motor Drives", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol. IE.29, No.3, Aug. 1982.  
 [2] K. Saito et al. "A Microprocessor-Controlled Speed Regulator with Instantaneous Speed Estimation for Motor Drives", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol.35, No.1, Feb. 1988.  
 [3] H.W Kim, "A New Motor Speed Estimator Using Kalman Filter in Low-Speed Range" *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Vol.43, No.4, Aug. 1996